

# **ALGORITMO PARA EL USO DE LA HISTÉRESIS HIDRÁULICA EN MODELO DE FLUJO EN SUELOS NO SATURADOS**

---

Algorithm for the use of hydraulic hysteresis  
in flow model for unsaturated soils

Ramírez Jiménez Javier<sup>1\*</sup>, Jaime Moisés Horta Rangel<sup>1</sup>, Eduardo Rojas González<sup>1</sup>,  
Ma. de la Luz Pérez Rea<sup>1</sup>, Teresa López Lara<sup>1</sup>, Juan Bosco Hernández Zaragoza<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad Autónoma de Querétaro

\*Autor de correspondencia  
jramirez196@alumnos.uaq.mx

## RESUMEN

Se presenta un análisis de la histéresis hidráulica con base en el trabajo de Zhou *et al.* (2012) en un dominio de suelo no saturado como parte del análisis de flujo en dicho medio, con el objetivo de desarrollar una herramienta que permita obtener dos variables indispensables en la ecuación de esfuerzos efectivos de Bishop (1959): la succión y su respectivo parámetro  $\chi$ .

Se parte de información que corresponde a los cambios en la succión del suelo característico de Jurica, Querétaro. El problema de flujo se aborda a través de la analogía del fenómeno con un problema térmico transitorio y se resuelve aplicando el método del elemento finito en ANSYS 19.2. Se comparan las variaciones de succión y grado de saturación en diversas profundidades.

El modelo de histéresis hidráulica muestra una alta correlación al utilizar los datos experimentales de Viaene *et al.* (1994), este modelo se aplica a la Curva de Retención Agua-Suelo de Galaviz-González (2016), donde los resultados muestran mayores variaciones, tanto en la succión como en el grado de saturación, entre más superficial sea el punto de análisis.

**Palabras clave:** Geotecnia, Suelo no saturado, Histéresis hidráulica, Succión, Grado de saturación, Algoritmo.

## ABSTRACT

This work presents an analysis of hydraulic hysteresis based on the work of Zhou *et al.* (2012) in an unsaturated soil domain as part of the flow analysis of the medium, with the aim of developing a tool which allows the obtainment of two indispensable variables in Bishop's effective stress equation (1959): suction and its respective parameter  $\chi$ .

This information corresponds to the changes in the suction of the characteristic soil in Jurica, Querétaro. The problem is addressed

through the analogy of the phenomenon with a transient thermal problem and it is solved by applying the finite element method in ANSYS 19.2. Variations of suction and degree of saturation at different depths are compared.

The hydraulic hysteresis model has a high correlation when using the experimental data from Viaene *et al.* (1994). It is applied to the Galaviz-González (2016) Soil-Water Retention Curve, where the results show higher variations both in suction and degree of saturation at a more superficial analysis point.

**Keywords:** Geotechnics, Unsaturated soil, Hydraulic hysteresis, Suction, Degree of saturation, Algorithm.

## INTRODUCCIÓN

El trabajo presenta un análisis de la histéresis hidráulica en un dominio de suelo no saturado partiendo de información que corresponde a los cambios en la succión en un suelo característico de Jurica, Querétaro. El problema se aborda a través de la analogía del fenómeno de flujo en suelos no saturados con un problema térmico transitorio y se resuelve aplicando el método del elemento finito en ANSYS 19.2. Se comparan las variaciones de succión y grado de saturación en diversas profundidades con el fin de desarrollar una metodología que permita la obtención de las succiones y sus respectivos grados de saturación —que pueden considerarse como el parámetro  $\chi$  en la ecuación de esfuerzos efectivos de Bishop (1959) [1], [2]—.

El suelo puede concebirse como un sistema formado por diferentes fases. Cuando está saturado, los poros que existen entre las partículas sólidas están llenos de agua, pero en condición no saturada existe la presencia de una fase gaseosa y la presión hidrostática es negativa respecto a la presión del aire [3]. Este medio poroso puede verse sometido a cambios en su grado de saturación; es decir,



el porcentaje de agua presente en los poros del suelo puede cambiar. El paso de las estaciones del año, la acción del hombre o muchos otros eventos diversos pueden quitar o agregar agua al suelo.

Dentro de los poros de los suelos no saturados se desarrolla una presión denominada succión, la cual es sensible al cambio en la humedad y se define como un estado de presión negativa en el agua de dicho medio. Esta alcanza valores mayores cuanto menor sea su grado de saturación, es decir, cuando el suelo está más seco [4].

La relación entre las variables descritas, succión y grado de saturación, puede representarse de manera gráfica, pero el comportamiento de las curvas obtenidas no es el mismo cuando el suelo se humedece que cuando se seca: esa diferencia se conoce como histéresis. La histéresis es un fenómeno común en los procesos cíclicos en medios porosos, como el suelo [5], ésta puede afectar el comportamiento mecánico y de flujo en los suelos no saturados [6].

Zhou *et al.* (2012) [7] señalan que la succión puede ser usada como una variable fundamental para caracterizar el comportamiento hidráulico y mecánico del suelo. Al relacionarla de manera gráfica con el contenido de humedad o grado de saturación se obtiene la Curva de Retención Agua-Suelo o curva característica (SWRC, por sus siglas en inglés) [8].

La humedad en el suelo puede cambiar por un incremento en la fase líquida o un decremento en la misma, el comportamiento de la relación succión-grado de saturación es distinto en cada trayectoria debido a los siguientes factores:

- Ángulo de contacto entre el agua y el suelo durante secado y humedecimiento.
- Diversos tamaños de poros que están interconectados.
- Alternancia estructural del suelo inducida por humectación, secado y efectos tixotrópicos/envejecimiento [9].

Si bien la SWRC puede obtenerse con relativa facilidad a través de pruebas experimenta-

les partiendo de un suelo saturado a uno seco y viceversa, los ciclos de humedecimiento y secado en grados de saturación intermedios son los más frecuentes en la práctica de la ingeniería y no podrían evaluarse en laboratorio en su totalidad. Las curvas que se desarrollan dentro de la SWRC se conocen como ciclos de histéresis o curvas secundarias, pueden producirse de infinitas formas distintas, tienen como frontera las curvas principales de la SWRC y son asíntoticas a estas [9], [10].

Existen diferentes ecuaciones para relacionar el grado de saturación con la succión; la presentada en el trabajo de Zhou *et al.* (2012) [7] toma la ecuación de van Genuchten, de la cual Galaviz *et al.* (2014) [11] señalan que ese modelo es adecuado para ajustar la SWRC de los suelos arenosos y limosos, pero tiene sus limitantes con suelos arcillosos. Dicha ecuación considera tres parámetros de ajuste de la curva con datos experimentales para obtener las curvas principales de humedecimiento y secado, véanse Ecs. (1) y (2).

$$S_{ew} = \left[ 1 + \left( \frac{s}{a_w} \right)^{m_w} \right]^{-n_w} \quad (1)$$

$$S_{ed} = \left[ 1 + \left( \frac{s}{a_d} \right)^{m_d} \right]^{-n_d} \quad (2)$$

Donde  $S_{ew}$  y  $S_{ed}$  son los grados de saturación efectivos (que se definen como el cociente de la diferencia del grado de saturación y el grado de saturación residual entre la diferencia del grado de saturación cuando la succión es cero y el grado de saturación residual) en humedecimiento y secado respectivamente;  $s$  es la succión; y  $a_w$ ,  $m_w$ ,  $n_w$  y sus contrapartes con subíndice  $d$  son parámetros de ajuste para humedecimiento y secado respectivamente. Hay que recalcar que dichos parámetros son diferentes para la curva de secado y humedecimiento.

Con las curvas principales de la SWRC actuando como fronteras, el gradiente de escaneo, así como el valor de las succiones en las curvas principales, quedan planteados en las ecuaciones (3-6)

$$\frac{\partial S_{es}}{\partial S} (\text{humedecimiento}) = \left(\frac{s_w}{s}\right)^b \left(\frac{\partial S_{ew}}{\partial S}\right) \quad (3)$$

Con:

$$s_w = a_w \left( S_e^{\frac{1}{n_w} - 1} \right)^{\frac{1}{m_w}} \quad (4)$$

Donde  $s_w$  es la succión correspondiente a la frontera de humedecimiento y  $b$  es un parámetro de ajuste.

$$\frac{\partial S_{es}}{\partial S} (\text{secado}) = \left(\frac{s_d}{s}\right)^{-b} \left(\frac{\partial S_{ed}}{\partial S}\right) \quad (5)$$

Con:

$$s_d = a_d \left( S_e^{\frac{1}{n_d} - 1} \right)^{\frac{1}{m_d}} \quad (6)$$

Donde  $s_d$  es la succión correspondiente a la frontera de secado y  $b$  es un parámetro de ajuste.

Los elementos diferenciales que aparecen en las Ecs. (3) y (5) son las derivadas de las Ecs. (1) y (2) con respecto a la succión. Al evaluar determinada succión en la ecuación resultante se obtiene la pendiente de la recta tangente a la SWRC para la succión evaluada.

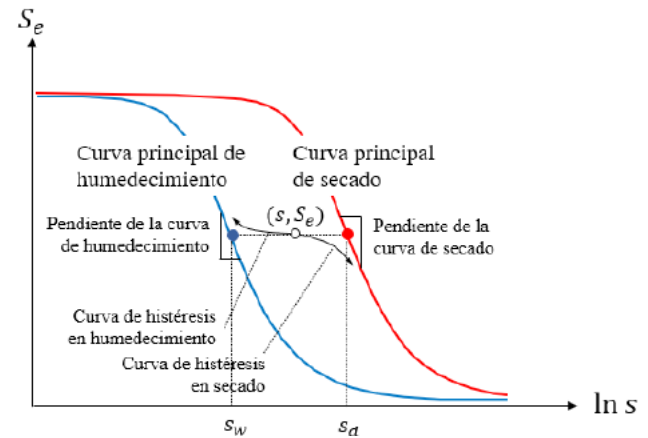
$$\frac{\partial S_{ew}}{\partial s} = -n_w \left[ 1 + \left(\frac{s}{a_w}\right)^{m_w} \right]^{-n_w - 1} \left(\frac{m_w}{a_w}\right) \left(\frac{s}{a_w}\right)^{m_w - 1} \quad (7)$$

$$\frac{\partial S_{ed}}{\partial s} = -n_d \left[ 1 + \left(\frac{s}{a_d}\right)^{m_d} \right]^{-n_d - 1} \left(\frac{m_d}{a_d}\right) \left(\frac{s}{a_d}\right)^{m_d - 1} \quad (8)$$

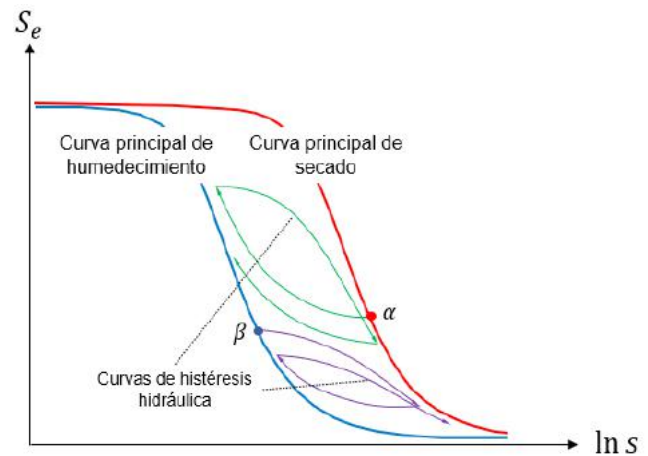
La información dada por las Ecs. (3) a (8) se resume en la figura 1, la cual establece la ley de escaneo y muestra las curvas principales de humedecimiento y secado. En la figura 2 se muestra una representación de las curvas de histéresis y su evolución ante repetidos ciclos de cambios de humedad.

El algoritmo desarrollado en ANSYS *Parametric Design Language* (APDL) no utiliza la ecuación de van Genuchten ni tampoco sus derivadas. Las curvas principales se obtienen tras introducir la dispersión de datos experimenta-

les y se grafican dentro del programa como una dispersión unida con líneas suavizadas.



**Figura 1.** Ley de escaneo y fronteras de humedecimiento y secado, modificada de Zhou et al. (Zhou, y otros 2012).



**Figura 2.** Esquema descriptivo del comportamiento de las curvas de histéresis hidráulica en repetidos ciclos de humedecimiento y secado a partir de fronteras distintas.

Dichos datos son almacenados en un parámetro (variable) de tipo matricial, denominado dentro del programa como TABLE. Los parámetros de este tipo tienen la particularidad de que a través de ellos pueden obtenerse valores intermedios por medio de interpolación lineal [12].

Las diferenciales se obtienen evaluando un pequeño incremento en el eje de las abscisas (succión) para obtener el incremento en el eje de las ordenadas (grado de saturación efectivo), posteriormente se evalúa la razón del incremento en el grado de saturación efectivo entre la succión de manera análoga a lo presentado en las Ecs. (7) y (8).



## METODOLOGÍA

Para el desarrollo del algoritmo computacional en APDL se requiere como entrada la cantidad de puntos experimentales en cada una de las ramas principales (humedecimiento y secado) de la SWRC, así como los valores de succión y grado de saturación en cada punto. Esto con la finalidad de definir el tamaño de los parámetros TABLE y sus elementos con los valores de la experimentación. En la Tabla 1 se presentan dichos datos experimentales, que se grafican como dentro de ANSYS una dispersión unida con líneas suavizadas. Para cualquier valor de succión (dentro del rango de las dispersiones) es posible obtener el grado de saturación a través de interpolación entre los puntos experimentales dados.

**Tabla 1.** Datos experimentales de la SWRC [13].

Secado		Humedecimiento	
Grado de saturación	Succión (kPa)	Grado de saturación	Succión (kPa)
1.000	1.00	0.980	1.00
0.934	48.12	0.930	21.08
0.913	90.91	0.894	37.21
0.810	158.00	0.863	75.56
0.753	277.80	0.763	163.37
0.669	954.00	0.679	499.90
0.566	2,327.40	0.588	971.90
0.529	6,415.50	0.474	4,395.40
0.397	29,153.00	0.398	8,488.00
0.261	82,658.40	0.266	45,760.40
0.146	138,820.30	0.153	110,597.00
0.018	168,415.50	0.010	168,415.50

La caracterización del suelo considerado en el trabajo se encuentra concentrada en la Tabla 2, fue obtenida de Galaviz-González (2016) y pertenece a un suelo expansivo ubicado en Jurica, Querétaro [13], [14].

**Tabla 2.** Propiedades geotécnicas del suelo usado en el análisis [13].

Propiedad	Símbolo	Magnitud	Propiedad	Símbolo	Magnitud
Contenido de agua	$W$	33 %	Índice de plasticidad	PI	45.79 %
Peso volumétrico	$\gamma_m$	16.60 kN/m <sup>3</sup>	Límite de contracción	CL	16.38 %
Gravedad específica	$S_s$	2.35	Contracción lineal	LC	18.24 %
Relación de vacíos	$e$	1.31	Contenido de grava	G	0
Porosidad	$n$	0.57	Contenido de arena	S	6.22 %
Grado de saturación	$S_e$	60.01 %	Contenido de finos	F	93.78 %
Contenido de agua volumétrico	$\theta$	34.04 %	Clasificación	SUCS	CH
Límite líquido	$LL$	74.36 %	Actividad	A	0.95
Límite plástico	$PL$	28.57 %	Permeabilidad saturada		5.83 x 10 <sup>-8</sup> m/s
Peso volumétrico seco	$\gamma_d$	1,359 kg/m <sup>3</sup>			

Para que el programa desarrolle la gráfica del primer ciclo de histéresis se debe indicar la succión de la que parte y la succión a la que llega, con eso se determina si el suelo se está humedeciendo o secando. Por ejemplo, si la succión inicial es mayor que la final, significa que el suelo está siendo humedecido; si se da el caso de que la succión inicial sea menor que la final, el suelo se está secando.

La selección de la curva principal para la primera curva secundaria está implícita, ya que si el primer ciclo secundario es de humedecimiento se partirá de la curva principal de secado, y si el primer ciclo secundario es de secado se partirá de la curva principal de humedecimiento. En caso de que no se parta de una curva principal, se deberá indicar el grado de saturación de partida además de las succiones inicial y final.

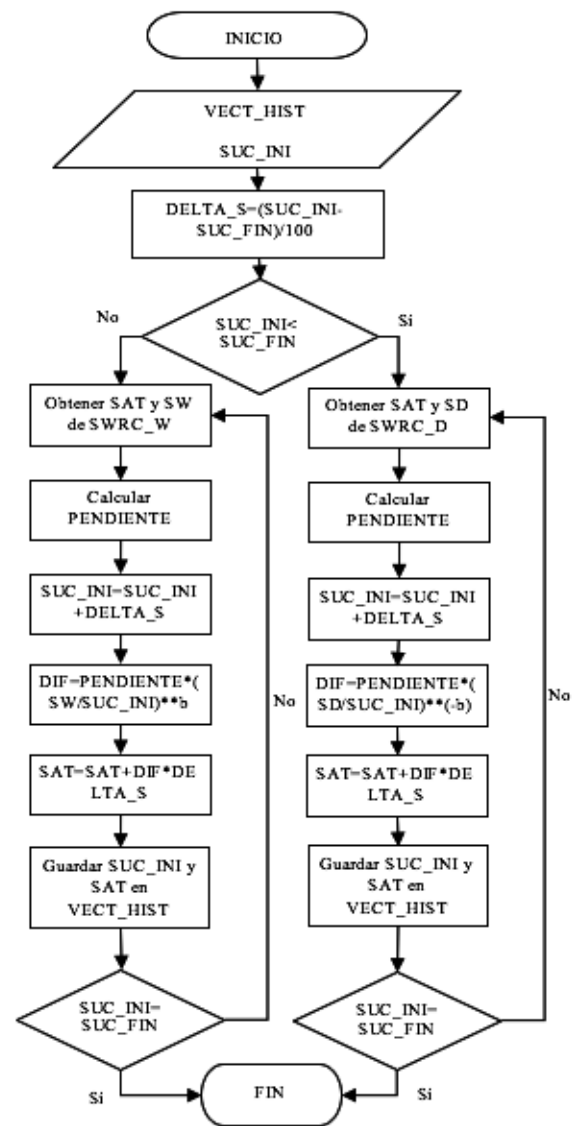
Tras calcular el primer ciclo secundario se pueden realizar tantos ciclos adicionales como se desee, éstos toman como valor de succión y grado de saturación inicial los del último punto de la trayectoria previa.

Las variables usadas en el algoritmo se describen en la Tabla 3 y la manera de operar del programa está esquematizada en el diagrama de flujo de la figura 3.

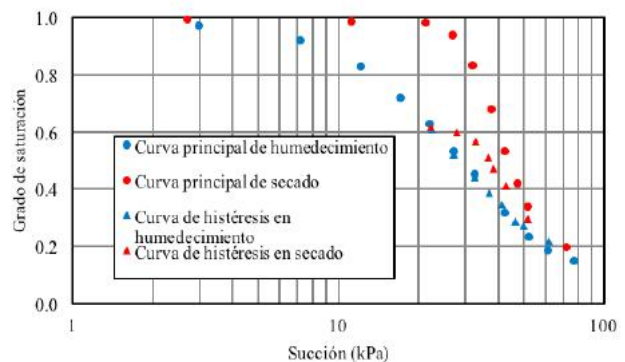
Una vez escrito el código para los ciclos de histéresis hidráulica se evalúa el modelo contrastándolo con datos experimentales (ver Fig. 4, [15]) a través del cuadrado del coeficiente de correlación, expresado en la ecuación (9). Donde  $r$  es el coeficiente de correlación,  $x$  representa el grado de saturación de los puntos experimentales,  $y$  representa el grado de saturación dado por el modelo evaluado en los mismos valores de succión que los puntos experimentales y las mismas variables testadas representan las medias.

**Tabla 3.** Variables utilizadas en el algoritmo de histéresis hidráulica.

Variable	Descripción
VECT_HIST	Parámetro TABLE que almacena los valores de succión y grado de saturación del ciclo de histéresis para definir su trayectoria.
SUC_INI	Parámetro escalar, succión inicial.
SUC_FIN	Parámetro escalar, succión final.
DELTA_S	Incremento de succión que se sumará gradualmente hasta que la variable SUC_INI se iguale a SUC_FIN.
SAT	Parámetro escalar, grado de saturación.
SW	Parámetro escalar, succión en la SWRC_W para un valor de grado de saturación conocido.
SD	Parámetro escalar, succión en la SWRC_D para un valor de grado de saturación conocido.
SWRC_W	Parámetro TABLE que contiene los puntos experimentales de humedecimiento de la Curva de Retención Agua-Suelo.
SWRC_D	Parámetro TABLE que contiene los puntos experimentales de secado de la Curva de Retención Agua-Suelo.
PENDIENTE	Pendiente de la Curva de Retención Agua-Suelo para un valor de grado de saturación dado.
DIF	Gradiente de escaneo calculado con las ecuaciones (3) y (5).
b	Parámetro empírico siempre positivo [7].



**Figura 3.** Diagrama de flujo para el cálculo de los ciclos de histéresis.



**Figura 4.** Dispersión de valores experimentales de la curva de retención y de histéresis, datos de Víaene et al. [15].

$$r^2 = \left( \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2 \sum(y-\bar{y})^2}} \right)^2 \quad (9)$$



Los ciclos de histéresis al interior de las curvas principales partirán de una succión de 61.97 kPa y un grado de saturación de 0.22; en el primer ciclo el suelo se humedece hasta llegar a una succión de 22.20 kPa; en el segundo ciclo (partiendo del primero) el suelo se seca y alcanza una succión de 51.69 kPa. Se consideraron los valores anteriores con base en la información experimental disponible.

Teniendo lo anterior se observará el desempeño del programa sobre un análisis usando el método del elemento finito que sirve para determinar los cambios de succión en un dominio a lo largo de 48 meses. Para modelar el flujo en suelos no saturados se emplea un análisis análogo a un problema térmico transitorio.

A través de la aplicación de la ley de Darcy y la ecuación de continuidad de flujo, y asumiendo al cuerpo como un material homogéneo e isotrópico, puede obtenerse la ecuación de difusión (10) para describir el flujo de humedad en un suelo no saturado [16]. Dicha ecuación tiene la misma estructura que la ecuación diferencial de transferencia de calor.

$$\frac{1}{D} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} \quad (10)$$

Donde:

- $D = k/(c\gamma_d)$  = coeficiente de difusión.
- $s$  = succión del suelo.
- $t$  = tiempo.
- $k$  = permeabilidad o conductividad hidráulica.
- $c = \Delta Se/\Delta s$  = la humedad característica o pendiente en las curvas principales de la SWRC.
- $\gamma_d$  = peso volumétrico seco.
- $x, y, z$  = coordenadas espaciales.

Las variables análogas son:

- La temperatura como la succión  $s$  del suelo.
- La capacidad específica como  $1/D$ , donde  $D$  es el coeficiente de difusión del suelo.

- La conductividad térmica como la permeabilidad  $k$  del suelo.

Debido a que tanto el coeficiente de difusión como la permeabilidad, entre otras variables, están en función de la succión, el problema presenta no linealidad.

El dominio de análisis (Fig. 5) se considera de 12 metros de longitud por 2.40 metros de profundidad, con elementos finitos cuadrados de 0.10 metros, dando un total de 2,880 elementos y 3,025 nodos. Se considera una capa impermeable de 3.60 metros en la zona central de su superficie, y la acción de la lluvia y evapotranspiración en los extremos. Para el inicio del análisis debe asignarse un valor de succión a cada nodo del dominio; se considera como succión de inicio a la succión de equilibrio de 2,600 kPa a 4.5 metros de profundidad [17].

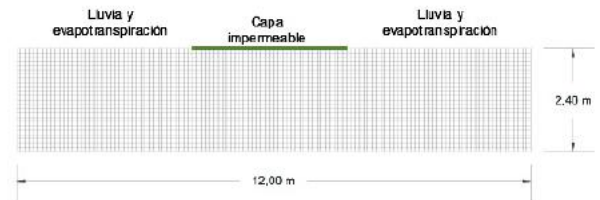


Figura 5. Dominio con elementos finitos cuadrados a utilizar para análisis de flujo en suelos no saturados.

El modelo de precipitación considerado es cíclico cosinusoidal (11) porque reporta mejores resultados de acuerdo a los datos in situ.

$$P(m) = 140 \cos\left(\frac{\pi}{6}m - \frac{\pi}{2}\right) \quad (11)$$

Donde:

- $P$  = precipitación en mm.
- 140 = amplitud de la función correspondiente a una precipitación máxima de 140 mm.
- $m$  = mes de análisis, de 1 a 12.
- $\pi/2$  = ángulo de fase

Finalmente, se evaluarán las curvas de histéresis hidráulica a medida que aumenta la profundidad en los nodos a, b y c, mostrados en la figura 6, con coordenadas (2.1,0.0), (2.1,-0.6) y (2.1,-1.2) respectivamente.

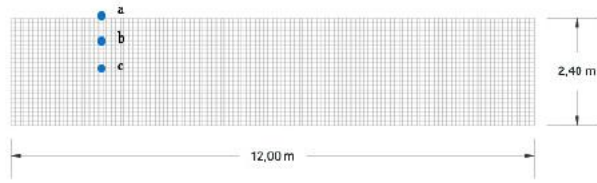
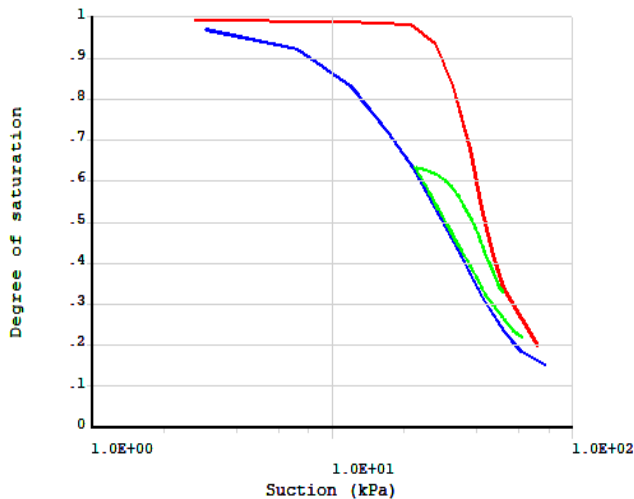


Figura 6. Nodos en los que se aplicará el algoritmo de histéresis hidráulica.

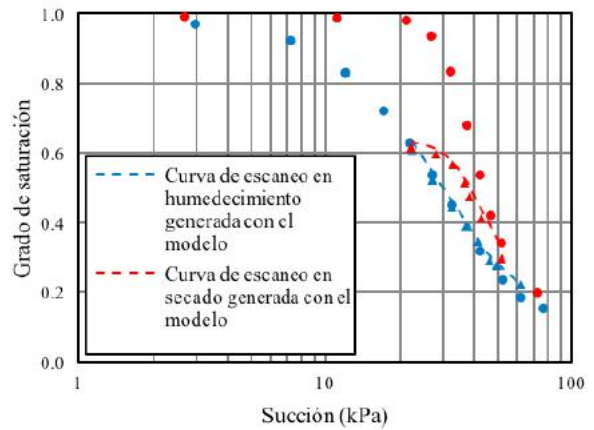
## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las gráficas resultantes de comparar los datos experimentales de succión y saturación de Viaene *et al.* (1994) se muestran en la figura 7. Se calcularon los cuadrados de los coeficientes de correlación para cada curva de histéresis, con resultados de 0.9993 y 0.9967 para el primer y segundo ciclo respectivamente.

Al realizar el análisis térmico en el dominio para hallar las succiones en los nodos a lo largo del tiempo, la información es almacenada en un parámetro matricial con 3,025 filas (correspondientes al total de nodos) y 48 columnas (correspondientes a los meses de análisis), en la figura 8 se muestran dos diagramas con el rango de las succiones presentadas tras el primer y último mes.

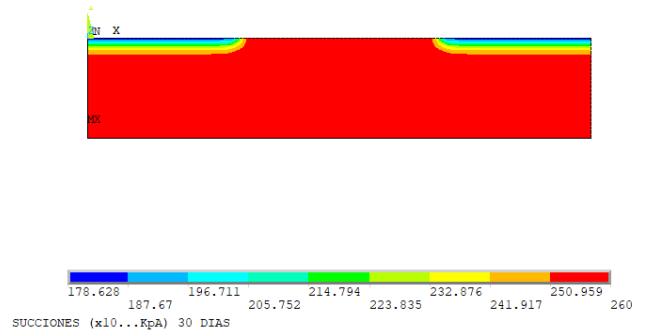


a)

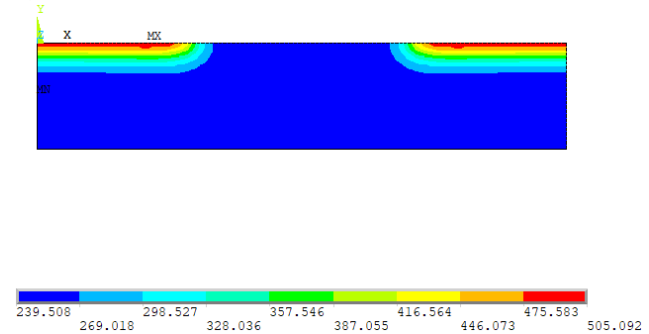


b)

Figura 7. Comparación de las curvas de histéresis hidráulica: a) Curvas generadas en ANSYS 19.2; b) Trayectoria de las curvas generadas comparada con los puntos experimentales [15].



a)



b)

Figura 8. Cambios en las succiones del dominio en  $\text{ton}/\text{m}^2$ : a) Primer mes de análisis, b) Último mes de análisis. Generadas en ANSYS 19.2.

Al aplicar el algoritmo de histéresis hidráulica en los nodos señalados en la Fig. 6 se obtienen los grados de saturación correspondientes a cada cambio de succión al paso del tiempo y dicha información se concentra en la Tabla 4; se exhibe gráficamente en la figura 9.

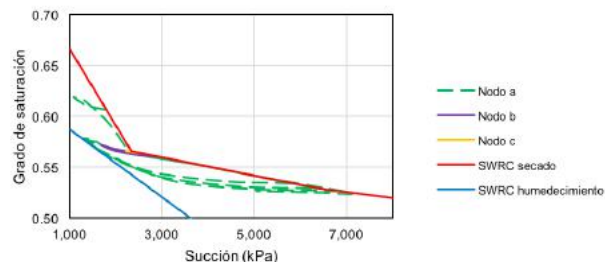




**Tabla 4.** Valores de succión derivados del análisis térmico con sus respectivos grados de saturación tras aplicar el algoritmo de histéresis hidráulica.

Mes	Succiones en nodos (kPa)			Grados de saturación en nodos		
	a	b	c	a	b	c
1	1,786.29	2,581.77	2,599.86	0.6066	0.5637	0.5635
2	1,397.93	2,495.30	2,598.34	0.6104	0.5641	0.5635
3	1,176.92	2,233.85	2,591.33	0.6157	0.5656	0.5636
4	1,089.35	1,907.53	2,569.02	0.6191	0.5687	0.5637
5	1,139.46	1,723.81	2,517.43	0.6185	0.5712	0.5639
6	1,356.36	1,681.55	2,431.53	0.6144	0.5719	0.5643
7	1,876.02	1,750.82	2,334.85	0.5920	0.5705	0.5649
8	2,973.55	1,861.46	2,265.95	0.5599	0.5680	0.5653
9	4,907.88	2,042.04	2,223.90	0.5425	0.5656	0.5656
10	5,777.07	2,173.89	2,227.52	0.5347	0.5649	0.5656
11	5,408.50	2,343.76	2,244.12	0.5349	0.5640	0.5655
12	4,345.30	2,496.12	2,263.98	0.5364	0.5630	0.5654
13	2,779.73	2,625.76	2,295.44	0.5454	0.5621	0.5651
14	1,814.02	2,650.46	2,326.05	0.5633	0.5620	0.5649
15	1,416.15	2,577.99	2,355.41	0.5743	0.5623	0.5647
16	1,270.90	2,368.62	2,377.67	0.5787	0.5635	0.5646
17	1,294.77	2,065.16	2,385.15	0.5786	0.5660	0.5645
18	1,524.41	1,934.76	2,370.92	0.5766	0.5675	0.5646
19	1,972.13	1,933.28	2,344.64	0.5666	0.5675	0.5647
20	3,643.50	2,034.53	2,298.11	0.5537	0.5658	0.5650
21	5,112.37	2,135.74	2,278.76	0.5406	0.5653	0.5652
22	6,342.72	2,275.54	2,274.03	0.5295	0.5645	0.5652
23	6,129.02	2,450.57	2,280.59	0.5296	0.5634	0.5652
24	4,658.04	2,644.48	2,298.02	0.5313	0.5621	0.5650
25	2,945.14	2,776.72	2,328.85	0.5410	0.5611	0.5648
26	1,860.14	2,795.77	2,359.96	0.5615	0.5609	0.5646
27	1,457.20	2,723.73	2,390.17	0.5729	0.5612	0.5644
28	1,318.31	2,539.86	2,413.85	0.5771	0.5620	0.5642
29	1,353.59	2,254.61	2,424.81	0.5769	0.5639	0.5641
30	1,609.53	2,070.46	2,418.52	0.5742	0.5656	0.5642
31	2,065.99	2,045.98	2,402.76	0.5656	0.5659	0.5643
32	3,839.43	2,127.87	2,366.73	0.5520	0.5655	0.5645
33	5,376.45	2,226.67	2,348.18	0.5382	0.5649	0.5646
34	6,725.33	2,376.43	2,339.39	0.5271	0.5640	0.5646
35	6,388.80	2,555.03	2,341.31	0.5273	0.5628	0.5646
36	4,969.24	2,729.23	2,352.56	0.5287	0.5615	0.5646
37	3,349.58	2,860.40	2,376.17	0.5356	0.5605	0.5644
38	2,077.93	2,896.41	2,405.15	0.5557	0.5602	0.5642
39	1,573.83	2,841.51	2,434.80	0.5693	0.5604	0.5640
40	1,367.92	2,689.45	2,459.48	0.5755	0.5610	0.5638

41	1,362.80	2,442.56	2,473.54	0.5757	0.5622	0.5637
42	1,713.62	2,153.64	2,468.60	0.5714	0.5645	0.5637
43	2,350.50	2,128.93	2,453.08	0.5639	0.5647	0.5638
44	3,457.36	2,168.44	2,431.86	0.5554	0.5646	0.5639
45	4,956.45	2,253.20	2,410.82	0.5420	0.5642	0.5640
46	7,074.79	2,473.33	2,393.85	0.5250	0.5629	0.5641
47	6,346.73	2,654.08	2,395.67	0.5254	0.5617	0.5641
48	5,037.81	2,801.59	2,404.54	0.5268	0.5607	0.5641



**Figura 9.** Ciclos de histéresis en diversos nodos en la SWRC.

Es importante recalcar que la succión tiene una mayor variación en la superficie que a mayor profundidad; el nodo "a" (el más superficial) reporta las mayores variaciones de succión y el nodo "c" (el más profundo) reporta datos más homogéneos. La desviación estándar en las succiones del nodo "a" es de 1,912.29 kPa, mientras que la del nodo "c" es de 92.14 kPa.

## CONCLUSIONES

La aportación al desarrollar el algoritmo en APDL radica en que no es necesario obtener una ecuación que describa el comportamiento de la Curva de Retención Agua-Suelo, ya que la gráfica puede obtenerse sólo con ingresar la cantidad y valores de los puntos experimentales. Los puntos intermedios, así como las pendientes que necesita el algoritmo de histéresis para funcionar se pueden obtener a través de interpolación dadas las características de los parámetros tipo TABLE.

Este modelo muestra una alta correlación con los datos experimentales, como se pudo comprobar al contrastar la información ge-

nerada por medio del modelo con los datos de Viaene *et al.* (1994). En general, el algoritmo funciona correctamente; sin embargo, en caso de que los puntos experimentales no describan curvas apropiadas —por ejemplo, que se crucen o que si al trazar una vertical se corte a la curva en más de un punto— se puede optar por un ajuste con algún método, como podría ser el dado por Zhou *et al.* (2012), antes de generar los parámetros TABLE, y después ingresarlos al programa.

El análisis de los ciclos de histéresis en los puntos propuestos mostró que la mayor variación en la succión al paso del tiempo debido a cambios estacionales se presenta en la superficie y disminuye a medida que la profundidad aumenta. Esto también aplica para el grado de saturación: existe mayor variación cuando el punto de análisis está más próximo a la superficie.

La importancia del algoritmo también recae en su versatilidad para ser usado en la evaluación de una o de una gran cantidad de muestras, cuyos datos pueden almacenarse en una matriz, donde cada renglón corresponde a una muestra distinta y cada columna a un cambio de succión a lo largo del tiempo, como fue el caso del análisis para determinar las succiones del dominio a través del método del elemento finito.

Tomando en consideración lo anterior, es factible trabajar el modelo para su aplicación en la obtención del esfuerzo por succión, ya que éste es el producto de la succión y de un parámetro  $\chi$  de la ecuación de esfuerzos efectivos de Bishop, el cual se considera igual al grado de saturación o como una función del mismo.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al consejo nacional de ciencia y tecnología por su apoyo durante toda esta investigación.

## REFERENCIAS

- [1] A. L. Öberg and G. Sälfors, "A rational approach to the determination of the shear strength parameters of unsaturated soils," *First Int. Conf. Unsaturated Soils*, pp. 151–156, 1995.
- [2] A. Bishop, "The principle of effective stress," *Tek. Ukebl.*, vol. 39, pp. 859–863, 1959.
- [3] D. G. Fredlund and H. Rahardjo, *Soil mechanics for unsaturated soils*. United States of America: Inter-Science, 1993.
- [4] J. A. Zepeda Garrido and A. Pérez García, "Succión y estado del agua en el suelo," in *Mecánica de suelos no saturados*, Querétaro, 2004, pp. 45–82.
- [5] E. Rojas and F. Rojas, "Modeling hysteresis of the soil water retention curve," *Soils Found.*, pp. 135–145, 2005.
- [6] J. Kim, W. Hwang, and Y. Kim, "Effects of hysteresis on hydro-mechanical behavior of unsaturated soil," *Eng. Geol.*, vol. 245, pp. 1–9, 2018.
- [7] A. N. Zhou, D. Sheng, S. W. Sloan, and A. Gens, "Interpretation of unsaturated soil behaviour in the stress - Saturation space, I: Volume change and water retention behaviour," *Comput. Geotech.*, vol. 43, pp. 178–187, 2012.
- [8] X. S. Li, "Modelling of hysteresis response for arbitrary wetting/drying paths," *Comput. Geotech.*, vol. 32, no. 2, pp. 133–137, 2005.
- [9] Z. Han, S. K. Vanapalli, and W. L. Zou, "Simple Approaches for Modeling Hysteretic Soil Water Retention Behavior," *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, vol. 145, no. 10, pp. 1–12, 2019.
- [10] D. G. Fredlund, H. Rahardjo, and M. D. Fredlund, *Unsaturated soil mechanics in engineering practice*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [11] R. Galaviz González, J. Horta Rangel, E. Rojas González, M. L. Pérez-Rea, and J. Robles, "Un nuevo procedimiento para predecir los ciclos secundarios de histéresis de los suelos no saturados.," *Memorias la XXVII Reun. Nac. Mecánica Suelos e Ing. Geotécnica*, pp. 1–8, 2014.



[12] ANSYS, "ANSYS Parametric Design Language Guide," 2019. [Online]. Available: [https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v194/ans\\_apdl/Hlp\\_P\\_APDL3\\_11.html%23apdltbltyptlm8599](https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v194/ans_apdl/Hlp_P_APDL3_11.html%23apdltbltyptlm8599). [Accessed: 24-Mar-2020].

[13] R. Galaviz González, "Modelo acoplado (termo-mecánico) para suelos no saturados bajo el concepto de esfuerzos efectivos," Universidad Autónoma de Querétaro, 2016.

[14] R. Galaviz González, J. Horta Rangel, D. Avalos Cueva, P. Limón Covarrubias, and J. Robles Sotelos, "Hysteresis cycles prediction and their behavior on expansive soil-water retention curve," *XVI Pan-American Conf. Soil Mech. Geotech. Eng.*, no. December, pp. 536–537, 2019.

[15] P. Viaene, H. Vereecken, J. Diels, and J. Feyen, "A statistical analysis of six hysteresis models for the moisture retention characteristic," *Soil Sci.*, vol. 157, no. 6, pp. 345–355, 1994.

[16] J. Li, "Two dimensional simulation of a stiffened slab on expansive soil subject to a leaking underground water pipe," *Geotech. Spec. Publ.*, no. 147, pp. 2098–2109, 2006.

[17] T. López Lara, "Resistencia al esfuerzo cortante en arcillas expansivas de Jurica, Querétaro," Universidad Autónoma de Querétaro, 1995.