

DIAGNÓSTICO DEL DESBALANCEO DE ROTOR SUJETO A FRICCIÓN CON GRÁFICOS DE RECURRENCIA

Diagnosis of unbalanced rotor subject to friction by Recurrence Plot

Ignacio Torres Contreras¹, Juan Carlos Jáuregui Correa¹, Carlos Santiago López Cajún¹, Salvador Echeverría Villagómez²

¹ Universidad Autónoma de Querétaro

²Centro Nacional de Metrología

*Correo electrónico: igtoc4@gmail.com

RESUMEN

El desbalanceo de los componentes en máquinas rotativas y el desgaste provocado por la fricción son algunas de las fallas más recurrentes que incrementan significativamente los niveles de vibración, lo cual afecta la confiabilidad de las máquinas, la vida útil de sus elementos y la calidad del producto. En el presente trabajo se analizó el desbalanceo de un disco montado sobre un eje apoyado entre dos chumaceras a cada extremo al aplicar una fuerza de fricción sobre la superficie del diámetro exterior del disco. Como método de análisis se emplearon los diagramas de recurrencia, los cuales tienen la capacidad de analizar sistemas dinámicos no lineales en regímenes no estacionarios. Los gráficos de recurrencia se construyeron a partir de los espectros de desplazamiento obtenidos por la doble integración de la aceleración mediante la descomposición empírica de los modos de vibración, mismos que también pueden utilizarse para analizar sistemas no lineales. El objetivo del presente trabajo fue la caracterización cualitativa de una falla por desbalanceo en presencia de fricción mediante diagramas de recurrencia para determinar si es factible identificar el fenómeno no lineal de la fricción.

Palabras clave: Otro, desbalanceo, fricción, Gráficos de Recurrencia, sistemas dinámicos no lineales, mantenimiento predictivo.

ABSTRACT

The imbalance of components and friction caused wear in rotating machines are some of the most recurrent failures that significantly increase vibration levels, affecting the reliability of the devices, the useful life of its elements and the quality of the product. In the present study, the imbalance of a disk mounted on a shaft supported between two bearings at both ends when a friction force was applied on the outer diameter of the disk was analysed. The analysis method used was the recurrence plot, which can analyse non-linear dynamic systems in non-stationary regimes. The recurrence plot was constructed from the displacement spectra obtained by the double integration of the acceleration through the empirical mode decomposition, which can also be used to analyse non-linear systems. The objective of the present work was the qualitative characterization of an imbalance failure in the presence of friction using recurrence diagrams to determine if it is feasible to identify the non-linear phenomenon of friction.

KEYWORDS: Others, Shaft imbalance, rotor friction, recurrence plot, nonlinear dynamic systems, predictive maintenance.

INTRODUCCIÓN

El desbalanceo es originado cuando el eje de rotación del rotor no coincide con su centro de masa; a mayor grado de desbalanceo, más altos niveles de vibración. La vibración genera fuerzas radiales y axiales, las cuales repercuten en la flexión de ejes, incrementan cargas en rodamientos, producen desalineaciones entre ejes y rodamientos, reducen la vida útil, aumentan el desgaste en los acoplamientos, afectan las deflexiones de los ejes y amplifican el consumo de energía.

Todos los componentes mecánicos rotativos presentan un cierto grado de desbalanceo debido a los procesos de manufactura, especialmente cuando vienen de un proceso de maquinado. Aproximadamente el 99 % de los equipos industriales trabajan bajo cierto grado de desalineación. Durante su operación, el desbalanceo es provocado por el desgaste en chumaceras y muñones generado por la fricción entre las partes rotativas, las extremas flexiones de los propios ejes, las fuerzas internas generadas entre componentes, y las deformaciones en la carcasa o apoyos y desniveles en la cimentación, entre otros. Cuando los niveles de vibración no se detectan y controlan oportunamente, provocan fallas en los equipos [1], [2].

La industria ha implementado diversas estrategias de mantenimiento a lo largo de la historia, de las cuales destaca el mantenimiento predictivo o Predictive Maintenance (PdM, por sus siglas en inglés) basado en el monitoreo de vibraciones, para el control de la condición y la aplicación de acciones correctivas a través de un plan de mantenimiento programado [3], [4]. Gracias al PdM, se ha logrado incrementar la confiabilidad de la maquinaria y reducir los costos de mantenimiento y las afectaciones económicas, laborales, de seguridad y del medio ambiente provocados por las fallas no controladas o catastróficas.

Los gráficos de recurrencia, *Recurrence Plot* (RP, por sus siglas en inglés), son una metodología alternativa para el análisis de las recurrencias a partir de datos experimentales en las series de tiempo. Tiene la capacidad de identificar el comportamiento no lineal en los sistemas dinámicos [5]-[9]. La capacidad de RP para identificar las no linealidades abre las puertas a nuevas posibilidades en el diagnóstico y predicción de fallas de las máquinas rotativas para, en consecuencia, incrementar la confiabilidad.

En los últimos años se han realizado trabajos de investigación sobre la caracterización del desbalanceo aplicando los análisis de orden para obtener la amplitud y la fase de la vibración con el fin de determinar el tipo de falla y su localización [10]. Otros autores [11]



han propuesto algoritmos inteligentes para corregir el desbalanceo con base en los análisis espectrales tanto en dominio del tiempo como de la frecuencia mediante los transformada rápida de Fourier, o FFT por sus siglas en inglés (Fast Fourier Transform). Para el diagnóstico de problemas de desbalanceo, [12] ha propuesto las redes neuronales Elman en conjunto con los análisis en el dominio de la frecuencia, donde la red es entrenada a través de variaciones en la amplitud de la aceleración con la finalidad de clasificar la condición de falla.

Algunos investigadores han implementado controles adaptativos aplicados a rodamientos activos para autocompensar las fuerzas debidas al desbalanceo del rotor sin necesidad de realizar el balanceo típico en banco [13]. Incluso existen métodos [14] especializados en el diagnóstico y corrección del desbalanceo en línea basados en los análisis espectrales en el dominio del tiempo y de la frecuencia; en ambos casos se conserva en enfoque a solo el fenómeno del desbalanceo, y las metodologías siguen siendo los análisis de vibraciones clásicos. Las bases para el desarrollo de controladores para el desbalanceo debido a la sincronización del sistema se fundamentan en los análisis espectrales y de fase combinados con el control de la velocidad [15].

La estimación instantánea de la velocidad y del ángulo de fase complementado con FFT siguen siendo temas actuales de investigadores [16] para el diagnóstico y corrección del desbalanceo. La señal de vibración se vuelve a muestrear aún en el dominio angular para reducir el efecto de la fluctuación de la velocidad angular. Recientemente se han comenzado a emplear técnicas de no contacto para el diagnóstico del desbalanceo, mediante la localización de la masa de desbalanceo en 3D con el uso de sistemas de video estéreo sincronizadas con cámaras de alta velocidad [17]. Otros autores han aplicado algoritmos de la integral-diferencial del gradiente de velocidad para controlar la variación de la fase entre dos rotores unidos en serie [18] como una alternativa para solucionar los problemas de sincronización originados por el desbalanceo diagnosticado en campo.

Estudios más recientes consideran el sobrecalentamiento generado por las condiciones extremas de operación en el fenómeno de desalineamiento, de esta manera consideran una condición real de campo en la cual usualmente varias fallas están presentes durante los diagnósticos. Se aplican análisis estructurales para determinar las características del sistema de estudio, junto con los análisis espectrales típicos de vibración y diagramas de Campbell; la conclusión es que el calentamiento afecta significativamente el desbalanceo del rotor [19].

De igual manera, se han publicado muchos trabajos

sobre el efecto de la fricción en componentes rotativos. [20] estudió el comportamiento dinámico de un rotor sujeto a fricción generada por el contacto entre éste y el estator mediante el análisis de las trayectorias en los subespacios. Mediante la teoría de Poincaré demostró que el comportamiento está influenciado fuertemente por los contactos entre superficies. Otros estudios se han enfocado a mejorar la predicción de la vida remanente en chumaceras a través de la caracterización de las respuestas no lineales de la lubricación [21]. Por ello queda claro que existe actualmente el interés por conocer la influencia de las no linealidades en el comportamiento de los fenómenos dinámicos.

La conversión de la aceleración en velocidad y desplazamiento sigue siendo un tema de estudio. Las estrategias más utilizadas para realizar las integraciones de la aceleración son dos:

- las que están basadas en la integración directa en el dominio del tiempo;
- las que se trasladan al dominio de la frecuencia mediante la transformada de Fourier, donde se realizan las integraciones y se regresan al dominio del tiempo con la transformada inversa de Fourier.

Ambos métodos siguen generando significativos errores que dependen de factores tan variados como son desde la resolución del muestreo hasta la respuesta digital de la señal [22]. La doble integración de la aceleración tiene muchas aplicaciones, por ejemplo, la determinación del desplazamiento de edificios de gran altura [23]; incluso se combina con las nuevas líneas de investigación en el campo del Internet de las Cosas mediante la aplicación de una serie de filtros, tales como los de Kalman [24].

En el presente trabajo se usa el método empírico de los modos intrínsecos de una función, EMD por sus siglas en inglés (Empirical Mode Decomposition) para eliminar la tendencia debida a los errores de integración en el dominio del tiempo. EMD es una técnica para descomponer empíricamente una señal en sus funciones intrínsecas con sus frecuencias y amplitudes instantáneas que fue aplicado por primera vez en análisis espectrales para estudiar fenómenos no lineales en regímenes no-estacionarios de variables complejas [25]. EMD ha ganado popularidad en los últimos años como una solución para eliminar las tendencias en las integraciones de la aceleración [26], para la separación de los componentes determinísticos y estocásticos de un sistema dinámico [27], y como una herramienta para diagnosticar fallas en rotores dinámicos [28], solo por mencionar algunas.

El método de integración utilizado en el presente trabajo es el método de Simpson, el cual ha demostrado tener una mejor precisión y un tiempo de proce-

samiento bajo [29].

Para probar la aplicación de RP en el desbalanceo de un rotor sujeto a fricción externa, se ha diseñado un experimento consistente en un rotor montado sobre un eje flexible centrado en dos apoyos con chumaceras y sujeto a una carga de fricción en seco sobre la superficie del diámetro exterior mediante una celda de carga. Los resultados son analizados para varias velocidades.

El objetivo del presente trabajo fue la caracterización cualitativa de una falla por desbalanceo en presencia de fricción mediante diagramas de recurrencia para determinar si es factible identificar el fenómeno no lineal de la fricción.

MATERIALES Y MÉTODOS

METODOLOGÍA

La metodología aplicada para la caracterización de las fallas por desbalanceo sujeto a fricción consiste en los siguientes pasos y se basa en el arreglo de banco de pruebas de la Figura 1:

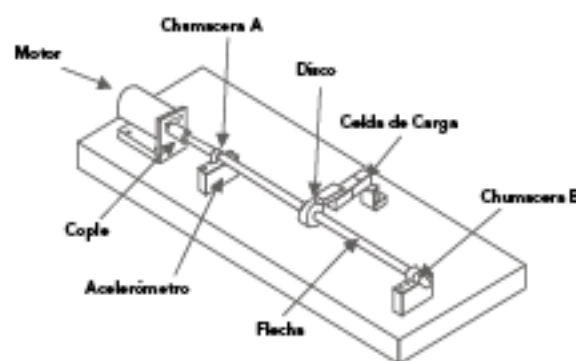
- 1) Medición de las vibraciones del sistema a través de un acelerómetro ubicado en el apoyo A para velocidades de operación de 250 y 500 rpm:
 - a) Medición de las vibraciones en aceleración del rotor sin desbalanceo.
 - b) Medición de las vibraciones en aceleración del rotor con desbalanceo sin fricción.
 - c) Medición de las vibraciones en aceleración del rotor con desbalanceo y fricción.
- 2) Integración de la aceleración para obtener el espectro de aceleración y desplazamiento.
 - a) Integración de la aceleración para obtener la velocidad y el desplazamiento.
 - b) Corrección de la tendencia debida al error de integraciones con EMD .
- 3) Construcción de los RPS .
- 4) Caracterización cualitativa de las fallas del desbalanceo y fricción con RP .
- 5) Análisis de resultados.

MODELO DEL ARREGLO SUJETO DE ESTUDIO

El banco de pruebas utilizado para la experimentación (Fig. 1) consta de un rotor de acero con una masa $M = 0.819$ kg, montado sobre una flecha flexible de diámetro $d = 19$ mm y apoyada simétricamente entre

dos chumaceras separadas por una distancia de 700 mm. La flecha es impulsada por un motor mediante un acoplamiento flexible. El disco tiene orificios roscados $M5 \times 1$ mm de paso para las masas de desbalanceo en un círculo concéntrico de $\varnothing 65$ mm y con 16 posiciones igualmente espaciadas. La masa de prueba fue de 12 g, localizada simétricamente en un solo barrenado. En la base de la chumacera A se ubica el acelerómetro unidireccional en posición vertical. La celda de carga tiene una placa de desgaste de acero con un ancho unitario de 38 mm para el contacto contra la superficie del disco y un arreglo flexible. De acuerdo con el diseño del banco, la fuerza de fricción aumenta con el incremento del desbalanceo.

Figura 1. Banco de pruebas



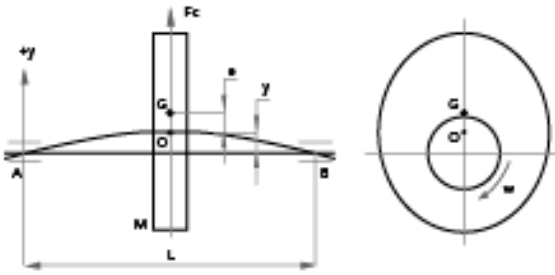
DISCO SOBRE UNA FLECHA FLEXIBLE

La Fig. 2 describe un sistema formado de un disco de masa M , montado en una flecha flexible simétricamente con respecto a sus apoyos; se asume que la masa de la flecha no es significativa con respecto a la masa del disco. El punto O está ubicado en el eje de la flecha, G es el centro de masa del disco, y es la deflexión de la misma flecha, e es la excentricidad del disco con respecto del eje de la flecha, F_c es la fuerza centrífuga y w es la velocidad de rotación de la flecha. La fuerza F_c es igual al producto de la masa del disco por la aceleración normal del punto G . De la misma manera, la aceleración normal es igual al radio de rotación por el cuadrado de la velocidad angular, como se indica en la Ec. (1), donde w está expresada en radianes por segundo:

$$(1)$$

$$F_c = Ma = M(y + e)w^2$$

Figura 2. Esquema de un disco desbalanceado.



La flexión de la flecha generada por la velocidad angular tiene un comportamiento equivalente a un resorte y la fuerza de resistencia tiene un valor de k_y . Siendo k la constante de rigidez del sistema. Para que dicho sistema esté en equilibrio, la fuerza de resistencia debe ser igual a la fuerza centrífuga, como se indica en la Ec. (2):

(2)

$$ky = M(y + e)w^2$$

Entonces, la

deflexión de la flecha es:

$$y = \frac{ew^2}{\left(\frac{k}{M}\right) - 2} \tag{3}$$

De la Ec. (3), es claro notar que cuando $w = 0$, la deflexión es cero. Por otro lado, cuando $w^2 = k/M$, y tiende a un valor infinito. Para esta condición, w se conoce como la velocidad crítica w_n :

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{M}} \tag{4}$$

La Fig. 3 representa a la ecuación (3). Es claro observar que cuando $w < w_n$, y es positiva y cambia de signo cuando $w_n > w$. Para velocidades angulares muy altas, y tiende al valor negativo de la excentricidad e . Obviamente, las mayores deflexiones se dan para valores cercanos a la frecuencia natural w_n .

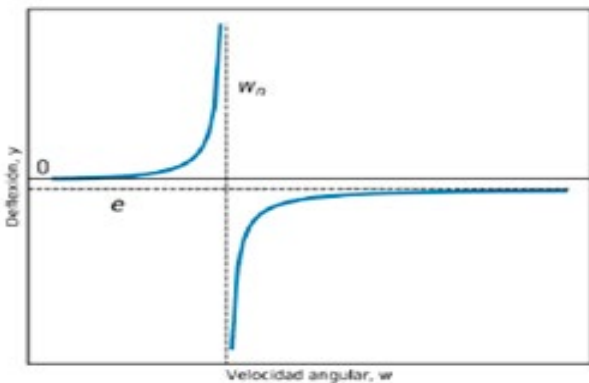


Figura 3. Gráfico de la velocidad angular vs deflexión de la flecha.

Se tiene que, para el arreglo del experimento (Fig. 2), despreciando la masa de la flecha y considerando

que los apoyos están sobre chumaceras, la deflexión estática y_{st} está dada por la siguiente expresión:

$$y_{st} = \frac{Mga^2b^2}{3EIL} \tag{5}$$

Y de igual forma la velocidad crítica es:

$$w_n = \sqrt{\frac{3EIL}{Ma^2b^2}} \tag{6}$$

Donde, w_n es velocidad crítica (rad/s), E es el Módulo de elasticidad de la flecha (Pa), I es el Momento de inercia de la sección transversal de la flecha (m^4), g es la aceleración de gravedad (m/s^2), M es la masa del disco (kg), L es la distancia entre chumaceras (m), a es la distancia de la chumacera izquierda al disco (m) y b es la distancia de la chumacera derecha al disco (m).

De la Ec. (1), la fuerza centrífuga producida por un milímetro-kilogramo de desbalanceo en función de la velocidad angular se ilustra en la Fig. 4. Para este caso, $y = 0$, $e = 1$ mm y $M = 1$ kg. Como puede observarse, la influencia de una pequeña cantidad de desbalanceo a altas velocidades es muy significativa, debido a que está afectada por el cuadrado de la velocidad angular.

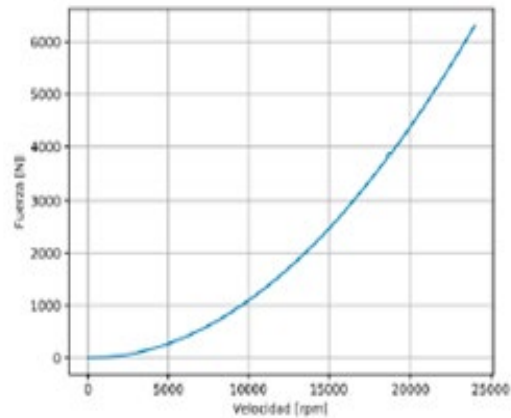


Figura 4. Efecto del desbalanceo unitario en la fuerza centrífuga.

DISCO SOBRE UNA FLECHA FLEXIBLE

Un modelo esquemático de la fuerza de fricción generada entre un eje eficiente también puede generar fricción entre las superficies. La fricción seca es una de las metodologías más utilizadas para su estudio y está dada por la siguiente Ec. (7) [8], [9]:

$$F_\mu = \mu F_N \sin(r\dot{\theta}) \tag{7}$$

Donde, F_μ es la fuerza de fricción sobre el punto de contacto entre las dos superficies, μ es el coeficiente de fricción, F_N es la fuerza normal, r es la distancia entre ambos círculos y θ es el ángulo de la fuerza normal contra la horizontal. Obsérvese que la fuerza de fric-

ción varía proporcionalmente con la fuerza normal. Se asume un coeficiente de fricción dinámico genérico de $\mu d = 0.18$ para el contacto entre superficies de acero.

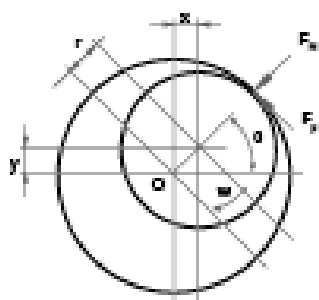


Figura 5. Esquema de la fricción entre dos rotores.

GRÁFICOS DE RECURRENCIA

RP es una representación de los estados de recurrencia de un sistema dinámico en su espacio de fase m-dimensional. Cada elemento del vector del espacio de fase \vec{x}^i ($i=1,2,\dots,N, \vec{x}^i \in R^m$) se compara con los otros mediante la siguiente relación [30]:

$$R_{i,j} = \Theta(\varepsilon - d(\vec{x}_i, \vec{x}_j)) \tag{8}$$

Donde $\Theta(\cdot)$ es la función escalón de Heaviside y ε representa el error de proximidad. La cercanía $d(\vec{x}^i, \vec{x}^j)$ típicamente se mide como una distancia en el espacio en términos del máximo o de la norma Euclidiana $d(\vec{x}^i, \vec{x}^j) = \|\vec{x}^i, \vec{x}^j\|$. La matriz binaria de recurrencia R contiene un valor para todos los pares $\|\vec{x}^i, \vec{x}^j\| < \varepsilon$. La trayectoria puede reconstruirse de las series de tiempo $\{u_i\} N$ $i=1$ por un retardo de tiempo embebido.

$$\vec{x}_i = (u_i, u_{i+\tau}, \dots, u_{i+\tau(m-1)}) \tag{9}$$

Donde m es la dimensión embebida y τ es el retardo.

La matriz resultante muestra la línea de identidad formada por la diagonal principal $R_{i,j}=1$. Cuando se usa una distancia en el espacio como el criterio de recurrencia, la matriz RP es simétrica. En dicha matriz se pueden observar y cuantificar las pequeñas variaciones sobre las líneas verticales y diagonales, las cuales reflejan y cuantifican la dinámica del sistema.

La matriz RP da un patrón visual, mediante el que se identifican cualitativamente los fenómenos dinámicos en el sistema sujeto de estudio. Por la homogeneidad del patrón se determina si el sistema es estacionario o no estacionario, y si el proceso contiene tendencias o cambios. Por la periodicidad del patrón son identificados los procesos cíclicos y su distancia en tiempo. Los puntos simples discontinuos indican la existencia de fuertes fluctuaciones y, cuando sus distancias de separación son irregulares, significa que los procesos son quasi periódicos. Las líneas diagonales paralelas dan a

conocer la evolución del sistema, si existe un proceso determinístico, caótico o inestable. Las líneas verticales y horizontales representan a algunos estados que no cambian o lo hacen muy lentamente por algún tiempo. Estructuras con líneas curvadas expresan la evolución de los estados en diferentes tiempos a una velocidad diferente y en la que la dinámica del sistema puede ser cambiante [30].

DESCOMPOSICIÓN EMPÍRICA DE LOS MODOS DE VIBRACIÓN DE UNA SEÑAL EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

EMD es un método para analizar los sistemas no lineales y no estacionarios. La esencia de esta técnica es la descomposición de las series de datos complejos en el dominio del tiempo en un número finito de funciones modales intrínsecas, IMFs por sus siglas en inglés (Intrinsic Mode Functions). Dicha metodología de descomposición es adaptativa y muy eficiente. La descomposición se basa en la extracción de la energía del espectro asociada con las diferentes escalas de tiempo intrínsecas, las cuales son los parámetros más importantes del sistema [25]. El método consiste en identificar a todos los máximos y mínimos locales de la serie de tiempo, construir una envolvente con splines cúbicos para cada una de las series de máximos y mínimos con base en una interpolación. A continuación, se calcula y se sustrae una tercera envolvente con los valores medios para cada tiempo de las envolventes máximas y mínimas; estas forman las IMFs, respectivamente. Este procedimiento se repite hasta que se cumplan las condiciones siguientes: que la media entre las envolventes máxima y mínima tienda a cero y que el número de extremos y cruces por cero no difiera por más de la unidad.

El resultado de este proceso genera un número finito de IMFs y una función residual, como se muestra en la siguiente expresión [28]:

$$x(t) = \sum_{i=1}^N IMF_i(t) + R_N(t) \tag{10}$$

Donde, $IMFi(t)$ representa a todas las posibles IMFs, N es el número de IMFs generadas y $R_N(t)$ es un residuo de la descomposición.

INTEGRACIÓN DE LA ACELERACIÓN Y DE LA VELOCIDAD.

Para encontrar el espectro del desplazamiento es necesario integrar dos veces la vibración en función de la aceleración. Los dos métodos más utilizados para realizar las integraciones tienen lugar en el dominio del tiempo y de la frecuencia. En la integración en el dominio de la frecuencia, la señal original se pasa a los gráficos de



frecuencia mediante la transformada de Fourier, luego se integra ya sea una o dos veces, para finalmente regresar los resultados al dominio del tiempo y obtener la velocidad y el desplazamiento. En cada integración se generan tendencias debidas al error acumulativo del método y a la discretización de los datos. Dichas tendencias deber ser corregidas para dar confiabilidad a los resultados [29]. Los efectos de las tendencias son corregidos mediante la extracción de la curva que representa la tendencia obtenida por un ajuste polinomial, y cada vez se emplea más el método EMD para el procesamiento de señales [31], [32].

En funciones simples, un polinomio de segundo orden normalmente resuelve el problema; sin embargo, en vibraciones complejas, el grado del polinomio se incrementa y se vuelve un tanto subjetivo. En el presente artículo, la corrección de la tendencia se realiza mediante el método de EMD.

Además de lidiar con las tendencias, existe el desconocimiento de las condiciones iniciales de la velocidad y el desplazamiento, las cuales suelen ser definidas como cero. Esta consideración genera errores de desplazamientos verticales y horizontales en los resultados, mismos que también deben ser manejados para minimizar los errores en la integración [29].

La regla de Simpson se divide en dos tipos: 1/3 y 3/8, como se muestra a continuación:

a) Regla de Simpson 1/3:

$$I_{1/3} = \int_{t_0}^{t_1} f(t)dt \approx \frac{t_1 - t_0}{6} (f(t_0) + 4f(\frac{t_1 + t_0}{2}) + f(t_1)) - \frac{(t_1 - t_0)^5}{2880} f^{(4)}(\xi) \quad (11)$$

b) Regla de Simpson 3/8:

$$I_{3/8} = \int_{t_0}^{t_1} f(t)dt \approx \frac{t_1 - t_0}{8} (f(t_0) + 3f(\frac{t_1 + 2t_0}{3}) + 3f(\frac{2t_1 + t_0}{3}) + f(t_1)) - \frac{(t_1 - t_0)^5}{6480} f^{(4)}(\xi) \quad (12)$$

Donde, t_0 y t_1 son el tiempo inicial y final del rango de estudio, respectivamente, $f \in C^4(t_0, t_1)$. Ambas expresiones tienen una precisión de tercer orden y, como puede observarse, el tipo 3/8 tiene el error de truncamiento menor, $e(f)$.

$$e(f) = \frac{(t_1 - t_0)^5}{6480} f^{(4)}(\xi) \quad (13)$$

Buscando la mayor precisión y el menor tiempo de procesamiento en la integración, se usó la regla de Simpson 3/8 en el presente trabajo.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El experimento consistió en analizar las fallas por desbalanceo con y sin fricción del rotor mostrado en la Figura 1. Se analizaron seis condiciones de operación como se indican en la Tabla 1. La masa del desbalanceo fue constante y los cálculos se realizaron para dos velocidades. La velocidad de análisis siempre estuvo

por debajo de la velocidad crítica, que para el caso tiene un valor de $\omega_n = 4\,575$ rpm.

Tabla 1. Condiciones de prueba del experimento.

CASO No.	CONDICIÓN DE PRUEBA	VELOCIDAD (RPM)
1	Sin Desbalanceo	250
2	Sin Desbalanceo	500
3	Con Desbalanceo	250
4	Con Desbalanceo	500
5	Sin Desbalanceo + Fricción	250
6	Sin Desbalanceo + Fricción	500
7	Con Desbalanceo + Fricción	250
8	Con Desbalanceo + Fricción	500

El sistema para la adquisición de datos consiste en un controlador embebido CompactRIO cRio-9074, 8 ranuras, CPU 400 MHz, 128 MB RAM, almacenamiento 256 MB, FPGA de 2M de Compuertas de National Instruments. Contiene un módulo de 4 canales NI9234 para la adquisición de datos dinámicos, un canal para entradas análogas NI9205 y otro módulo digital con 32 canales NI9403. Los datos fueron adquiridos y procesados mediante un programa elaborado en el paquete de ingeniería LabVIEW.

Para medir la aceleración se utilizó un acelerómetro uniaxial ADXL103 con un rango de medición de ± 1.7 g, una sensibilidad de 1 000 mV/g y un ancho de banda de 0.5 Hz a 2.5 kHz. El acelerómetro fue colocado en posición vertical y ubicado por debajo del primer apoyo A del rotor según la Figura 1. La celda de carga es de la marca Rhino tipo RH1242 con una capacidad para 100 kg de carga.

Para la adquisición de datos de aceleración, la frecuencia de adquisición del sistema fue de 3 kHz, tomando muestras de 20 bloques de 1 042 datos cada uno. Lo cual da una resolución muestral bastante fina y, por tanto, sobrada para el caso analizado.

Es importante conocer la velocidad crítica del sistema para evitar trabajar bajo su influencia; ésta fue $\omega_n = 4\,775.7$ rpm. De la Ec. (6), para $M = 0.819$ kg, $a = b = 350$ mm, $L = 700$ mm, $E = 2.1E^{11}$ Pa, $I = 6.397E^{-9}$ m⁴ y considerando un material AISI 4140 para la flecha. Las velocidades de prueba fueron de 250 rpm y 500 rpm.

Como primer paso se tomaron los espectros de aceleración para cada uno de los casos. Se realizaron 20

mediciones por cada caso estudiado. Cada espectro fue procesado para hacer coincidir la media con el valor de cero de la amplitud de la vibración. Todos los datos fueron normalizados para el proceso de integración. Cabe subrayar que el interés del presente trabajo es la cualificación de los patrones del comportamiento dinámico del sistema analizado y, específicamente, la identificación del comportamiento no lineal originado por la fricción. Los espectros de la aceleración para cada caso son mostrados en la Fig. 6.

A continuación, cada espectro de aceleración fue integrado por la regla de Simpson 1/3. Solo se analiza el primer caso con la intención de dar a conocer la metodología aplicada al procesamiento de la señal para obtener la velocidad. Para todos los casos la condición inicial, tanto para la velocidad como para el desplazamiento, fue de cero. El procesamiento de las señales se llevó a cabo mediante un algoritmo realizado en Python, por lo que todos los resultados tuvieron el mismo procesamiento.

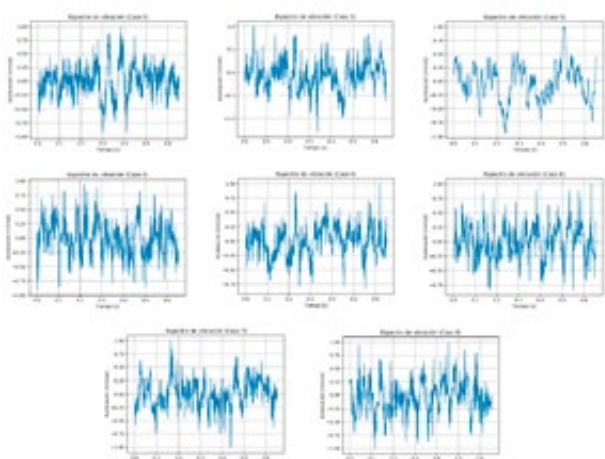
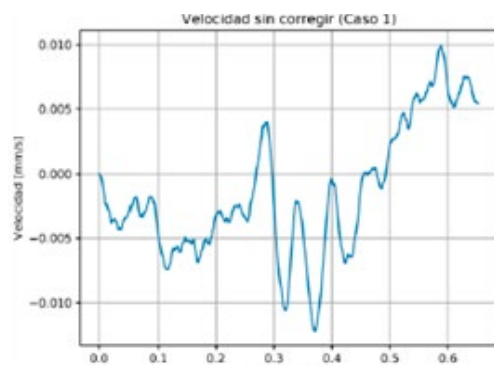


Figura 6. Espectros de aceleración de cada caso analizado. Como resultado de la integración se obtuvo el espectro de velocidad de la Fig. 7. Como puede observarse, existe una tendencia debida a los errores de integración, las condiciones iniciales, las frecuencias parásitas y los errores de medición.

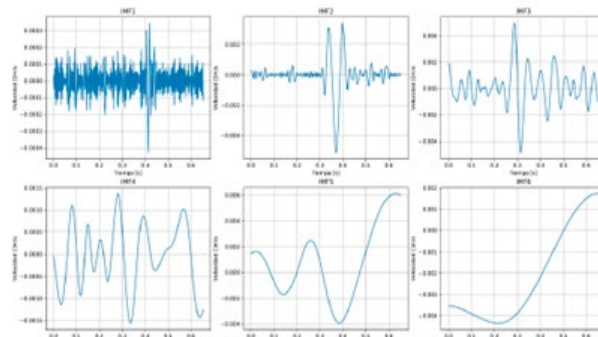
En este tipo de integraciones, las frecuencias bajas son amplificadas mientras que las frecuencias altas son disminuidas. A pesar de tratarse de un caso simple de desbalanceo —y posiblemente un poco de desalineación que se ha despreciado—, la tendencia no es lineal. Esta no linealidad en la tendencia de integración complica la búsqueda del polinomio de bajo orden. Mediante la técnica de mínimos cuadrados es factible encontrar dicha tendencia, sin embargo, este proceso se vuelve un tanto subjetivo dado que deja la elección



del grado del polinomio a la persecución del usuario. Figura 7. Velocidad obtenida con la integración con el método de Simpson 1/3.

En el presente trabajo, la tendencia debida a la integración es determinada por el método de EMD. Al descomponer la señal en sus IMFs, los primeros IMFs representan a las frecuencias más altas, y los finales corresponden a las frecuencias más bajas. De esta manera se tiene todo el abanico de posibilidades para estimar claramente la tendencia de la integración, además se da la posibilidad de eliminar las frecuencias que no sean de interés; para el caso de estudio solo se eliminará la tendencia de los errores de la integración.

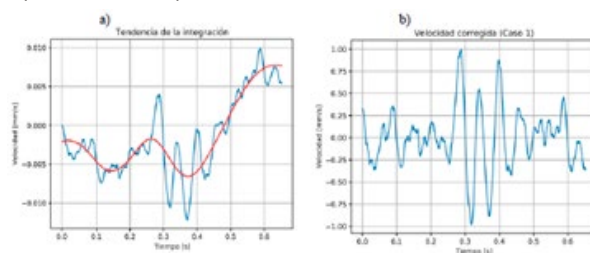
Aplicando el método EMD al espectro de velocidad calculado por la integración se obtuvieron los 6 IMFs de la Fig. 8. Los dos últimos IMFs reúnen las características



útiles para determinar la tendencia de la velocidad.

Figura 8. IMFs extraídos de la velocidad.

Al combinar el IMF5 e IMF6 se obtiene la tendencia que coincide con la tendencia de integración de la velocidad representada por la curva en color rojo (Fig. 9a). Cabe señalar que no solo se encuentra la tendencia del espectro, sino que también se hace la corrección debida



al valor inicial; esto puede observarse en la Fig. 9b.



Figura 9. Corrección de la tendencia de la velocidad por EMD.

A continuación, se vuelve a integrar el espectro de la velocidad para calcular el desplazamiento. El proceso se repite para cada uno de los ocho casos analizados. La figura 10 presenta una compilación de cada uno de los espectros de velocidad.

En una comparación visual entre la aceleraciones y velocidades obtenidas, se observa que las velocidades presentan espectros más suavizados, como si el proceso de integración por medio de EMD realizase una especie de filtrado. Cabe recordar que solo se eliminaron los dos últimos IMF, los cuales corresponden a la tendencia de integración y la frecuencia más baja.

En todos los casos, la combinación de ambos fue la que dio la mejor tendencia debida a la integración. Sin embargo, los espectros muestran una consistente representación del comportamiento con respecto al espectro de aceleración. A simple vista, es difícil encontrar di-

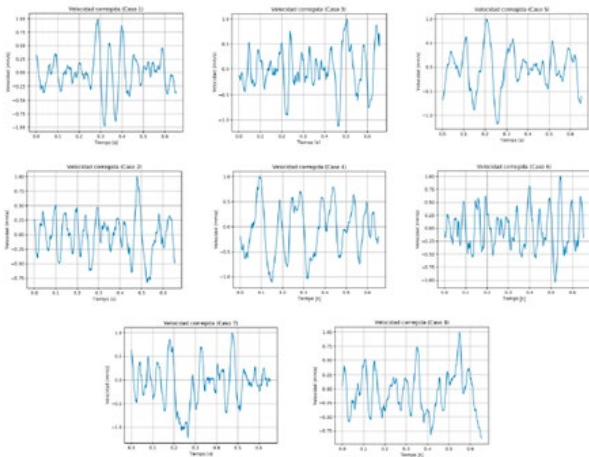


Figura 10. Velocidades corregidas con EMD para los ocho casos.

La Fig. 11, resume los desplazamientos obtenidos como resultado de la segunda integración. Nótese que éstos muestran un mayor grado de suavidad en su trazo. Del proceso de la segunda integración se obtuvieron como máximo 3 IMFs y un mínimo de 2. Es evidente que a medida en que se aplica el proceso sobre un mismo espectro tienden a disminuir los modos intrínsecos empíricos. Esta disminución influye en la información del resultado. A estas alturas solo se tiene el comportamiento más significativo de sistema dinámico. Sin embargo, los espectros no presentan errores de tendencia.

Los casos 7 y 8 tienen una terminación más prolongada de lo normal, posiblemente se deba a los errores del método EMD que se da en las terminaciones de los splines en los puntos finales de la serie. Este es un problema del método y en ocasiones también aparece en los puntos iniciales. Existen técnicas para solucionar

esta situación, sin embargo, se ha preferido dejarlos así al igual que a todos los casos para fines comparativos. Tampoco es fácil observar alguna diferencia entre los casos con y sin fricción a estas alturas.

Los espectros de desplazamiento son la base para la construcción de los diagramas de recurrencia. Los errores utilizados para cada RP se muestran en la Tabla 2. Todos los errores resultaron ser de $\epsilon=0.01$. Cada caso fue desarrollado con los mismos parámetros.

Con respecto a la fuerza de fricción normalizada generada por las condiciones de trabajo los casos 5 y 7 alcanzaron los valores más altos porque la velocidad tangencial es menor que en el caso 6 y 8, esto significa que con el incremento de la velocidad disminuyó el coeficiente de fricción entre las superficies dentro del rango de velocidades de estudio. Esta situación resulta

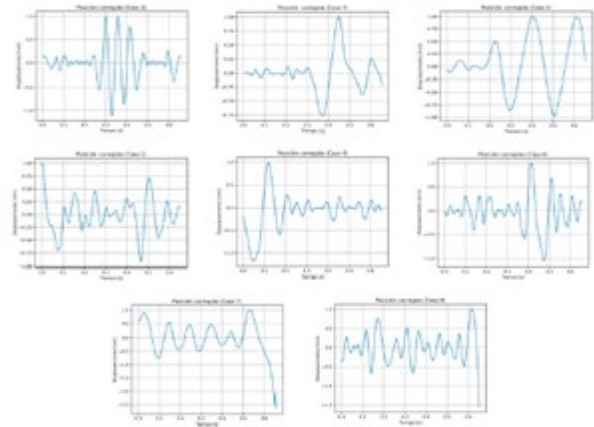


Figura 11. Velocidades corregidas con EMD para los ocho casos analizados.

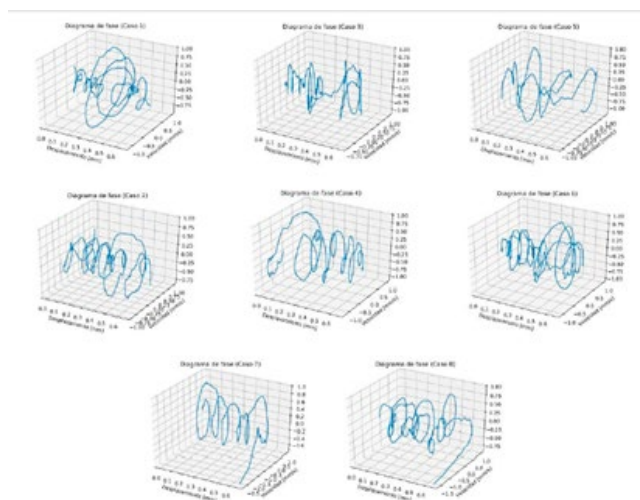
Tabla 2. Error de recurrencia de RP y fuerza de fricción.

CASO No.	ERROR DE RECURRENCIA	FUERZA DE FRICCIÓN (N)
1	0.01	0
2	0.01	0
3	0.01	0
4	0.01	0
5	0.01	0.94
6	0.01	0.77
7	0.01	1.00
8	0.01	0.60

Como una información adicional sobre el comportamiento dinámico del sistema y aprovechando los valores de la velocidad y del desplazamiento, se constru-

yeron las trayectorias de la fase en el espacio en para cada caso y pueden observarse en la Fig. 12.

En seguida se muestran los RPs para los cuatro primeros casos en los que no se aplica fricción. Para estos casos el disco gira libremente en su dirección radial y



solo está expuesto a flexión por el efecto del desbalanceo y su velocidad.

Figura 12. Diagramas de fase para cada caso analizado.

La interpretación de cada gráfico está desarrollada en la Tabla 2. De acuerdo con dicha tabla se realizó un análisis cualitativo tomando como base las características de la tipología y la textura de los RPs. Se identificaron los patrones de homogeneidad del sistema, la periodicidad, la existencia de corrimientos y si existen comportamien-

tos disruptivos, es decir, cambios subidos del sistema.

De igual manera, se analizó e interpretó la existencia de puntos, líneas diagonales y verticales. La idea del análisis fue identificar mediante los RPs el fenómeno no lineal generado por la aplicación de la fuerza de fricción sobre el diámetro exterior del disco.

La diagonal principal de los gráficos de recurrencia es el eje de simetría de las figuras y en todos los casos es la línea diagonal que une al vértice superior izquierdo con el vértice inferior derecho.

El análisis de la Tabla 3 mostró que los RPs sujetos a fricción presentaron una diferencia significativa en la tipología del gráfico. Dado que el sistema analizó la falla por desbalanceo con y sin fricción, queda claro que la diferencia en la tipología se debe al fenómeno no lineal de la fricción. Los dos casos más representativos del estudio son el número 4 y 8: visualmente hay una clara diferencia. De igual manera, el caso 1 con el disco sin desbalanceo y sin fricción, tiene una tipología caracterizada por los cuatro recuadros de alta densidad y las franjas verticales y horizontales.

Durante el procesamiento de las señales pudo constatar que el método RP es muy sensible a los cambios en los espectros; sin duda, la atenuación de la señal tuvo influencia en los resultados. A pesar de los errores debidos al proceso de integración, todos los casos fueron tratados con la misma metodología a través del algoritmo desarrollado para este efecto. Bajo estas condiciones, los resultados muestran en los dia-

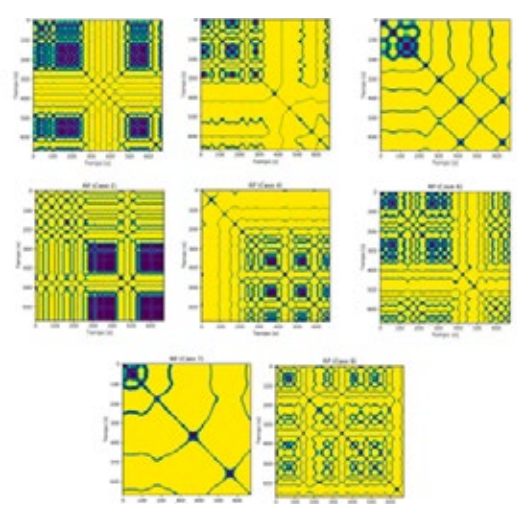
gramas claras características atribuidas a la fricción.

Tabla 3. Análisis cualitativo de los resultados para los ocho casos de estudio.

TIPOLOGÍA	CASOS ANALIZADOS			
	1	2	3	4
Homogeneidad	Homogeneidad típica de un sistema estacionario	Homogeneidad típica de un sistema estacionario	Homogeneidad típica de un sistema estacionario	Homogeneidad típica de un sistema estacionario
Periodicidad	Recuadros densos indican periodicidad inestable	Recuadros densos indican periodicidad inestable, geometría en esquina izquierda superior estabilidad	Recuadros densos pequeños indican poca periodicidad inestable, geometría circular en esquinas propias de estabilidad	Recuadros densos pequeños indican poca periodicidad inestable, geometría circular en esquinas propias de estabilidad
Corrimientos	No hay esquinas vacías características de corrimientos	No hay esquinas vacías características de corrimientos	No hay esquinas vacías características de corrimientos	No hay esquinas vacías características de corrimientos



TIPOLOGÍA	CASOS ANALIZADOS			
	1	2	3	4
Comportamiento disruptivo	Recuadros densos simétricos propios de un movimiento aleatorio	Recuadros densos simétricos propios de un movimiento aleatorio	Recuadros densos pequeño y simétricos propios de poco movimiento aleatorio	Recuadros densos pequeño y simétricos propios de poco movimiento aleatorio
TEXTURA:				
Puntos simples	Sin puntos simples indicando ausencia de ruido	Sin puntos simples indicando ausencia de ruido	Sin puntos simples indicando ausencia de ruido	Sin puntos simples indicando ausencia de ruido
Líneas diagonales	Sin líneas diagonales	Sin líneas diagonales	Sin líneas diagonales	Pequeñas líneas paralelas interrumpidas indicando mismas órbitas
Líneas verticales / horizontales	Claras líneas verticales y horizontales señalando un comportamiento con cambios suaves	Claras líneas verticales y horizontales señalando un comportamiento con cambios suaves	Claras líneas verticales y horizontales señalando un comportamiento con cambios suaves	Claras líneas verticales y horizontales señalando un comportamiento con cambios suaves
TIPOLOGÍA	CASOS ANALIZADOS			
	1	2	3	4
Homogeneidad	Homogeneidad típica de un sistema estacionario con cierta perturbación en la parte superior de la diagonal	Homogeneidad típica de un sistema estacionario con cierta perturbación en la parte superior de la diagonal y esquinas	Homogeneidad típica de un sistema estacionario con cierta perturbación en la parte superior de la diagonal	La mayor homogeneidad típica de un sistema estacionario con ciertas perturbaciones localizadas
Periodicidad	línea principal dividida por líneas perpendiculares mostrando una periodicidad compleja con órbitas inestables	Estructura mostrando una periodicidad irregular, puede deberse a la no linealidad de la fricción.	línea principal dividida por líneas perpendiculares mostrando una periodicidad compleja con órbitas inestables	Estructura mostrando una periodicidad irregular, puede deberse a la no linealidad de la fricción.
Corrimientos	No hay esquinas vacías características de corrimientos	No hay esquinas vacías características de corrimientos	No hay esquinas vacías características de corrimientos	No hay esquinas vacías características de corrimientos
Comportamiento disruptivo	Sin cambios súbitos	Recuadros densos pequeños simétricos propios de poco movimiento aleatorio	Sin cambios súbitos	Recuadros pequeños propios de poco movimiento aleatorio
TEXTURA:				
Puntos simples	Sin puntos simples indicando ausencia de ruido	Sin puntos simples indicando ausencia de ruido	Sin puntos simples indicando ausencia de ruido	Sin puntos simples indicando ausencia de ruido
Líneas diagonales	Pequeñas líneas paralelas interrumpidas indicando mismas órbitas	Sin líneas diagonales paralelas de un sistema aleatorio	Pequeñas líneas paralelas interrumpidas indicando pasos por la misma órbita	Pequeñas líneas paralelas y perpendiculares interrumpidas indicando pasos por la misma órbita



TIPOLOGÍA	CASOS ANALIZADOS			
	1	2	3	4
Líneas verticales / horizontales	Claras líneas verticales y horizontales señalando un comportamiento con cambios poco suaves	Zona localizada con ambos tipos de líneas indicando un sistema relativamente estable	Claras líneas verticales y horizontales indicando un comportamiento con cambios poco suaves	Pocas pequeñas líneas indicando un sistema relativamente estable

A continuación, se presentan los RPs correspondientes a los ocho casos analizados en la Fig. 13. Su interpretación cualitativa está dada en la Tabla 3.

Figura 13. RPs para los ocho casos de estudio.

CONCLUSIONES

De acuerdo con el análisis de los casos de estudio sobre el comportamiento dinámico del sistema formado por el ensamble de un disco sobre una flecha apoyada en dos chumaceras de manera simétrica, se aplicó una fuerza de fricción ejercida por la acción de una celda de carga sobre la superficie exterior del disco. Fueron analizadas cuatro combinaciones operacionales a dos velocidades diferentes y el objetivo fue identificar cualitativamente la influencia de la fricción a través de los RPs. En el modelo fue despreciado el peso de la flecha y el efecto de las chumaceras.

Los resultados mostraron una significativa diferencia cualitativa entre los dos casos extremos, 4 y 8, correspondientes a la condición de desbalanceo sin fricción y con fricción respectivamente. De acuerdo con la tipología pudo detectarse la presencia del fenómeno no lineal por la fricción.

Se observó que el método de RP es muy sensible a los cambios en los espectros de vibración y que el proceso de integración afecta los resultados.

La obtención de la velocidad y del desplazamiento

se realizó por medio de la integración de Simpson 1/3. Para corregir las tendencias debidas a los errores de la integración y de las condiciones iniciales fue aplicada la técnica EMD. El método EMD mostró un filtrado de datos por cada integración y al final se obtuvieron espectros suavizados. Al parecer es posible que se perdieran algunas frecuencias altas y bajas durante el proceso. No obstante, con los resultados obtenidos, se pudo lograr identificar la influencia de la fricción en los RPs.

Como trabajos futuros, puede trabajarse en la caracterización de la sensibilidad del análisis de RPs en otros tipos de fallas que incluyan fenómenos no lineales, tales como baleros y engranes. El presente estudio debe complementarse con un análisis cuantitativo para tener un resultado más concluyente. De igual manera, es deseable incrementar el rango de velocidades de estudio para tener una mejor caracterización de la falla en cuestión.

Dado que el método de integración tiene influencia en los resultados, es importante mejorarlos o probar con otras técnicas para incrementar la confiabilidad de los resultados, o bien confirmarlos. De igual manera, se deberá incluir la medición de vibración en plano radial horizontal para caracterizar el comportamiento en dicha dirección.

REFERENCIAS

[1] Alejandro A. Lozano Guzman, Juan Carlos A. Jáuregui Correa, "Las Vibraciones Mecánicas en el Mantenimiento Predictivo", *Colección fundap Ciencia y Tecnología para el Desarrollo*, 2013.

[2] Imrich Vojtko, Petr Baron, Martin Pollák, "Examining the Effect of Alignment of the Rotor of the Emissions Exhaust Fan on Its Operating Parameters", *Hindawi, Advances in Materials Science and Engineering*, Volume 2019, Article ID 4985395, 13 pages, <https://doi.org/10.1155/2019/4985395>.

[3] William Olarte C., Marcela Botero, A, Benhur A. Cañon Z., "Análisis de vibraciones: una herramienta clave en el mantenimiento predictivo", *Scientia et Technica*, Año XVI, No 45, agosto de 2010. Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701.

[4] BS EN 13303:2017, "Maintenance terminology, British Standards Institution", 2019.

[5] J.-P. Eckmann, S. Oliffson, D. Ruelle, "Recurrence Plots of Dynamical Systems", *Europhysics Letters*, 5 (1987) 973–977.

[6] Sylwester Samborski, Jakub Wieczorkiewicz, Rafal Rusinek, "A numerical-experimental study on damaged beams dynamics", *Eksploatacja Niezawodnosc – Maintenance and Reliability* 2015; 17 (4): 624–631, <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2015.4.20>.

[7] Shan Kan, Andy C. Tan, Joseph Mathew, "A review on prognostic techniques for non-stationary and



non-linear rotating Systems", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015.

[8] J. C. Jauregui-Correa, "Identification of nonlinearities in mechanical systems using Recurrence Plots" in *Non-linear Structural Dynamics and Damping*, Springer, 2019.

[9] J. C. Jauregui-Correa, *Nonlinear Structural Dynamics and Damping*, Springer, 2019.

[10] S. P. Mogal, D. I. Lalwani, "Experimental investigation of unbalance and misalignment in rotor bearing system using order analysis", *Journal of Measurements in Engineering*, volume 3, issue 4, 2015.

[11] Guilherme Kenji Yamamoto, Cesar da Costa, João Sinohara da Silva Sousa, "A smart experimental setup for vibration measurement and imbalance fault detection in rotating machinery", *Case Studies in Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 4, Pages 8-18, , 2016. ISSN 2351-9886, <https://doi.org/10.1016/j.csmssp.2016.07.001>.

[12] S. Sendhilkumar and N. Mohanasundaram and M. Senthilkumar and S. N. Sivanandam, "Elman Neural Network for Diagnosis of Unbalance in a Rotor-Bearing System", *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*, World Academy of Science, Engineering and Technology, Open Science Index 111, 2016, <https://publications.waset.org/pdf/10004647>.

[13] Stefan Heindel, Fabian Becker, Stephan Rinderknecht, "Unbalance and resonance elimination with active bearings on a Jeffcott Rotor", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 85, Pages 339-353, ISSN 0888-3270, <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2016.08.016>.

[14] Md. Mizanur Rahman, Mohammad Nasir Uddin, "Online Unbalanced Rotor Fault Detection of an IM Drive Based on Both Time and Frequency Domain Analyses", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 85, Pages 339-353, ISSN 0888-3270, <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2016.08.016>.

[15] René Bartkowiak, "Controlled synchronization at the existence limit for an excited unbalanced rotor", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Volume 91, Pages 95-102, 2017. ISSN 0020-7462, <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2017.02.012>.

[16] Hongrui Cao, Dong He, Songtao Xi, Xuefeng Chen, "Vibration signal correction of unbalanced rotor due to angular speed fluctuation", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 107, Pages 202-220, 2018. ISSN 0888-3270, <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2018.01.030>.

[17] Huaxia Deng, Yifan Diao, Jin Zhang, Peng Zhang, Mengchao Ma, Xiang Zhong and Liandong Yu, "Three-Dimensional Identification for Unbalanced Mass of Rotor Systems in Operation", *Applied sciences*, vol. 8, 2018. doi:10.3390/app8020173, www.mdpi.com/journal/applsci.

[18] Boris Andrievsky, Alexander L. Fradkov, Olga P. Tomchina, Vladimir I. Boikov "Angular Velocity and Phase Shift Control of Mechatronic Vibrational Setup", *IFAC-PapersOnLine*, This work was partly supported by the RFBR (Grants 17-08-01728), Volume 52, Issue 15, Pages 436-441, 2019, ISSN 2405-8963, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.714>.

[19] N. Ahobal and S. L. Ajit prasad, "Angular Velocity and Phase Shift Control of Mechatronic Vibrational Setup", *IOP Publishing Ltd, ICONAMMA2018, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 577 (2019) 012140, IOP Publishing, doi:10.1088/1757-899X/577/1/012140.

[20] Rodrigo Veronese Moreira, Alberto Paiva, "The Influence of Friction in Rotor-Stator Contact Nonlinear Dynamics", *Springer Nature Switzerland AG* 2019, K. L. Cavalca and H. I. Weber (Eds.): *IFTOMM 2018, MMS* 61, pp. 428-441, 2019, https://doi.org/10.1007/978-3-319-99268-6_30.

[21] PeterW. Tse, Dong Wang, "State Space Formulation of Nonlinear Vibration Responses Collected from a Dynamic Rotor-Bearing System: An Extension of Bearing Diagnostics to Bearing Prognostics", *Sensors*, vol. 17, 2017. doi:10.3390/s17020369. www.mdpi.com/journal/sensors.

[22] Sangbo Han, "Measuring displacement signal with an accelerometer", *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 24 (6), pp. 1329-1335, 2010. DOI 10.1007/s12206-010-0336-1, www.springerlink.com/content/1738-494x.

[23] Heuisoo Han, Mincheol Park, Sangki Park, Juh-yong Kim y Yong Baek, "Experimental Verification of Methods for Converting Acceleration Data in High-Rise Buildings into Displacement Data by Shaking Table Test", *Appl. Sci.* vol. 9(8), 2019. doi:10.3390/app9081653, www.mdpi.com/journal/applsci.

[24] Renato Ferrero, Filippo Gandino, Masoud Hemmatpour, "Estimation of Displacement for Internet of Things Applications with Kalman Filter", *Electronics*, vol. 8, 2019. doi:10.3390/electronics8090985, www.mdpi.com/journal/electronics.

[25] Hongjun Wang, Yongjian Ji, "A Revised Hilbert-Huang Transform and Its Application to Fault Diagnosis in a Rotor System", *Sensors*, vol. 18, 2018. doi:10.3390/s18124329, www.mdpi.com/journal/sensors

[26] Hongjun Wang, Yongjian Ji, "Effect of Different Detrending Approaches on Computational Intelligence Models of Time Series", *wcci 2010 IEEE World Congress on Computational Intelligence, July, ccib, Barcelona, Spain*18-23, 2010.

[27] Ricardo Araújo Rios, Rodrigo Fernandes de Mello, "Applying Empirical Mode Decomposition and mutual information to separate stochastic and deterministic influences embedded in signals", *Signal*

Proccesing, vol. 118, pp. 159–176, 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.07.003>.

[28] Hongjun Wang, Yongjian Ji, "A Revised Hilbert–Huang Transform and Its Application to Fault Diagnosis in a Rotor System", *Sensor*, vol. 18, 2018. doi:10.3390/s18124329, 2018, 18, 4329; doi:10.3390/s18124329.

[29] Jingbo Xu, Xiaohong Xu, Xiaomeng Cui, "A new recursive Simpson integral algorithm in vibration testing", *Australian Journal of Mechanical Engineering*, <https://doi.org/10.1080/14484846.2019.1682805>.

[30] Marwan, M. C. Romano, M. Thiel, J. Kurths: "Recurrence Plots for the Analysis of Complex Systems", *Physics Reports*, vol. 438(5-6), pp. 237-329, 2007.

[31] Neeraj Bokde, Andrés Feijóo, Daniel Villanueva, Kishore Kulat, "A Review on Hybrid Empirical Mode Decomposition Models for Wind Speed and Wind Power Prediction", *Energies*, vol. 12, 2019. doi:10.3390/en12020254, www.mdpi.com/journal/energies.

[32] Alexander Voznesensky, Dmitrii Kaplun, "Adaptive Signal Processing Algorithms Based on EMD and ITD", *Access*, doi:10.1109/ACCESS.2019.2956077