



PERSPECTIVAS DE LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

7



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
FACULTAD DE INGENIERÍA

AÑO 4 NÚMERO 7



CONACYT



PERSPECTIVAS DE LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA



UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA
DE QUERÉTARO



FACULTAD
DE INGENIERÍA



DIPFI
POSGRADO
INGENIERÍA

DIRECTORIO

Dra. Margarita Teresa de Jesús García Gasca
Rectora

Dr. Javier Ávila Morales
Secretario Académico

Dr. Eduardo Núñez Rojas
Secretario de Extensión y Cultura Universitaria

Dra. Ma. Guadalupe Flavia Loarca Piña
Secretaria de Investigación, Innovación y Posgrado

Lic. Federico de la Vega Oviedo
Director del Fondo Editorial Universitario

Dr. Manuel Toledano Ayala
**Director
Facultad de Ingeniería**

Dr. Juan Carlos Jáuregui Correa
**Jefe de Investigación y Posgrado
Facultad de Ingeniería**

MDI. Jorge Javier Cruz Florín
**Coordinador de Diseño e Imagen
Facultad de Ingeniería**

Perspectivas de la Ciencia y la Tecnología

Año 4. Número 7, junio de 2021, *Perspectivas de la Ciencia y la Tecnología* es una publicación semestral editada y publicada por la Universidad Autónoma de Querétaro, División de Investigación y Posgrado de la Facultad de Ingeniería. Centro Universitario, Cerro de las Campanas s/n, Col. Las Campanas, C.P. 76010, Tel. (442) 192-12-00, ext. 7035.

Reserva de Derechos al Uso Exclusivo

No. 04-2017-032412430300-203

ISSN: En trámite

Ambos registros están en trámite por el Instituto Nacional de Derechos de Autor.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación.

Queda estrictamente prohibida la reproducción total o parcial del contenido e imágenes de la publicación sin plena autorización de la Universidad.

DIRECCIÓN

Dr. Manuel Toledano Ayala

EDITORES RESPONSABLES

Dr. Juan Carlos Jáuregui Correa
MC. Christopher Alexis Cedillo Jiménez
MC. Stephanie Virginia Camacho Gutiérrez

EDITORES ASOCIADOS

Dr. Juan Bosco Hernández Zaragoza
Dra. María de la Luz Pérez Rea
Dra. Fabiola León
Dr. Guadalupe Moisés Arroyo Contreras
Dr. Adán Mercado Luna
Dr. Christian Eduardo Hernández Mendoza
Dr. José Antonio Romero Navarrete
Dra. Teresa López Lara
Dr. Jorge Pineda Piñón
Dra. Lina García Mier
Dr. Andrés Cruz Hernández
Dra. Rosalia Ocampo
Dr. Roberto Galaviz Gonzalez
Dr. Alejandro Manzano Ramírez
Dr. Oscar Pérez Veyna
Dr. José de Jesús Pérez Bueno
Dr. Enrique Rico García
Dra. Yanet Antonio Zárate
Dr. José Luis Reyes Araiza
M. Eric Leornado Huerta Manzanilla
Dr. Luis Miguel Contreras Medina
Dr. Eduardo Rojas González

COMITÉ EDITORIAL

DISEÑO EDITORIAL

Alejandro Zamorano Gómez
Jorge Javier Cruz Florín
COORDINACIÓN DE DISEÑO E IMAGEN
FACULTAD DE INGENIERÍA

PORTADA

Alejandro Martínez Aguilar

CUIDADO DE LA EDICIÓN

Daniela Pérez
Soid Lazlo Ruiz
DISEÑO EDITORIAL
FACULTAD DE INGENIERÍA

10. INITIAL POPULATION GENERATION CRITERIA FOR THE OPTIMIZATION OF BUS LINES WITH GENETIC ALGORITHMS

Criteria of generation of the initial population for the optimization of bus lines with genetic algorithms

M. LORMEUS BLOY FUJIMOLY, RICARDO MONTOYA ZAMORA

20. EFECTO DE TRATAMIENTOS POSCOSECHA CON QUITOSANO Y ÁCIDO SALICÍLICO SOBRE LA VIDA DE ANAQUEL, CALIDAD Y ACTIVIDAD ENZIMÁTICA DE LA ZARZAMORA

Effect of chitosan and salicylic acid postharvest treatments on the shelf life, quality and enzymatic activity of blackberry

JOEL ERNESTO MARTÍNEZ CAMACHO, RAMÓN GERARDO GUEVARA GONZÁLEZ,
ROSALÍA VIRGINIA OCAMPO VELÁZQUEZ, ENRIQUE RICO GARCÍA
E IRINEO TORRES PACHECO

32. PROPIEDADES Y VENTAJAS DEL TOMATE CHERRY NEGRO

Properties and advantages of black cherry tomato

JOSUÉ DANIEL HERNÁNDEZ VEGA, ROSARIO GUZMÁN CRUZ, IXCHEL PAROLA CONTRERAS

46. ALGORITMO PARA EL USO DE LA HISTÉRESIS HIDRÁULICA EN MODELO DE FLUJO EN SUELOS NO SATURADOS

Algorithm for the use of hydraulic hysteresis in flow model for unsaturated soils

JAVIER RAMÍREZ JIMÉNEZ, JAIME MOISÉS, HORTA RANGEL, EDUARDO ROJAS GONZÁLEZ,
MARÍA DE LA LUZ PÉREZ REA, TERESA LÓPEZ LARA, JUAN BOSCO HERNÁNDEZ ZARAGOZA

58. UN MODELO ACOPLADO PARA SIMULAR EL COMPORTAMIENTO DE SUELOS NO SATURADOS

A coupled model to predict the behavior of unsaturated soils

JUAN PABLO ENRÍQUEZ HARO, EDUARDO ROJAS GONZÁLEZ

**78. VALOR COMERCIAL DE LA UNIDAD PRIVATIVA SEGÚN EL NIVEL DE PISO
EN EL QUE SE ENCUENTRE DENTRO DE UN CONDOMINIO VERTICAL**

Commercial value of the private unit according to the floor
level in which it is located in the vertical condominium

ROBERTO GUTIÉRREZ QUIÑONES, VERÓNICA LEYVA PICAZO, JOSÉ LUIS ALCÁNTARA OBRE-
GÓN, HÉCTOR ORTIZ MONROY

**100. HEURÍSTICAS PARA RUTAS DEL TRANSPORTE PÚBLICO COLECTIVO
EN LA CIUDAD DE QUERÉTARO**

Heuristics for the Collective Public Transportation Routes
in the City of Querétaro

SALVADOR MALAGÓN, ARTURO GONZÁLEZ GUTIÉRREZ

INITIAL POPULATION GENERATION CRITERIA FOR THE OPTIMIZATION OF BUS LINES WITH GENETIC ALGORITHMS

Criterios de generación de la población inicial para la optimización
de líneas de autobuses con algoritmos genéticos

M. Lormeus Bloy Fujimoly¹, Ricardo Montoya Zamora¹

¹Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ)

Autor de correspondencia
fujimoly_menard@yahoo.fr
Ricardo.montoya@uaq.mx

ABSTRACT

In recent years, genetic algorithms have become a tendency to find solutions to complex problems, such as the design and optimization of transport networks. During the optimization of the design of public transport bus networks by genetic algorithms, the way of generating the initial routes leaves us with many doubts, like the amount of routes and how to generate them before making the process of crossing and mutation to reach the network's optimal performance. In this work, a method of comparison between the routes generated by the algorithms of Baaj & Mahmassani, and Ceder & Wilson is used, with the purpose of looking for the amount of optimal routes within each algorithm and comparing them: between algorithms and then with the existing routes. Since the routes generated by both algorithms are different and without a pattern, each one can be used as a parent or mixed for the application of the genetic algorithm to later analyze the results obtained. The two initial route generating algorithms reduce the travel time by 8.80 % and 9.05 % respectively, and the travel distance by 17.63 % and 17.69 % respectively of the existing routes in the Querétaro metropolitan area.

Keywords: optimization, transport bus network, initial routes, algorithms.

RESUMEN

En los últimos años, los algoritmos genéticos han sido una tendencia para encontrar soluciones a problemas complejos, tales como el diseño y la optimización de redes de transporte. Durante la optimización del diseño de la red de autobuses de transporte público mediante algoritmos genéticos, la forma de generar las rutas iniciales nos deja con muchas dudas, por ejemplo, la cantidad de rutas y cómo generarlas antes de realizar el proceso de cruce y mutación para llegar a

la red óptima. En este trabajo, se utiliza un método de comparación entre las rutas generadas por los algoritmos de Baaj y Mahmassani y Ceder y Wilson, con el propósito de encontrar y contrastar las rutas óptimas entre los algoritmos y, a su vez, compararlas con las rutas existentes. Como las rutas generadas por los diferentes algoritmos son diferentes y sin un patrón, se puede usar cada uno como padre o mezclarlos para la aplicación del algoritmo genético, para después analizar los resultados obtenidos. Los dos algoritmos generadores de rutas iniciales reducen el tiempo de viaje en 8.80 % y 9.05 % respectivamente, y la distancia de viaje en 17.63 % y 17.69 % respectivamente para las rutas existentes de la zona metropolitana de Querétaro.

Palabras clave: optimización, red de autobuses de transporte, rutas iniciales, algoritmos.

INTRODUCTION

Human beings have basic needs, one of them is mobility, which allows the individual to move from one point to another to carry out their daily tasks. Depending on these activities, purposes and hours, there are trips to meet these needs [1].

This research work is carried out considering the problems that exist when creating a public transport network in a metropolitan area, and when deciding the methods and tools that will be used to achieve the effective layout of this network. The task of providing optimal composite structures is becoming increasingly difficult. Lately, one of the trends is the use of algorithms to design and optimize public transport networks.

At the time of deciding the tools, authors [2], [3], [4] and [5] suggest the use of heuristic and metaheuristic algorithms as a genetic algorithm in order to optimize and design an efficient network. The application of genetic algorithms to solve compound optimization



problems is increasing, especially in the last five years. The use of this algorithm raises doubts for the initial population generation, which is one of the basic components of this algorithm [6]. In this part, it only generates initial routes, but not a single criterion is established to determine the number of routes to be generated [7].

The purpose of this research is to determine the criteria for the generation of the initial population of routes to optimize public transport routes in the metropolitan area of Querétaro with the application of genetic algorithms.

Various algorithms are used to generate routes and transport networks, such as those of Pattenk aik *et al.*, where the ideal number of routes that will be in the solution is not easily known since this varies in each iteration; Krishna Rao *et al.*, that creates conflict by overlapping routes over short distances; Chien *et al.*, where the number of feasible routes increases dramatically with the number of links, therefore it is not treatable for a realistic urban network; and Fan and Machemehchi, which assumes that the bus fleets are uniform and standard parameters are used. The methods of Baaj & Mahmassani, and Ceder & Wilson are chosen because they give better results when used as criteria for the generation of initial populations for the application of genetic algorithms, and because they reduce travel time and travel distance. Ceder & Wilson use an algorithm that follows a heuristic path and determines the optimal development in their network. Baaj & Mahmassani use an algorithm that has the advantage of adding new routes to meet new demands, in addition, it can reduce the search space. [8]

Gurevich presents algorithms as essential elements to process data. Many programs contain algorithms that specify the specific instructions that a team must carry out (in a specific order) to perform a specific task [9].

Optimization techniques are widely used in many different disciplines. They are best used to provide innovative solutions or to

obtain information on complex problems. Evolutionary algorithms is one of the most popular categories of optimization techniques, especially in engineering design, as they are able to find solutions in large and complex search spaces. The genetic algorithms simulate the theory of evolution proposed by Darwin, they were developed by Holland and are robust stochastic processes that can be used to solve search and optimization through a fitness function or objective function. Genetic algorithms perform the search process in four steps: initialization, selection, crossing and mutation.

The genetic algorithm is considered one of the pioneering algorithms to be used for the problem; it is a general algorithm that is usually implemented in problem solving intractable Operational Research [6]. The highest proportion of algorithms used are genetic algorithms, which occupy 56 % of applications, showing the continued popularity of this type of optimization algorithm despite the increasing competition from other methods [10].

Genetic algorithms are based on the mechanisms of genetics and natural selection. As will be seen later, it is the only heuristic goal that works simultaneously with two sets of feasible solutions, which will consider them as individuals from a population that crosses, reproduces and can even mutate to survive [11].

In order to apply the genetic algorithm, the following five basic components are required [6]:

- A representation of potential solutions to the problem.
- A way to create an initial population of possible solutions (usually a random process).
- An evaluation function that plays the role of the environment, classifying the solutions in terms of their "aptitude".
- Genetic operators that alter the composition of the children that will be produced for the following generations.
- Values for the different parameters used by the

genetic algorithm (population size, probability of crossing, probability of mutation, maximum number of generations, among others).

The choice of the initial population of individuals is important because it determines the speed of the algorithm by making the convergence towards the global optimum more or less rapid. This mechanism must be capable of producing a heterogeneous population of individuals.

Then we have to randomly generate individuals by making random draws and ensuring that the produced individuals respect the restrictions. If, on the other hand, a priori information on the problem is available, it appears to generate individuals in a particular subdomain to accelerate convergence [12].

For a problem NP-complete for optimizing operating costs of electricity, the genetic algorithms used give us different results that depend on the generation of the initial population and the type of genetic algorithm used [13].

In this study, the genetic algorithm that was used searches for the minimum number of solutions for each generation of time. In generating the initial population, the author defines a maximum number of solutions and a minimum number but does not specify the reason why he chose these numbers before determining the objective function, the ratio of mutations, the parameter p [14].

This article mentioned 321 articles published between 2008 and 2017, 17 magazines covering structures and composite materials are reviewed to understand the technical challenges associated with the use of the genetic algorithms and determine the implications for the future. Also included is a detailed review of the genetic algorithms in the evolutionary computing literature, with a description of their mechanisms and a prediction of their suitability for different compound optimization problems [10].

The analysis is available on an attached data sheet. A number of problems are presented in the literature and can be summarized as follows:

- Poor documentation of the genetic algorithms used.
- Little focus on categorizing optimization problems.
- A small range of genetic algorithms in computer science literature are compared.
- A focus on simplifying problems.

Importantly, there is no documentation linking genetic algorithm mechanisms for the type of problem, making it impossible to solve difficult and exciting problems of interest to the industry. Therefore, a series of recommendations are listed in this review, categorized according to problems found in the literature, to help to improve compound optimization. They are summarized as follows [10]:

- A need for accurate documentation of parameters and mechanisms in each document.
- Treating genetic algorithms as a specialization, using the latest modern algorithms with sensitive parameters.
- Conducting rigorous benchmarking of different algorithms to help characterize problem solving and generate a body of best practice.
- Solving problems with multiple objectives, reducing to a single objective and weighted objective instances.

Together with an analysis procedure and an improvement algorithm, this algorithm constitutes one of the three main components of an AI-based hybrid solution approach to solving the transit network design problem [15]. Such a hybrid approach incorporates the knowledge and experience of transit network planners and implements efficient search techniques using AI tools, algorithmic procedures developed by others, and tool modules implemented in conventional languages. The route generation algorithm implemented by Lisp (RGA) is a design algorithm that:

- Is strongly guided by the demand matrix.
- Allows the designer's knowledge to be implemented to reduce search space.



- Generates different sets of routes corresponding to different compensations between conflicting objectives (user and operator costs).

Due to the large number of external and operational factors involved in the design of a bus network (for example, financial, socio-economic, and political, etc.), it is desirable to establish a planning process that incorporates alternative levels of complexity. The acceptability of this process due to the properties of the bus depends on its simplicity, flexibility and practicality [16].

A two-tier methodological approach is proposed in this section, based on five main objectives:

- Developing an algorithm for optimal network design so that routes provide service between all origin and destination pairs and meet operational and service constraints on travel, transfer and wait times.

- Developing performance measures from the passenger, operator and community perspectives.

- Combining other operations planning components (schedule construction and vehicle scheduling) with network design procedures.

- Developing sensitivity analyzes to determine solution tolerances due to possible demand changes and constraints.

- Developing an interactive human-machine system so that the planner can change constraints or routes during the design process.

MATERIALS AND METHODS

Generation of initial routes with Baaj and Mahmassani algorithms.

In this stage of population generation, the routes were built sequentially as mentioned by authors [7] and [17]. To start the generation of routes, an initial node was determined and from this node the succeeding node would be selected. The process continued until nodes should be selected or the individual was limited by the predefined maximum path length. The starting node and the selection of the following nodes were random or probability-weighted according to the demand that the selection could cover.

The steps were performed using the hybrid programming algorithm in C, and processed in route generation TransCAD implemented by Baaj and Mahmassani [15] for the initial generation of routes. The proposed methodology operates based on the generation, evaluation and improvement of routes. Initially, a set of routes is generated considering the origin-destination matrix as the main guide, and the two shortest paths are found among a subset of M pairs of high-demand nodes, considered in decreasing order of value. An input parameter specifies the proportion of demand that can be left unsatisfied. Additional nodes are inserted into this initial route skeleton, according to pre-established rules. The generation procedure is repeated with varying parameters to obtain solutions to different commitments between objectives. The main rule for assigning demand is the transfer minimization criterion; for each pair (i, j) of nodes it is checked if it is possible to travel without transfer.

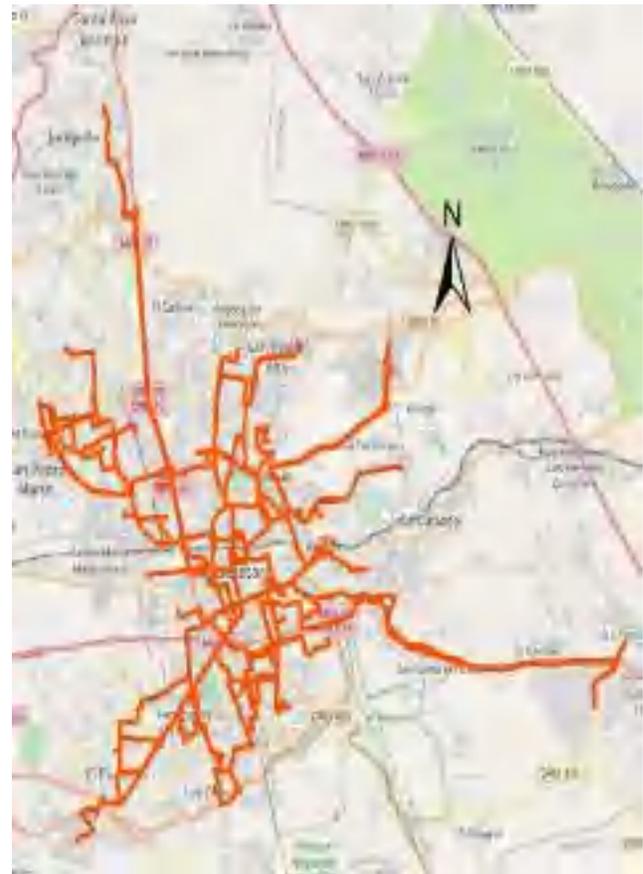


Figure 1. Some routes generated with the Baaj & Mahmassani algorithm.

Generation of initial routes with Ceder and Wilson algorithms.

To generate routes in this step, the algorithm developed by Ceder and Wilson, with the system existing streets and one origin-destination matrix as input data; the existing bus stops collected data in the Institute of Transport of Querétaro (IQT). This algorithm allows the analysis of external and operational factors and is developed in C and processed in TransCAD as a macro.

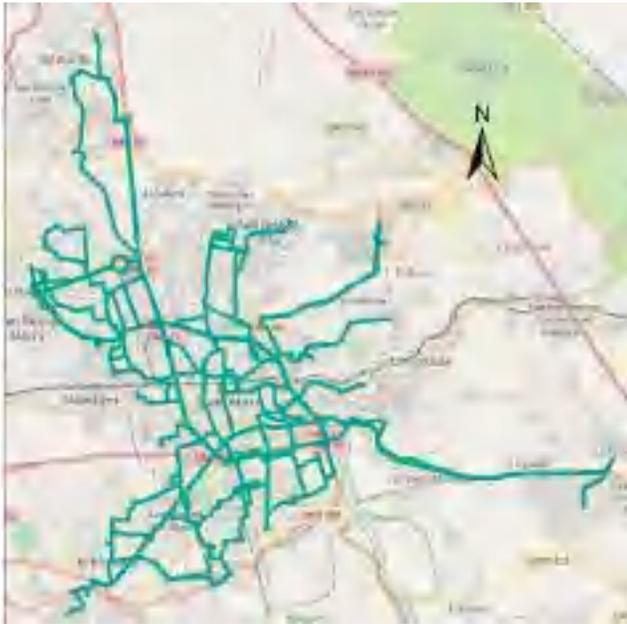


Figure 2. Some routes generated with the Ceder & Wilson algorithm.

Comparison of optimal results with existing network routes.

At this stage, data from the existing transport network in table 1 was analyzed, as well as the current distribution and the demand for trips; then it was compared with the results of the network obtained between the algorithms of Baaj & Mahmassani and Ceder & Wilson. This helped us to confirm the algorithm and the number of routes necessary to optimize the network with the genetic algorithm.

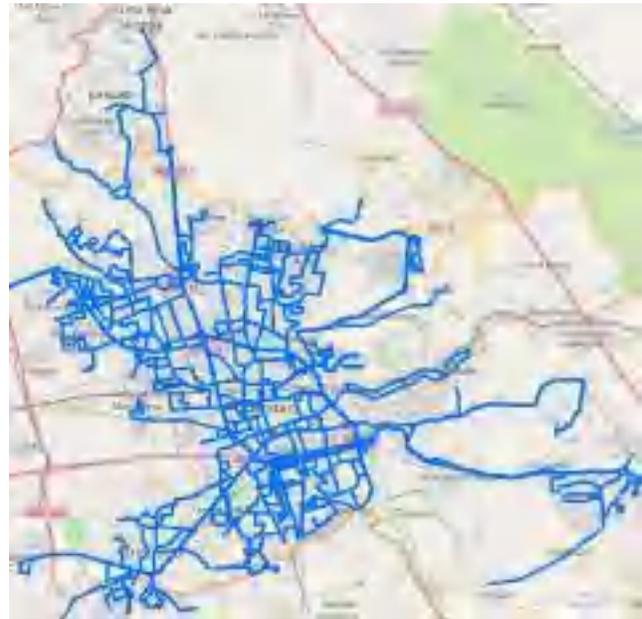


Figure 3. Map of Routes of the existing IQT network.

RESULTS AND DISCUSSION

Table 1 shows the lengths of the routes and the travel time of some routes generated with the algorithms of Baaj & Mhamassani and Ceder & Wilson that we can compare with the lengths and the travel time of the existing routes in the metropolitan area of Querétaro. The lengths of the routes generated with the two algorithms vary randomly for each route without following a variation pattern and, in most cases, they are shorter than the lengths of the existing routes. The travel time follows the random variation of the lengths of the routes, although they are not proportional because the difference in length can be very small and the travel time varies greatly. Baaj & Mahmassani's algorithm minimizes total passenger transfer times and the required fleet size, subject to frequency, load factor and fleet size restrictions. The main aspects of the problem are taken into account, as well as a variety of parameters and restrictions (load factor, for example). It is flexible, as it allows the incorporation of user knowledge; for example, restrictions on the minimum proportion of demand covered ba-



sed on trips without transfers or with at least one transfer can be added when applying a resolution method; however, its main limitation is that it does not propose a systematic way of varying the parameters to generate different solutions. The Ceder and Wilson algorithm solves the problems of designing routes and schedules simultaneously, and of non-linear mathematical programming with mixed variables and multiple objectives (minimization of travel times and minimization of fleet size). The algorithm of these authors has the advantage of providing a certain degree of interactivity to define some restrictions and parameters; it is flexible due to its modularity, it allows both medium and long term planning. Considering the results in Table 2, the two algorithms offer considerable percentages of reduction in a matter of time and average travel distance. The total time and total travel distance after the application of the algorithms decrease compared to the existing network and have a value. For Baaj & Mahmassani, Ceder & Wilson and IQT, respectively: 5867.00, 5863.00 and 9945.00 min; and 1938.98, 1933.68 and 2968.38 km. The average time and the average distance of the algorithms and the existing network are closer but there is a reduction, expressed as a percentage for each algorithm: 8.80 % and 9.05 % respectively for the distance; and 17.63 % and 17.69 % for the time. Baaj & Mahmassani's algorithm takes less execution time than Ceder & Wilson's algorithm. In a matter of overlapping routes, coverage based on the kilometers traveled by the routes, the Baaj & Mahmassani's algorithm has a better result because its coefficient is higher.

Table 1. Length and travel time of some routes generated with the two algorithms and the existing routes.

Número de ruta	IQT		Ceder y Wilson		Baaj y Mahmassani	
	Longitud (Km)	Tiempo de recorrido (min)	Longitud (Km)	Tiempo de recorrido (min)	Longitud (Km)	Tiempo de recorrido (min)
5	33.592	167	33.0898	100	33.1262	110
7	35.967	146	35.986	118	34.893	105
9	37.754	118	36.513226	110	35.9764	100
10	55.989	174	45.555031	136	46.8765	145
12	46.289	184	32.944081	99	32.5567	96
13	21.312	75	24.9875	70	25.061712	73
14	32.475	131	34.0765	94	32.5076	97
17	46.375	159	45.7843	125	47.949582	136
19	39.817	147	49.5674	148	49.27899	145
20	40.142	145	40.5654	125	39.332738	118
21	46.631	186	22.0543	70	21.701156	65
24	44.468	148	43.9867	130	43.18119	126
27	52.097	256	48.5786	144	49.47993	148
28	45.879	149	43.1224	160	42.515297	155
29	32.534	124	32.6554	97	33.402882	100
31	42.913	140	42.1324	128	41.590152	124
33	17.636	79	16.7654	48	17.640682	52
36	38.889	145	39.6543	117	38.348066	114
37	40.046	156	38.987	116	40.095405	120
38	31.605	124	33.5134	102	31.696159	95

Table 2. Summary table of the two algorithms.

	Baaj and Mahmassani algorithm	Ceder and Wilson's algorithm	IQT
Total travel distance (Km)	1938.98	1933.68	2968.38
Average travel distance	36.58	36.48	40.11
% reduction	8.80 %	9.05 %	
Total travel time	5867	5863	9945
Average travel time	110.7	110.62	134.39
% reduction	17.63 %	17.69 %	
Km of routes	747.94	747.94	747.94
Route overlap	2.5924272	2.58534107	3.96874081
Computing time (min)	43	174	

CONCLUSIONS

Baaj & Mahmassani's algorithm generates shorter routes between pairs of high demand nodes, it is an exhaustive algorithm and generates many feasible routes. It also impro-

ves route merging and splitting but there is no parameter domain exploration. Ceder & Wilson's algorithm generates a set coverage and improves local search with cycle prevention. Each of the algorithms used has its advantages, the Ceder & Wilson's algorithm has a better application in terms of satisfying demand and users of the service; and the Baaj & Mahmassani's algorithm has a better application in terms of the time the user spends in a unit and in the optimization of the travel distance. In this study, the results obtained are better for Ceder and Wilson's algorithm because the reduction percentages are better than those of Baaj & Mahmassani's, but these percentages are quite close to each other, which leads to say that the generation of the initial population can be done with the two algorithms and then apply the genetic algorithm and compare the results to be obtained.

ACKNOWLEDGMENT

The authors thank the Consejo nacional de ciencia y tecnología and the Autonomous University of Querétaro, especially for coordinating the master's degree in landways and mobility engineering and their support throughout this research.

REFERENCES

[1] S. A. Obregón and E. Betanzo, "Urban mobility analysis of a mexican middle city, case study: Santiago de Querétaro," *Economía, Sociedad y Territorio*, vol. 15, no. 47, pp. 61-98, 2015.

[2] A. T. Buba and L. S. Lee, "A differential evolution for simultaneous transit network design and frequency setting problem," *Expert Systems With Applications*, vol. 106, pp. 277-289, 2018.

[3] O. J. Ibarra, F. Delgado, R. Giesen and J. C. Muñoz, "Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review,"

Transportation Research Part B: Methodological, vol. 77, pp. 38-75, 2015.

[4] L. Ahmed, C. Mumford and A. Kheiri, "Solving urban transit route design problem using selection hyper-heuristics," *European Journal of Operational Research*, vol. 274, no. 2, pp. 545-559, 2019.

[5] A. Fieldbaum, S. Jara and A. Gschwendler, "Optimal public transport networks for a general urban structure," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 94, pp. 298-313, 2016.

[6] J. Allen, J. C. Muñoz and J. d. D. ortúzar, "Modelling service-specific and global transit satisfaction under travel and user heterogeneity," *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, vol. 113, pp. 509-528, 2018.

[7] S. J. Berrebi, K. E. Watkins and J. A. Laval, "A real-time bus dispatching policy to minimize passenger wait on a high frequency route," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 81, no. 2, pp. 377-389, 2015.

[8] R. Ortega, "Comparativa de Algoritmos Empleados en la Optimización de Sistemas de Transporte Público Urbano," Master thesis, Universidad Autónoma de Querétaro, Queretaro, Mexico, 2019.

[9] Y. Gurevich, "The sequential ASM thesis," *Bulletin of European Association for Theoretical Computer Science*, vol. 67, pp. 93-124, 1999.

[10] Z. Wang and A. Sobey, "A comparative review between Genetic Algorithm use in composite optimisation and the state-of-the-art in evolutionary computation," *Composite Structures*, vol. 233, pp. 1-51, 2019.

[11] M. Zouita, S. Bouamama and K. Barakaoui, "Improving genetic algorithm using arc consistency technic," *Procedia Computer Science*, vol. 159, pp. 1387-1396, 2019.

[12] I. Vlasic, M. Durasevic and D. Jakobovic, "Improving genetic algorithm performance by population initialisation with dispatching rules," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 137, pp. 2-38, 2019.



[13] P. Cortés, J. Muñuzuri, M. Berrocal-de-O and I. Domínguez, "Genetic algorithms to optimize the operating costs of electricity and heating networks in buildings considering distributed energy generation and storage," *Computers and Operations Research*, vol. 96, pp. 157-172, 2018.

[14] G. Ahn and S. Hur, "Efficient genetic algorithm for feature selection for early time series classification," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 142, no. 106345, pp. 1-16, 2019.

[15] M. H. Baaj and H. S. Mahmassani, "Hybrid route generation heuristic algorithm for the design of transit networks," *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 3, no. 1, pp. 31-50, 1995.

[16] A. Ceder and N. H. M. Wilson, "Bus network design," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 20, no. 4, p. 331-344, 1986.

[17] M. Owais and M. K. Osman, "Complete hierarchical multi-objective genetic algorithm for transit network design problem," *Expert Systems with Applications*, vol. 114, pp. 143-154, 2018.

EFFECTO DE TRATAMIENTOS POSCOSECHA CON QUITOSANO Y ÁCIDO SALICÍLICO SOBRE LA VIDA DE ANAQUEL, CALIDAD Y ACTIVIDAD ENZIMÁTICA DE LA ZARZAMORA

Effect of chitosan and salicylic acid postharvest treatments on the shelf life,
quality and enzymatic activity of blackberry

Joel Ernesto Martínez-Camacho¹, Ramón Gerardo Guevara González¹,
Rosalía Virginia Ocampo-Velázquez¹, Enrique Rico García¹ e Irineo Torres Pacheco^{1*}

¹Universidad Autónoma de Querétaro

*Autor de correspondencia
torresirineo@gmail.com

RESUMEN

La zarzamora (*Rubus sp.*) ha sido identificada como una fuente de numerosos compuestos antioxidantes relacionados con beneficios a la salud humana. El uso de elicitores es una técnica ampliamente utilizada para generar señales de respuesta en las plantas a nivel morfológico y fisiológico, incluyendo la activación de enzimas involucradas en procesos de maduración. La actividad de dichas enzimas influye en los mecanismos de resistencia de las plantas, así como en la calidad y el valor nutricional de los frutos. La zarzamora tiene una vida de anaquel corta, además es susceptible al daño mecánico y al fenómeno de reversión. Por ello, se han probado diversos métodos para incrementar su vida de anaquel, entre los que destacan el uso de cubiertas o de empaques modificados, el almacenamiento en atmósferas modificadas y la sanitización e irradiación; sin embargo, la mayoría de ellos están limitados en su aplicación por las frágiles características biomecánicas del fruto. El objetivo de este trabajo es proponer un método complementario para mejorar la vida útil de la zarzamora mediante el uso de quitosano y ácido salicílico. Los tratamientos comprobaron alargar la vida de anaquel de la zarzamora y mejorar sus características organolépticas, ya que los resultados demostraron un cambio en la actividad de enzimas relacionadas con los procesos de maduración y senescencia.

Palabras clave: Actividad enzimática, biotecnología, biosistemas, elicitador, fisiología vegetal.

ABSTRACT

Blackberry (*Rubus sp.*) has been identified as a source of numerous antioxidant compounds, which are related to benefits for human health. The use of elicitors is a common spread technique in a wide range of applications to trigger signaling for plants to respond on a morphological or physiological

level. This includes the activation of enzymes related to ripening and senescence processes. The activities of such enzymes have an important role in plant resistance mechanisms and also in the quality and nutritional value of fruits. Blackberry is fragile, susceptible to mechanical damage and red drupelet reversion, and has short shelf life. There are numerous studies that report improvement in blackberry shelf life including coatings, modified packaging, controlled atmosphere storage, sanitation and irradiation. Most of these methods are limited by the blackberry's fragile biomechanical properties. By testing the effect of salicylic acid and chitosan treatments, the aim of this study was to propose a complementary method that could lead to the improvement of blackberry shelf life. The results showed changes in enzyme activity related to ripening and senescence processes. The treatments improved blackberry shelf life and enhanced its organoleptic properties.

Keywords: Biosystems, biotechnology, elicitor, enzymatic activity, plant physiology.

INTRODUCCIÓN

La zarzamora (*Rubus sp.*) se encuentra entre las frutas con mayor contenido de compuestos fenólicos [1], asimismo, posee propiedades antivirales, antiinflamatorias, cardioprotectoras y antidiabéticas [2], [3]. Dichos impactos positivos en la salud se atribuyen principalmente a su capacidad antioxidante y es de gran interés aumentar el contenido de estos compuestos en los alimentos [4], [5]. Las zarzamosas tienen una vida de anaquel corta, son susceptibles al daño mecánico y, al ser consideradas frutos no climatéricos, deben ser cosechadas en su punto de madurez o uno muy cercano a éste [6], [7]. Aunado a lo anterior, se debe considerar que son frutos susceptibles al daño mecánico y, ya que tiene altas tasas de respiración, su tiempo de vida útil se ve reducido [8].



La vida de anaquel o vida útil se define como el periodo en el que un alimento conserva las características sensoriales, químicas, físicas, microbiológicas y funcionales deseadas [9]. Muchos de los problemas de deterioro en frutas y vegetales se vinculan con cambios químicos, bioquímicos y físicos que influyen en la textura, el sabor, el cambio de color y el ablandamiento de sus tejidos [10]. La expresión asociada a estas modificaciones fisiológicas está controlada por estímulos externos e internos, incluyendo reguladores del crecimiento vegetal [11], [12]; factores como la temperatura de almacenamiento y el ataque de organismos de deterioro, influyen en la vida útil de los frutos [7]. La elicitación es una estrategia para incrementar la concentración de compuestos bioactivos en plantas, y a su vez las hace resistentes a factores de estrés, esto influye en la calidad de los frutos y el aumento en la producción de compuestos fitoquímicos [13]. Diversas investigaciones han reportado que la aplicación de elicitores, como el quitosano y el ácido salicílico, incide sobre las rutas metabólicas, estos compuestos se relacionan con propiedades del fruto que podrían alargar su vida de anaquel [14], [15]. En el presente trabajo se describe el impacto del ácido salicílico y el quitosano sobre las características organolépticas de la zarzamora, es decir, en su actividad enzimática y su vida de anaquel.

Métodos actuales para extender la vida de anaquel

La zarzamora, al ser un fruto altamente perecedero, requiere cuidados especiales durante su transporte y almacenamiento [12]. Uno de los principales factores que reduce la vida útil de la zarzamora es su alta tasa de respiración [8], de tal modo que su reservación en poscosecha a temperaturas apropiadas mejora la calidad del fruto y extiende su vida de anaquel. Esta estrategia disminuye la tasa de respiración, la pérdida de agua y el crecimiento de microorganismos [16], asimismo, se protegen cualidades como la textura, el

aroma y el sabor [17]. Los métodos más empleados para incrementar la vida de anaquel de la zarzamora son el almacenamiento en frío, el almacenamiento en atmósferas modificadas y el uso de cubiertas comestibles [7].

Elicitores y sus efectos en las plantas

Un elicitor se define como una sustancia que puede estimular los mecanismos de defensa en las plantas [18] y promover la actividad de enzimas como el superóxido dismutasa (SOD; EC 1.15.1.1), la catalasa (CAT; EC 1.11.1.6) y la fenilalanina amonio liasa (PAL; EC 4.3.1.24). Estas enzimas están relacionadas a la formación de compuestos que las plantas utilizan como protección contra el estrés oxidativo [19], [20]. Es de interés aumentar la actividad de enzimas vinculadas a la protección del fruto, y a la vez disminuir la actividad de enzimas sujetas a la senescencia, a los procesos de ablandamiento y a la maduración. Las respuestas de las plantas a factores de estrés incluyen la activación de mecanismos enzimáticos de defensa e intercambio iónico y la producción de metabolitos secundarios y especies reactivas de oxígeno (ROS), además de la regulación del crecimiento vegetal y calidad de los frutos [21].

Ácido salicílico y quitosano

El ácido salicílico es una molécula de origen fenólico fundamental para el crecimiento y desarrollo de las plantas. La aplicación de ácido salicílico exógeno ha exhibido un gran potencial para prevenir el deterioro de frutas y vegetales en poscosecha, ya que activa una respuesta defensiva general que incluye la activación de la ruta fenilpropanoide relacionada con la resistencia adquirida vegetal [22]-[24]. La respuesta de protección que se lleva a cabo en el sitio de ataque o infección es conocida como resistencia local adquirida (LAR) y, subsecuentemente, desencadena respuestas de defensa sistémica para proteger de los patógenos a las partes no dañadas de la planta; esta reacción, co-

nocida como resistencia sistémica adquirida (SAR), activa genes específicos que codifican proteínas con actividad antimicrobiana [25], [26]. La aplicación de ácido salicílico produce efectos positivos en diversos frutos, ya que aminora la pérdida de peso, el deterioro, el ablandamiento y la reducción significativa en la actividad de enzimas degradadoras de la pared celular, de tal manera que se mejoran propiedades como la firmeza y la protección contra reacciones oxidativas [27-32].

El quitosano es un polisacárido lineal derivado de la quitina [33] que posee un amplio rango de aplicaciones, entre las que destacan la estimulación de crecimiento de las plantas, el efecto antimicrobiano y la vinculación con otras moléculas; además, elicitación de manera efectiva el sistema inmune innato de las plantas [34]. Se ha dado cuenta de una gran variedad de actividades biológicas del quitosano, que incluyen tanto su habilidad para inducir mecanismos de resistencia en plantas como sus propiedades fungicidas y bactericidas [35]; asimismo, se ha constatado que activa la elicitación de fitoalexinas [36]. La interacción entre el quitosano y las células vegetales envía una señal que induce respuestas de defensa similares a ataques de patógenos o heridas en las plantas [37]. La aplicación principal del quitosano se relaciona con el desarrollo de películas y recubrimientos por su potencial para prolongar la vida de anaquel en frutas como fresas y arándanos [14], [38]. Por último, se ha reportado que el uso de quitosano puede disminuir el crecimiento de *F. oxysporum* y *B. cinérea* y la pérdida de peso en fruta; además, incrementa la actividad de la enzima PAL [39-41].

METODOLOGÍA

Descripción del área de estudio

El lote experimental se estableció en la Comunidad de Senegal de las Palomas, municipio de San Juan del Río, Querétaro (20.436092, -100.085137). El clima es subhú-

medo con lluvias en verano. La temperatura media anual es de 16.5 °C, con una precipitación promedio anual de 572 mm.

Material Vegetal

En mayo de 2016 se establecieron plantas de la variedad "Tupi" bajo un sistema de macro-túneles y otro más de riego por goteo con hileras separadas a 2.4 m. entre sí, con una distancia entre plantas de 0.80 m. El manejo general de la parcela se ajustó a los requerimientos de la Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural para la producción agrícola orgánica y del NOP (*National Organic Program*) del departamento de Agricultura de los Estados Unidos. Durante el ciclo 2019 se realizaron las labores culturales esenciales: poda de activación, nutrición foliar, despunte, riego, poda de rebrote y desyerbe para el mantenimiento y manejo de cultivo.

Aplicación de tratamientos

En primer lugar se realizó la recolección de zarzamoras en su punto de maduración. Luego se seleccionaron frutos sin evidencia de daño mecánico o enfermedad y con un color negro brillante, así como drupas firmes separadas y de fácil desprendimiento ubicadas en partes similares de la planta. Seguidamente se prepararon los tratamientos de ácido salicílico 3 mM (SA, grado reactivo. *J.T. Baker®*, USA.) y quitosano a 0.25 % (CHS, grado técnico, mediano peso molecular. Alzor® Biotechnologies, México) que después se aplicaron mediante inmersión de la fruta durante 5 minutos en las soluciones para que, posteriormente, se dejaran secar y se almacenaran en *clamshells* de PET comerciales. Es necesario especificar que el diseño experimental fue de bloques al azar con 2 tratamientos y un control, cada uno con 4 repeticiones.

Índice de comercialización

Una vez que las zarzamoras se colocaron en *clamshells* de PET comerciales de 6 oz alma-



cenados en aislamiento térmico, se continuó con el monitoreo de temperatura y humedad relativa. Las muestras se mantuvieron entre 0-1 °C y humedad relativa de 90-95 % durante 12 horas. El siguiente paso consistió en la conservación a una temperatura ambiente entre 22-23 °C y humedad relativa de 90-95 % por 84 horas. Durante 96 horas se registraron las variables de respuesta cada 24 horas. El resultado de la unidad experimental con 4 repeticiones fue de 12 zarzamoras. Se seleccionaron tres factores de deterioro para conformar el índice de comercialización: reversión (aparición de coloración roja en las drupas), goteo (el derramamiento del líquido de las drupas) y presencia de micelio (el crecimiento visible de micelio en la superficie de la fruta).

$$IC = 100 - \left[\frac{(\% \text{ reversión} + \% \text{ presencia de micelio} + \% \text{ goteo})}{3} \right] \quad (1)$$

Acto seguido, se calculó el índice de comercialización (IC), expresado como porcentaje con la Ec. (1) de acuerdo a [42]. Después de 96 horas de la aplicación de los tratamientos, se recolectaron muestras de zarzamora sin evidencia de daño mecánico o enfermedad, y de esta manera se hicieron las determinaciones de acidez titulable, sólidos solubles totales y actividad enzimática. Las muestras fueron almacenadas a -70 °C hasta el momento de las determinaciones.

Variabes de calidad

Acidez total titulable (ATT)

Se llevó a cabo con base en la metodología de la AOAC 942.15. Brevemente, se prepararon muestras del jugo de zarzamora que se pesaron y diluyeron con agua destilada. Más tarde se agregó indicador fenolftaleína y se titularon con una solución 0.1 N de hidróxido de sodio. Para terminar, se realizó el cálculo del porcentaje de acidez titulable tomando en cuenta un peso equivalente de ácido cítrico (0.064 g/eq).

Sólidos solubles totales (SST)

La determinación se efectuó con un refractómetro digital (H196801, Hanna Instruments, USA). El porcentaje de sólidos solubles totales fue expresado en grados Brix (° Brix).

Índice de maduración

Se calculó con la fórmula SST/ATT [43], donde SST es igual a Sólidos Solubles totales (° Brix) y ATT equivale a Acidez Total Titulable (% ácido cítrico). Cabe aclarar que las determinaciones se realizaron por triplicado.

Actividad enzimática

Las actividades del superóxido dismutasa (SOD; EC 1.15.1.1), de la catalasa (CAT; EC 1.11.1.6) y de la fenilalanina amonio liasa (PAL; EC 4.3.1.24) fueron determinadas de manera similar a [44], [45] y [46] respectivamente, con algunas modificaciones. Consecuentemente, 500 mg de muestra fueron molidos en frío con 2 a 4 ml de búfer de extracción de fosfato de sodio (pH = 7.8). Posteriormente la muestra fue centrifugada durante 20 minutos a 10,000 rpm y 4 °C. Seguidamente, el sobrenadante fue recolectado como extracto enzimático para las determinaciones de SOD, CAT, PAL y proteína total.

Para la actividad de SOD

Primero se añadieron 0.05 ml de extracto enzimático a una mezcla de reacción que contenía 1.5 ml de búfer de fosfato de sodio (pH=7.8), 0.3 ml de EDTA 0.1 mM, 0.3 ml de metionina 0.13 M, 0.3 ml de NBT 0.75 M y 0.3 ml de riboflavina 0.02 M. Durante 20 minutos las muestras fueron expuestas a luz uniforme y se registró la absorbancia a 560 nm. Se concluyó que una unidad SOD (U) es la cantidad de enzima necesaria para inhibir al 50 % la tasa de reducción del NBT bajo las condiciones de la prueba.

Para la actividad de CAT

Se inició el procedimiento mezclando 0.3 ml del extracto enzimático con 0.1 ml de peróxido de hidrógeno (H_2O_2) 100 mM en 1.9 ml de búfer de fosfato de sodio (pH = 7.8). Durante 1 minuto se registró la disminución en la absorbancia a 240 nm cada 10 segundos. Se infirió que la unidad CAT equivale a 1 μ mol de H_2O_2 degradado por minuto.

Para la actividad de PAL

Primeramente, se añadió 0.1 ml de extracto enzimático a 1.5 ml de búfer de borato 0.1 M/L-fenilalanina 10 mM (pH = 8.8). El siguiente paso consistió en la incubación de las muestras por 1 hora a 40 °C y se agregaron 0.25 ml de HCl 1 N para detener la reacción. Acto seguido, las muestras se dejaron reposar por 10 minutos a temperatura ambiente; la absorbancia fue registrada a 290 nm y se comparó con una curva de calibración de ácido trans-cinámico. Se comprobó que una unidad PAL es igual a 1 μ mol de ácido trans-cinámico por minuto. Posteriormente, la proteína total fue determinada de acuerdo a [47] mezclando 0.05 ml de extracto enzimático y 1.5 ml de reactivo de Bradford; de la misma forma, la absorbancia se registró a 595 nm y se comparó con una curva de calibración de albúmina. Para finalizar, la actividad enzimática fue expresada en U/mg de proteína para SOD, CAT y PAL.

Análisis de datos

El análisis de datos se llevó a cabo con el software JMP® (Versión 12.1.0) mediante ANOVA de una sola vía. Con los datos obtenidos y utilizando la prueba de comparación de HSD Tukey-Kramer, se efectuaron estudios de diferencias estadísticas significativas entre las variables de respuesta: dureza, acidez titulable, sólidos solubles totales e índice de maduración. A su vez, se realizó una comparación de proporciones con prueba exacta de Fisher para las variables de deterioro;

asimismo, se hizo una prueba t de Student con valores transformados para el índice de comercialización después de 96 horas con $\alpha = 0.05$ (IBM® SPSS Statistics, Versión 25).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Índice de comercialización

Respecto al índice de comercialización, se presentó un comportamiento similar tanto en el tratamiento SA 3 mM como en el control; ambos llegaron al mínimo aceptado antes de las 24 y 72 horas respectivamente. Por su parte, el tratamiento CHS 0.25 % mantuvo el índice de comercialización por encima del mínimo requerido de 85 % por al menos 48 horas, más porcentaje que el grupo control durante las 96 horas del experimento (Fig. 1).

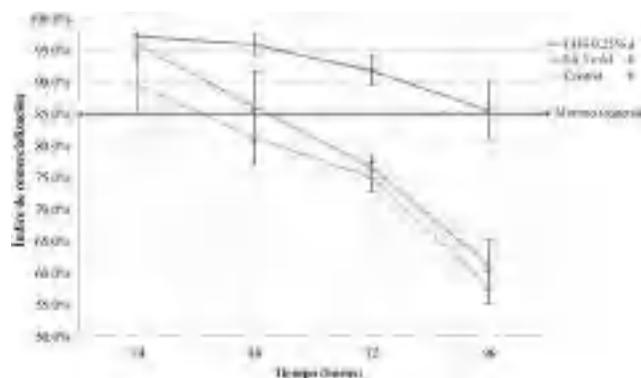


Figura 1. Índice de comercialización durante 96 horas. ^zPrueba t de Student con valores transformados ($1 + \log x$) a las 96 horas, $\alpha = 0.05$.

Letras diferentes indican diferencia significativa entre grupos.

Datos expresados como medias \pm SD. Mínimo requerido 85 %.

Como se puede apreciar, las variables individuales de deterioro no mostraron diferencias significativas entre el tratamiento SA 3 mM y el control. No obstante, el tratamiento CHS 0.25 % indicó una reducción en la incidencia de reversión y goteo. Por lo tanto, se entiende que la reversión influye en las características estructurales, la pérdida de firmeza y la degradación de ciertos compuestos de la pared celular de la zarzamora [48].



En consecuencia, los resultados muestran una tendencia entre la reducción de la incidencia de reversión y la conservación del índice de comercialización de la zarzamora (Tabla 1).

Tabla 1. Porcentaje de factores de deterioro presentes en la fruta después de 96 horas.

Tratamiento	Factor		
	Reversión	Goteo	Micelio
SA 3 mM	27.1 %	86.0 %	2.1 %
CHS 0.25 %	8.3 %*	31.3 %*	4.2 %
CONTROL	29.2 %	87.5 %	10.4 %

Prueba exacta de Fisher para proporciones, $\alpha = 0.05$.

*Diferencia significativa respecto a control.

Como se muestra en la tabla 1, la variable de goteo se presentó con mayor porcentaje en el tratamiento de control y SA 3 mM. Lo anterior se podría atribuir a la absorción de humedad de la zarzamora durante la inmersión en los tratamientos, lo que puede provocar ablandamiento de los tejidos. Es posible que el proceso de inmersión en las soluciones genere un aumento de humedad de la fruta, así como estrés mecánico en el cambio de empaque y proceso de secado.

En la comparación visual se distingue la presencia de factores de deterioro en el control y los tratamientos (Fig 2); el tratamiento CHS 0.25 % fue el más efectivo al reducir la incidencia de goteo y reversión, por otra parte, el tratamiento SA 3 mM no redujo de manera significativa ninguno de los factores de deterioro.

Variables de calidad

Durante el proceso se presentaron diferencias significativas en los valores de acidez total titulable, sólidos solubles totales e índice de maduración entre el tratamiento SA 3 mM y el control (Tabla 2). A diferencia de estos dos procedimientos, el CHS 0.25 % no presentó alteración en las propiedades organolépticas de la fruta.

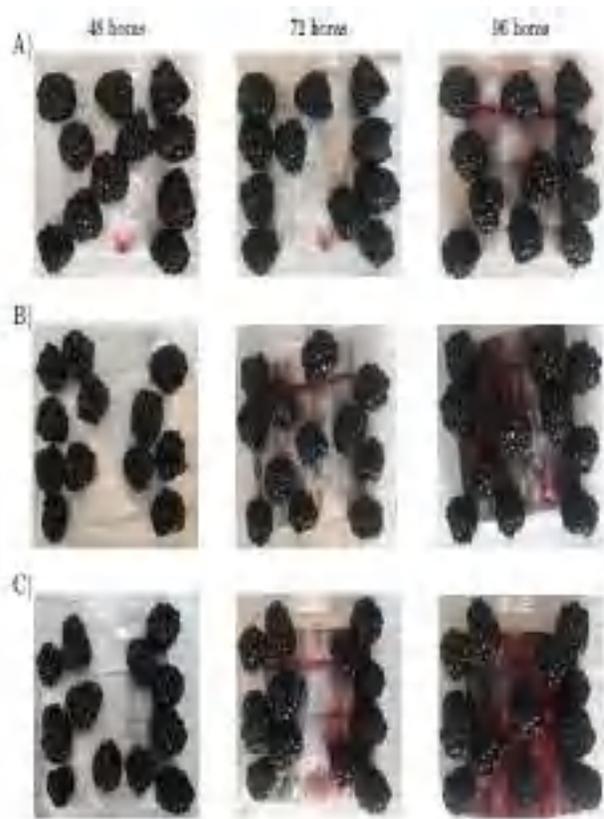


Figura 2. Comparación visual de tratamientos.

A) CHS 0.25 %, B) SA 3 mM y C) Control. Horas posteriores al almacenamiento.

Tabla 2. Variables de calidad del fruto.

Tratamiento	Variable		
	Acidez total titulable (% ácido cítrico)	Sólidos solubles totales (°Brix)	Índice de maduración
SA 3 mM	0.65 ± 0.019 a	12.43 ± 0.98 a	19.70 ± 0.58 a
CHS 0.25%	0.90 ± 0.034 b	10.70 ± 0.64 b	12.42 ± 0.49 b
CONTROL	0.87 ± 0.056 b	10.20 ± 0.72 b	12.60 ± 0.90 b

Prueba HSD Tukey-Kramer, $\alpha = 0.05$.

Datos expresados como medias \pm aE.S.M.

Letras diferentes indican diferencia significativa entre columnas.

El tratamiento SA 3 mM aumentó el contenido de sólidos solubles totales y disminuyó el contenido de acidez total titulable, lo que refiere un mayor índice de maduración. La tendencia de estos resultados sugiere un mayor contenido de azúcares y, como

consecuencia, una apreciación de un sabor más agradable por parte del consumidor; sin embargo, el tratamiento no logró mantener el índice de comercialización mínimo requerido. Esto apuntaría a que el contenido de azúcares influye en la estabilidad de ciertos compuestos como las antocianinas y su degradación en el fruto [48].

Actividad enzimática

Mientras que la actividad SOD se redujo con el tratamiento CHS 0.25 % y se mantuvo con SA 3 mM, la actividad CAT se mantuvo con SA 3 mM y aumentó significativamente con CHS 0.25 % (Tabla 3). De esta manera se constató que la fruta, en proceso de maduración o senescencia, tiene una tasa mayor de conversión de ROS derivado de los procesos oxidativos. Igualmente, se verificó que la actividad de las enzimas SOD y CAT está relacionada al retraso de los procesos de senescencia de los frutos [49], [50]. A su vez, el balance entre la producción de enzimas antioxidantes y la producción de ROS posiblemente causaría estrés oxidativo, debido a los altos niveles de radicales presentes en el ambiente o como subproductos del metabolismo vegetal. Como resultado, los niveles de estas especies químicas tienden a permanecer en valores bajos en condiciones normales [51].

Tabla 3. Actividad enzimática del fruto de zarzamora.

Tratamiento	Actividad enzimática (U/ mg de proteína)		
	SOD	CAT	PAL
CONTROL	21.36 ± 1.78 ^a	40.47 ± 1.10 ^a	2.39 ± 0.12 ^a
SA 3 mM	18.65 ± 2.34 ^a	40.11 ± 0.89 ^a	0.90 ± 0.19 ^b
CHS 0.25 %	9.82 ± 0.84 ^b	98.64 ± 2.54 ^b	2.64 ± 0.18 ^a

Prueba HSD Tukey-Kramer, $\alpha = 0.05$.

Datos expresados como medias ± E.S.M.

Letras diferentes indican diferencia significativa entre columnas.

Siguiendo con las evidencias, la actividad PAL verificó una disminución con SA 3 mM y se mantuvo con CHS 0.25 %, dicha reducción podría estar relacionada al decrecimiento del

contenido de ácidos orgánicos en la fruta. En el transcurso de maduración de la fruta, el contenido de azúcares solubles aumentó y el de ácidos orgánicos disminuyó de manera natural. Estos resultados nos indican que el tratamiento 3 mM tuvo un efecto de aceleración en el proceso de maduración del fruto de zarzamora. Asimismo, la activación de la ruta fenilpropanoide resulta una respuesta común de las plantas como mecanismo de defensa y puede promover el reforzamiento de la pared celular [52], [53].

El quitosano reduce la actividad de enzimas de degradación de la pared celular [54], en consecuencia, podría influir en la conservación del fruto, lo que sería congruente dados los resultados obtenidos sobre la reversión y goteo de la zarzamora. Ahora bien, las respuestas al tratamiento CHS 0.25 % fueron efectivas para extender la vida útil del fruto de zarzamora sin afectar sus propiedades organolépticas, por otro lado, la técnica SA 3 mM mejoró las variables de calidad del fruto de zarzamora. Las variables organolépticas evaluadas en esta investigación se refieren a las cualidades elementales de composición en el fruto de zarzamora que pueden ser apreciadas por el consumidor. Se podría inferir que la reversión, además de ser una variable importante de calidad durante la comercialización, interviene directamente sobre la vida de anaquel del fruto de zarzamora.

CONCLUSIÓN

La aplicación del tratamiento de quitosano 0.25 % mejoró la vida de anaquel de la zarzamora debido a su acción sobre la actividad enzimática, el metabolismo relacionado a la maduración y la resistencia del fruto a factores de deterioro. Por su parte, el tratamiento SA 3 mM mejoró las características organolépticas de la zarzamora en contraste con un grupo control. De tal manera que se ha demostrado el potencial de los tratamientos para su posible aplicación en la conservación y mejoramiento de la calidad de la zarzamora.



AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad Autónoma de Querétaro, al programa A1.S.33677 y a la beca CVU: 500818 del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su apoyo durante esta investigación.

REFERENCIAS

[1] U. Złotek, M. Swieca, A. Jakubczyk, "Effect of abiotic elicitation on main health-promoting compounds, antioxidant activity and commercial quality of butter lettuce (*Lactuca sativa* L.)," *Food chemistry*, vol. 148, pp. 253–260, 2014.

[2] P. Padmanabhan, J. Coreea-Betano, G. Paliyath, "Berries and related fruits," *Encyclopedia of Food and Health*, pp. 364–371, 2016.

[3] T.Y. Wang, Q. Li, K.S. Bi, "Bioactive flavonoids in medicinal plants: Structure, activity and biological fate," *Asian Journal of Pharmaceutical Sciences*, vol. 13, pp. 12–23, 2018.

[4] J. Zhao, L. C. Davis, R. Verpoorte, "Elicitor signal transduction leading to production of plant secondary metabolites," *Biotechnology advances*, vol. 23, pp. 283–333, 2005.

[5] O. Paredes-López, M. L. Cervantes-Ceja, M. Vigna-Pérez, T. Hernández-Pérez, "Berries: improving human health and healthy aging, and promoting quality life—a review," *Plant foods for human nutrition*, vol. 65, pp. 299–308, 2010.

[6] J.C. Pech, E. Purgatto, M. Bouzayen, A. Latché, "Ethylene and fruit ripening," *Annual Plant Reviews online*, pp. 275–304, 2018.

[7] M. Benichou, J. Ayour, M. Sagar, A. Alahyane, I. Elateri, A. Aitoubahou, "Postharvest technologies for shelf life enhancement of temperate fruits," in: *Postharvest Biology and Technology of Temperate Fruits*, Springer, pp. 77–100, 2018.

[8] J. C. De la Vega, M. A. Cañarejo, N. S. Pinto, "Avances en tecnología de atmósferas controladas y sus aplicaciones en la industria. Una revisión," *Información tecnológica*, vol. 28, pp. 75–86, 2017.

[9] M. Sousa-Gallagher, A. Tank, R. Sousa, "Emerging technologies to extend the shelf life and stability of fruits and vegetables," in: *The Stability and Shelf Life of Food*, Elsevier, pp. 399–430, 2016.

[10] R. P. Singh, B. Anderson, "The major types of food spoilage: an overview," *Understanding and Measuring the Shelf-life of Food*, pp. 3–23, 2004.

[11] K. Manning, "Isolation of a set of ripening-related genes from strawberry: their identification and possible relationship to fruit quality traits," *Planta*, vol. 205, pp. 622–631, 1998.

[12] A. T. Chávez-Bárceñas, C. Alonso-Ojeda, P. A. García-Saucedo, "Proteómica de la maduración de frutos de zarzamora (*Rubus* sp.) cultivados en México, una primera aproximación," *Ra Ximhai*, vol. 8, no. 3, pp. 143–157, 2012.

[13] M. C. Martínez-Ballesta, L. López-Pérez, M. Hernández, C. López-Berenguer, N. Fernández-García, M. Carvajal, "Agricultural practices for enhanced human health," *Phytochemistry Reviews*, vol. 7, pp. 251–260, 2008.

[14] H. Barikloo, E. Ahmadi, "Shelf life extension of strawberry by temperatures conditioning, chitosan coating, modified atmosphere, and clay and silica nanocomposite packaging," *Scientia Horticulturae*, vol. 240, pp. 496–508, 2018.

[15] Y. Shen, H. Yang, "Effect of preharvest chitosan-g-salicylic acid treatment on postharvest table grape quality, shelf life, and resistance to *Botrytis cinerea*-induced spoilage," *Scientia Horticulturae*, vol. 224, pp. 367–373, 2017.

[16] R. Wills, B. McGlasson, D. Graham, D. Joyce, J. W. Rushing, "Postharvest: an introduction to the physiology and handling of fruit, vegetables and ornamentals," *Journal of vegetable crop production*, vol. 4, pp. 83–84, 1999.

[17] R. Paull, "Effect of temperature and relative humidity on fresh commodity quality," *Postharvest biology and technology*, vol. 15, pp. 263–277, 1999.

[18] A. Namdeo, "Plant cell elicitation for production of secondary metabolites: a review," *Pharmacognosy Reviews*, vol. 1, no. 1, pp. 69–79, 2007.

- [19] N. Garg, G. Manchanda, "ROS generation in plants: boon or bane?," *Plant Biosystems* vol. 143, pp. 81–96, 2009.
- [20] L. Taiz, E. Zeiger, "Plant physiology" Sinauer associates, Inc., Sunderland, MI, 2006.
- [21] M. Vázquez-Hernández, I. Parola-Contreras, L. Montoya-Gómez, I. Torres-Pacheco, D. Schwarz, R. Guevara-González, "Eustressors: Chemical and physical stress factors used to enhance vegetables production," *Scientia Horticulturae*, vol. 250, pp. 223–229, 2019.
- [22] H. Kessmann, T. Staub, J. Ligon, M. Oostendorp, J. Ryals, "Activation of systemic acquired disease resistance in plants," *European Journal of Plant Pathology*, vol. 100, pp. 359–369, 1994.
- [23] M. Asghari, M. S. Aghdam, "Impact of salicylic acid on post-harvest physiology of horticultural crops," *Trends in Food Science & Technology*, vol. 21, pp. 502–509, 2010.
- [24] M. Li, M. Yu, Z. Zhang, Z. Liu, Y. Pan, "Control of black spot disease caused by *Alternaria alternata* on jujube (*Ziziphus jujuba* Mill. cv. Dongzao) using HarpinXoo protein," *The Journal of Horticultural Science and Biotechnology*, vol. 87, pp. 250–254, 2012.
- [25] W. E. Durrant, X. Dong, "Systemic acquired resistance," *Annu. Rev. Phytopathol.* vol. 42, pp. 185–209, 2004.
- [26] L. C. van Loon, M. Rep, C. M. Pieterse, "Significance of inducible defense-related proteins in infected plants," *Annu. Rev. Phytopathol.* vol. 44, pp. 135–162, 2006.
- [27] L. Peng, Y. Jiang, "Exogenous salicylic acid inhibits browning of fresh-cut chinese water chestnut," *Food Chemistry*, vol. 94, pp. 535–540, 2006.
- [28] X. Lu, D. Sun, Y. Li, W. Shi, G. Sun, "Pre-and post-harvest salicylic acid treatments alleviate internal browning and maintain quality of winter pineapple fruit," *Scientia Horticulturae*, vol. 130, pp. 97–101, 2011.
- [29] M. Shafiee, T. Taghavi, M. Babalar, "Addition of salicylic acid to nutrient solution combined with postharvest treatments (hot water, salicylic acid, and calcium dipping) improved postharvest fruit quality of strawberry," *Scientia horticulturae*, vol. 124, pp. 40–45, 2010.
- [30] B. M. Moreno, R. G. Rizzolo, C. de Moraes Fagundes, A. Bender, L. E. C. Antunes, "Efeito do ácido salicílico na pré-colheita de amora preta cv. tupy.," *Revista Iberoamericana de Tecnología Postcosecha*, vol. 16, 234–239, 2015.
- [31] A. Lo'ay, "Preharvest salicylic acid and delay ripening of 'superior seedless' grapes," *Egyptian journal of basic and applied sciences*, vol. 4, pp. 227–230, 2017.
- [32] A. Lo'ay, M. El-Boray, "Improving fruit cluster quality attributes of 'flame seedless' grapes using preharvest application of ascorbic and salicylic acid," *Scientia Horticulturae*, vol. 233, pp. 339–348, 2018.
- [33] M. Aider, "Chitosan application for active bio-based films production and potential in the food industry," *LWT food science and technology*, vol. 43, pp. 837–842, 2010.
- [34] H. Yin, X. Zhao, Y. Du, "Oligochitosan: a plant diseases vaccine—a review," *Carbohydrate Polymers*, vol. 82, pp. 1–8, 2010.
- [35] M. Rinaudo, "Chitin and chitosan: properties and applications," *Progress in polymer science*, vol. 31, pp. 603–632, 2006.
- [36] T. Wu, S. Zivanovic, F. A. Draughon, W. S. Conway, C. E. Sams, "Physicochemical properties and bioactivity of fungal chitin and chitosan," *Journal of agricultural and food chemistry*, vol. 53, pp. 3888–3894, 2005.
- [37] W. Lin, X. Hu, W. Zhang, W. J. Rogers, W. Cai, "Hydrogen peroxide mediates defence responses induced by chitosans of different molecular weights in rice," *Journal of Plant Physiology*, vol. 162, pp. 937–944, 2005.
- [38] X. Sun, J. Narciso, Z. Wang, C. Ference, J. Bai, K. Zhou, "Effects of chitosan-essential oil coatings on safety and quality of fresh blueberries," *Journal of food science*, vol. 79, pp. M955–M960, 2014.
- [39] S. Bautista-Baños, M. Hernández-López, E. Bosquez-Molina, "Growth inhibition of selected fungi by chitosan and plant extracts," *Revista Mexicana de Fitopatología*, vol. 22, pp. 178–186, 2004.
- [40] P. Hernández-Muñoz, E. Almenar, M. J. Ocio, R. Gavara, "Effect of calcium dips and chitosan coatings on postharvest life of



strawberries (*Fragaria x ananassa*)", *Postharvest Biology and Technology*, vol. 39, pp. 247–253, 2006.

[41] S. Silva Júnior, N. Stamford, M. Lima, T. Arnaud, M. Pintado, B. Sarmiento, "Characterization and inhibitory activity of chitosan on hyphae growth and morphology of *Botrytis cinerea* plant pathogen," *International Journal of Applied Research in Natural Products*, vol.7, pp. 31–38, 2014.

[42] J. R. Clark, P. Perkins-Veazie, "'APF-45' primocane-fruiting blackberry," *HortScience*, vol. 46, pp. 670–673, 2011.

[43] M. Mikulic-Petkovsek, D. Koron, Z. Zorenc, R. Veberic, "Do optimally ripe blackberries contain the highest levels of metabolites?," *Food chemistry*, vol. 215, pp. 41–49, 2017.

[44] C. Beauchamp, I. Fridovich, "Superoxide dismutase: improved assays and an assay applicable to acrylamide gels," *Analytical biochemistry*, vol. 44, pp. 276–287, 1971.

[45] H. Aebi, "[13] catalase in vitro," in: *Methods in enzymology*, vol. 105, Elsevier, pp. 121–126, 1984.

[46] D. Dickerson, S. Pascholati, A. E. Hagerman, L. Butler, R. Nicholson, "Phenylalanine ammonia-lyase and hydroxycinnamate: CoA ligase in maize mesocotyls inoculated with *Helminthosporium maydis* or *Helminthosporium carbonum*," *Physiological plant pathology*, vol. 25, pp. 111–123, 1984.

[47] M. M. Bradford, "A rapid and sensitive method for the quantitation of microgram quantities of protein utilizing the principle of protein-dye binding," *Analytical biochemistry*, vol. 72, pp. 248–254, 1976.

[48] M. Edgley, D. Close, P. Measham, D. Nichols, "Physiochemistry of blackberries (*Rubus l.* subgenus *Rubus watson*) affected by red drupelet reversion," *Postharvest Biology and Technology*, vol. 153, pp. 183–190, 2019.

[49] B.Wang, J.Wang, X. Feng, L. Lin, Y. Zhao, W. Jiang, "Effects of 1-mcp and exogenous ethylene on fruit ripening and antioxidants in stored mango," *Plant Growth Regulation*, vol. 57, pp. 185, 2009.

[50] M. K. Saba, S. Moradi, "Internal browning disorder of eight pear cultivars affected by bioactive constituents and enzyme activity,"

Food chemistry, vol. 205, pp. 257–263, 2016.

[51] L.Wang, L.Wang, Z. Zhang, M. Ma, R.Wang, M. Qian, S. Zhang, "Genome-wide identification and comparative analysis of the superoxide dismutase gene family in pear and their functions during fruit ripening," *Postharvest biology and technology*, vol. 143, pp. 68–77, 2018.

[52] E. Haslam, "Plant polyphenols (Syn. Vegetable Tannins) and chemical defense—a reappraisal," *Journal of Chemical Ecology*, vol.14, pp. 1789–1805, 1988.

[53] F. Muro-Villanueva, X. Mao, C. Chapple, "Linking phenylpropanoid metabolism, lignin deposition, and plant growth inhibition," *Current opinion in biotechnology*, vol. 56, pp. 202–208, 2019.

[54] Y. He, S. K. Bose, M. Wang, T. Liu, W. Wang, H. Lu, H. Yin, "Effects of chitosan oligosaccharides postharvest treatment on the quality and ripening related gene expression of cultivated strawberry fruits," *Journal of Berry Research*, vol. 9, pp. 11–25, 2019.

PROPIEDADES Y VENTAJAS DEL TOMATE CHERRY NEGRO

Properties and advantages of black cherry tomato

Rosario Guzmán Cruz^{1*}, Josué Daniel Hernández Vega¹, Ixchel Parola Contreras¹

¹ Universidad Autónoma de Querétaro

*Autor de correspondencia
rosario.guzman@uaq.mx

RESUMEN

La presente investigación tiene el objetivo de brindar un marco general de factibilidad de producción del tomate cherry negro y sus beneficios a la salud humana, con el principal propósito de incrementar su consumo como un producto nutracéutico cada vez más conocido. En la primera parte de la revisión se mencionan los últimos indicadores económicos del tomate rojo como punto de partida para el análisis del comportamiento del tomate cherry en el mercado nacional e internacional. Asimismo, se consideran las variedades comerciales que se desplazan tanto en el mercado mexicano como en el mundial. Adicionalmente, se realiza una descripción de las generalidades morfológicas del tomate tipo cherry negro y las principales características de su proceso de producción. Seguida de una compilación de los compuestos bioactivos en esta variedad y sus funciones en la planta, así como estudios previos de estos en diferentes variedades de cherry. Después, se cierra con los beneficios estudiados en la salud humana. Finalmente, se concluye que dicho producto se posiciona en el mercado nacional dentro de la categoría *gourmet*, por lo que es un producto de menor demanda y su producción se realiza en menor escala que las otras variedades de tomate rojo. Sin embargo, el tomate cherry negro es una excelente opción de consumo para mejorar la salud, con una producción y comercialización en constante evolución dentro del mercado *gourmet* que lo hacen un producto altamente rentable.

Palabras clave: nutracéutico, rendimiento, morfología, cultivo, bioactivo.

ABSTRACT

The objective of this investigation is to provide a general framework of the feasibility of producing black cherry tomato and its benefits to human health, in order to increa-

se its consumption as an growingly popular nutraceutical product. In the first part of this paper, the latest economic indicators of red tomato as a starting point for analyzing the behavior of cherry tomato in the international and national markets is mentioned. Additionally, the commercial varieties that move in the national and export markets are considered. Furthermore, a description is made of the morphological generalities of the black cherry tomato and the main characteristics of its production process, followed by a compilation of the bioactive compounds in this variety, its functions in the plant, as well as previous studies of these compounds in different cherry varieties. This section closes with the benefits studied in human health. Finally, we conclude that this product is positioned in the national market as a gourmet product, so it has less demand and, therefore, its production is lower than the other varieties of tomato. However, it is an excellent consumption option to improve health, with a constantly evolving production and modification within the gourmet market, which makes it a highly profitable product.

Keywords: nutraceutical, yield, morphology, cultivation, bioactive.

INTRODUCCIÓN

El tomate tipo cherry negro (*Solanum lycopersicum* var. *Cerasiforme*), llamado cereza, uva o pasa, es un producto de reciente introducción en el mercado; no obstante, este tipo de variedades, por ejemplo, las accesiones negro Segureño, Tomate Moruno, Cirneta Negra y Negro de Santiago [1], han existido desde hace siglos y se han utilizado de manera tradicional en varios lugares del globo. El tomate, al ser originario de la región andina del continente americano, se diseminó por el mundo después de la conquista. Por ende, su domesticación y fitomejoramiento se logró por los diferentes ambientes a los que se vio expuesto, específicamente,



se evidencia en el tomate moderno, alimento aproximadamente cien veces más grande que la primera variedad de tomate que zarpó de América. Debido al conocimiento sobre la explotación y manipulación del tomate, este estudio estima que los primeros tomates fueron del tamaño de los tomates cherry [2].

El tomate rojo se ha convertido en un sistema biológico importante que ha sido estudiado a través de modelos para las plantas, tanto así, que se le considera el mayor representante de la investigación biológica y mejoramiento genético de las solanáceas [2]. En 2018 tuvo un rendimiento de 15.3 ton/ha [3].

Los tomates cherry han disparado su popularidad en los mercados *gourmet* en los últimos años gracias a los estudios científicos de los bioactivos en las frutas. Tal es el caso de las frutas de piel oscura o púrpuras, como las moras, las uvas negras y, específicamente, el tomate cherry negro. Estas frutas tienen altos contenidos de antocianinas, compuestos fenólicos y antioxidantes que las hacen alimentos altamente nutraceuticos [4], [5]. Los alimentos nutraceuticos son conocidos por proporcionar beneficios a la salud, incluida la prevención y/o el tratamiento de algunas enfermedades [6]; estudios específicos sobre los bioactivos de los tomates oscuros, azules y negros los señalan como alimentos de este tipo [5]. Por ejemplo, las antocianinas, contenidas en el tomate, se caracterizan por ser compuestos polifenólicos [4], éstos pertenecen a los flavonoides, actualmente conocidos para prevenir algunas enfermedades degenerativas, y como terapéuticos en gran gama de enfermedades en el ser humano [7]. Adicionalmente, el valor nutraceutico del tomate se asocia a su contenido de vitaminas, polifenoles y carotenoides [8], por lo que el consumo de este alimento ofrece una alternativa deliciosa y nutritiva. Debido a todas estas ventajas, el objetivo de este trabajo es hacer una revisión de las características y propiedades del tomate cherry negro para dar un marco general de la factibilidad de su producción y sus beneficios a la salud

humana, con el propósito de incrementar y popularizar su consumo por ser un producto nutraceutico.

IMPORTANCIA ECONÓMICA DEL TOMATE

El tomate, o jitomate, tiene su origen en el continente americano y, aunque no se conoce el punto donde se domesticó, tiene dos puntos históricos de difusión. El primero se encuentra en la zona de los Andes, donde investigadores sospechan que se originó [9], [10]. El segundo se ubica en México, después de la conquista española, ya que desde allí se introdujo en Europa como planta de ornato. Así, durante los siguientes 200 años se le atribuyeron poderes mágicos e incluso se creyó que era algún tipo de manzana, pero no fue sino hasta el siglo XVIII que se le consideró como alimento y su producción se extendió por el mundo, donde las diferentes variaciones ambientales, de suelo, y de relaciones entre seres vivos han dado lugar a dos cosas: la proliferación de diversas variedades de tamaños y colores de tomate (Fig. 1) y, por otra parte, el comercio de semillas mejoradas con primitivas técnicas de propagación y selección [10].



Figura 1. Variedades de tomate cherry negro: A) *Indigo cherry drops*, B) *Indigo rose* y C) *cherry negro*.

A la par del crecimiento de la importancia y extensiones cultivadas del tomate, comenzaron a surgir patógenos y plagas, lo que acrecentó la demanda de variedades resistentes. En el año 1934, salió al mercado la variedad resistente a *Cladosporium fulvum*. Pese a que esta variedad no generaba mucho rendimiento, marcó las pautas de los derechos

de propiedad sobre cultivares nuevos, así como el surgimiento de híbridos resistentes a enfermedades, lo que provocó el incremento de los rendimientos durante el resto del siglo XX y hasta la fecha [10].

El tomate no sólo fue clave para el desarrollo de tecnologías de fitomejoramiento, sino también es precursor de nuevos métodos de producción, transporte, almacenamiento y tratamiento posterior a la cosecha que, progresivamente, lo han posicionado como la hortaliza con mayor demanda, distribución y venta en el mundo [11].

En 2018, la producción a nivel mundial de tomate se calculó en 423.3 millones de toneladas en un área cosechada de 3,496 millones de ha, con un valor bruto de \$190.4 billones de USD entre productores e importadores, con un incremento de 6.5 % respecto al año anterior (Fig. 2). El tomate representó el 8.09 % de la producción mundial de alimentos. En cuanto a su consumo internacional, China es el principal consumidor de este cultivo, a su vez, en el mismo año fue el primer productor, con 25.5 % de la producción mundial, seguido de India y Estados Unidos de América. Éste último es el mayor importador del producto. Por otro lado, México ocupó la novena posición de países productores, con el 1.9 % de participación; sin embargo, fue el mayor exportador en el mundo en términos de volumen, tanto así, que abarcó el 91.1 % de las importaciones de tomate de EE.UU [3]. Países Bajos se colocó en la segunda posición como exportador en términos de volumen, y el primero en términos de valor de ventas [12].

La producción agrícola primaria en México asciende a 41.33 trillones de USD [13], la tasa de crecimiento anual del valor agregado fue de 2.38 % y la aportación al PIB de la agricultura, silvicultura y pesca fue del 3.39 % en 2018 [14]. El tomate es el cuarto cultivo en importancia nacional, con un 4.3 % de la producción total. Este fruto tuvo una producción máxima histórica de 3.47 millones de toneladas en 2017 (Fig. 3.A). La cantidad de tomate exportado se ha comportado de

manera muy similar a la producción, que ha conservado cierta constancia, a diferencia de la superficie cultivada, que ha tenido múltiples cambios en el mismo periodo de tiempo. La cantidad de tomate rojo importado ha tenido valores insignificantes, por lo que se descartan de la gráfica (Fig. 3.A). La producción en 2017 tuvo un valor en la producción de 25.483 mdp y un crecimiento del 3.6 % anual en la producción nacional. Los principales estados productores fueron Sinaloa (27 %), San Luis Potosí (9.8 %), Michoacán (7.3 %), Jalisco (6.3 %) y Zacatecas (5.6 %) [12].

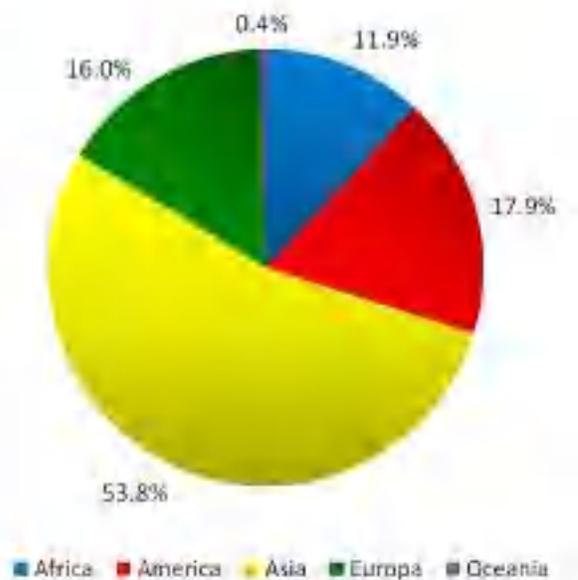


Figura 2. Porcentaje de producción mundial promedio por región de tomate rojo de 1994 a 2018 [3].

En 2017, de las 50,373 ha cultivadas de tomate, se logró una producción máxima histórica de 3.47 millones de toneladas, producto de una tasa promedio de crecimiento anual del 3.6 % en la última década, con una tendencia actual a la alza desde 2013 [15]. De la superficie señalada, 35,175 ha se cultivaron a Campo Abierto (CA), mientras que 15,198 ha, bajo Agricultura Protegida (AP) en el mismo año. Ambos modelos de producción han tenido diferentes tasas de crecimiento en la última década (Fig. 3.B), la producción a CA se ha reducido en promedio un 5.9 % cada año; de 64,663 ha cultivadas en 2007 a 35,175 ha para 2017. Mientras tanto, la producción bajo



AP se ha incrementado en promedio un 22.7 % cada año, pasando de 1,973 a 15,198 ha en el mismo periodo [12].

La diferencia entre los tipos de producción ha contribuido a remarcar la brecha del precio medio al que se paga el tomate rojo en el país (Fig. 4), y también ha ayudado a precisar las variedades de tomate que se prefieren cultivar, principalmente, por la relación costo-beneficio y la capacidad técnica para asegurar la producción. Por ejemplo, del total de la producción en 2017, la especie Saladette representó el 83.6 %, el tomate bola el 12.8 % y el cherry solo el 2.6 %, aproximadamente 90.22 miles de ton, de las cuales 17.05 miles de ton se produjeron en CA, mientras que 73.17 miles de ton fueron producidas bajo AP. Los principales productores nacionales fueron Jalisco (25.7 %), Guanajuato (19.4 %), Colima (13.8 %) y Sonora (10.1 %) [12].



Figura 3. A) Histórico de exportación, importación y producción anual en toneladas, y área cosechada en ha al 2017 [3]. B) Superficie sembrada de tomate rojo a Campo Abierto y Agricultura Protegida [3].

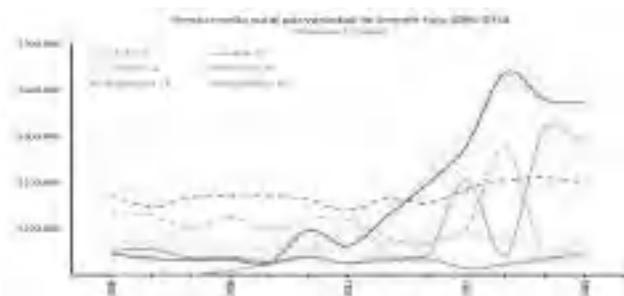


Figura 4. Precio medio histórico en moneda nacional por tonelada de las variedades de tomate rojo bajo los tipos de producción: Campo Abierto (CA) y Agricultura Protegida (AP) [12].

Un factor importante para la producción de tomate es el ciclo de cultivo. Según [16], durante 2018, el ciclo primavera-verano aportó el 44.2 % de la producción nacional, por otro lado, el ciclo otoño-invierno aportó el 55.8 %. Se considera que Sinaloa fue el estado que más aportó a la producción y disponibilidad nacional [16] aunque, por la calidad de sus cosechas, los estados de Michoacán, Jalisco y Querétaro se han enfocado a la exportación. Gracias a su avance en el cultivo de invernaderos, y a una eficiente aplicación de programas de control de plagas y enfermedades, los estados que se han posicionado con los mayores rendimientos son Querétaro, Puebla, Nuevo León y Coahuila [12].

En la producción en AP, la variedad cherry ha reportado incrementos en el rendimiento promedio en los últimos cinco años: bajo invernadero (77 %) y malla sombra (39 %), siendo 2015 el mejor año, con valores de 1188.55 y 203.05 ton/ha respectivamente, contra las 540.98 y 119.44 ton/ha cosechados un año antes [16]. En este régimen de cultivo se recomienda el uso de híbridos de crecimiento indeterminado a un solo tallo pues, sin importar el comportamiento variado en cada región del país por la cantidad de luz recibida y la capacidad de adaptación a las condiciones climatológicas, se permite reducir esta brecha [17]. Las variedades de tomate cherry que han tenido más promoción en México son: *Sakura*, *Tomagino*, *Amaretto*, *Olene*, *Shiren*, *Felicity*, *Camelia*, *Tymoy*, *Dana*, *Luciplus*, *Lucinda*, *Olivia*, *Solana*, *Limoncito*, *Romanita* y *Honey Drop*. La demanda de estas variedades se debe a que manejan un paquete de resistencias diferentes que se adapta a las diversas condiciones del territorio nacional [18], [19]. Respecto a cultivos establecidos de tomate cherry negro en el país, no hay registros fidedignos que se puedan reportar, pero su comportamiento de desarrollo no difiere del resto. Aunque la producción nacional de tomate cherry empieza a tener relevancia, hasta el momento no hay datos reportados de este cultivo y sus variedades en fuentes oficiales. En resumen,

es necesario darle mayor importancia, dado que es un producto altamente cotizado para exportación, con rendimientos elevados y de interés en el consumo nacional [14].

GENERALIDADES MORFOLÓGICAS DEL TOMATE CHERRY NEGRO

La planta del tomate es perene, de porte arbustivo y se desarrolla de formas distintas: rastrera, semi-erecta o erecta [10]. Es de crecimiento ilimitado (indeterminado) y su sistema radicular consiste de una raíz principal corta y débil, pero se complementa de raíces secundarias y adventicias mucho más numerosas y potentes. La raíz principal puede medir hasta cincuenta centímetros de largo, en cambio, las mayoría de las raíces secundarias no rebasan los veinte o treinta centímetros de profundidad [10].

El tallo principal se define como un eje herbáceo cuyo grosor puede oscilar entre 2 y 4 cm en la base, y se extiende por el resto de la planta. Consiste en una superposición de simpodios sobre los cuales brotan y crecen las hojas y los tallos secundarios e inflorescencias (Fig. 5A). En la sección distal se ubica el meristemo apical, que es la zona donde se desarrollan los primordios foliares y florales que van marcando la pauta de desarrollo vegetativo. A lo largo del tallo principal, en cada peciolo, suele brotar un tallo secundario con sus propias hojas e inflorescencias, que a su vez puede generar más tallos de forma constante, limita el crecimiento de la planta y disminuye el rendimiento [10].

La hoja es compuesta e imparipinnada, con folíolos peciolados, lobulados y de bordes dentados que se distribuyen sobre la longitud del tallo. Por otro lado, la flor se integra de cinco o más sépalos y pétalos amarillos, es regular e hipógina, y está dispuesta con forma helicoidal a intervalos de 135 grados; contiene cinco estambres soldados alternados con los pétalos, que forman un cono estaminal que envuelve al gineceo con un ovario bi o plurilocular. Las flores están

agrupadas en inflorescencias de tipo racimoso (dicasio). La primera flor se forma en la yema apical y las demás se disponen lateralmente por debajo de la primera, alrededor del eje principal. La flor se une al eje floral mediante un pedicelo articulado grueso con un pequeño surco originado en el espesor del córtex, generando una reducción. Estas inflorescencias se presentan cada dos o tres hojas en las axilas [10].

El tomate es una baya bilocular o plurilocular, su peso oscila alrededor de los cuarenta gramos y está formado por el pericarpio, el tejido placentario y las semillas (Fig. 5B). Cuando comienza la formación del fruto, éste es de color verde y progresivamente adquiere una tonalidad púrpura; conforme se acerca al estado de maduración comienza una segunda pigmentación de color rojo (Fig. 6A). El estado de madurez se indica a través de la manifestación del color rojo oscuro. El tomate se separa por la zona de abscisión del pedicelo para su cosecha [10], la semilla del tomate cherry negro (Fig. 6B) es de forma discoidal, de máximo 5 mm de largo, 4 mm de ancho y 2 mm de profundidad, un millar de semillas pesa aproximadamente 2 g. Dentro de ella contiene al embrión en un acomodo en espiral, mientras que el endospermo lo retiene. La viabilidad de una semilla es entre 3 y 5 años, todo esto depende de la variedad y el cuidado, pero se puede conservar hasta por 15 o 30 años, pero con una reducción de su tasa de viabilidad a 59 % [10].



Figura 5. A) Planta de tomate cherry negro con crecimiento de 12 semanas. B) Planta de tomate cherry negro con crecimiento de 16 semanas con flores y frutos en diferentes etapas de desarrollo.

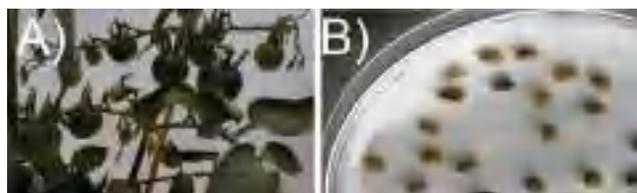


Figura 6. A) Plantas de 16 semanas de desarrollo con racimos de tomate cherry negro en la primera transición de pigmentación de verde a púrpura. B) Semillas de tomate cherry negro después de 24 horas en un proceso de embebido; ya se encuentran en la etapa de germinación.

CARACTERÍSTICAS DEL PROCESO DE PRODUCCIÓN DEL TOMATE CHERRY NEGRO

Son diversos los factores ambientales que pueden afectar el desarrollo del cultivo de tomate cherry. En condiciones de AP [10], se recomienda cubrir los siguientes factores para un desarrollo productivo adecuado que proporcione resultados óptimos:

Para un idóneo crecimiento radicular, el tomate necesita una profundidad de suelo entre 40 y 60 cm que sea fácilmente penetrable por la raíz.

En cuanto a la comodidad del manejo del cultivo, el sustrato debe mantenerse inerte durante el ciclo, igualmente, libre de otros microorganismos que puedan competir por los recursos del suelo e infectar el cultivo.

Respecto a las propiedades físicas, el sustrato debe contener un volumen de agua equi-

valente a entre 20 y 30 % de su volumen total. Además, suficiente capacidad de aireación entre el 30 y 40 % del volumen total; se sugiere que sea suficientemente poroso para impedir la compactación del suelo.

En el aspecto químico, se recomienda que el suelo tenga un pH que oscile entre 6 y 6.5, al igual que una nula o muy baja capacidad de intercambio catiónico, así como bajos niveles de salinidad y erosión [10].

El cultivo requiere de una luminosidad natural con periodos mínimos de 12 horas al día. A lo largo del ciclo, se requieren intervalos específicos de temperatura para cada fase; de forma general, para un cultivo óptimo se recomienda un intervalo de temperatura nocturno entre 15 – 18 °C y durante el día de 28 – 30°C, lo que evita abortos en las flores u otros daños asociados. Al mismo tiempo, se recomienda una humedad relativa del ambiente entre 50 y 60 %, para evitar la aparición de enfermedades o daños al fruto por exceso de vapor de agua [10].

Una recomendación para facilitar el manejo del cultivo de jitomate cherry, es por medio de los ganchos de tutoreo de 0.30 m de longitud, cada uno con aproximadamente 6 m de rafia enrollados. Es necesario que el equipo se encuentre previamente desinfectado con sales cuaternarias de amonio en un período de 24 horas (Fig. 7). Es importante aclarar que la rafia debe sujetarse a la base del tallo con anillos de tutorado [10].

Durante el crecimiento del cherry, debe definirse el número de tallos y la producción deseables. En las plantas de un solo tallo, es importante eliminar los brotes auxiliares para evitar alteraciones en el desarrollo del cultivo, éstos se remueven cuando tienen una longitud de 2 a 5 cm de largo, ya que pueden afectar el estado de nutrición o generar una especie de lucha por los recursos entre los tallos de una misma planta que genera un desbalance en los requerimientos de nutrición [10].



Figura 7. Cultivo de tomate cherry negro ya establecido con 12 semanas de crecimiento.

Cuando hayan brotado las flores, la polinización puede hacerse de manera indirecta o cruzada. Convencionalmente se introduce una colmena a partir de la primera semana de floración y durante 6 semanas más de actividad, pero también es posible polinizar mediante el uso de ventiladores entre las filas del cultivo. El raleo en flores y frutos se realiza para fomentar el crecimiento uniforme de tamaño de los frutos. Desde el plan de manejo del cultivo, se decide el número de frutos por racimo que habrá, así que los excesos de flores en los racimos y flores sin cuajar se remueven al momento de su detección. También deben removerse los frutos mal formados y los que presenten retraso significativo de crecimiento en relación con el resto; asimismo, han de extraerse las hojas senescentes encontradas debajo del primer racimo floral para prevenir el surgimiento de enfermedades [10].

Es importante manejar un programa de control de plagas y enfermedades, establecer trampas para el monitoreo de insectos y comprender los hábitos de desarrollo de enfermedades para detectarlas y actuar antes de comprometer el desarrollo del cultivo o la producción [10].

COMPUESTOS BIOACTIVOS

Tanto dentro de los seres vivos como fuera de ellos existen moléculas químicas con uno o más electrones sueltos en su estructura, que poseen la capacidad de intervenir en cualquier reacción bioquímica con la que tengan cercanía, alterando el resultado y generando aún más moléculas con electrones libres. Aunque estas intervenciones son muy breves, son capaces de generar graves daños al interior de los seres vivos. Dichas moléculas, conocidas como radicales libres, son producidas por la actividad de las especies reactivas de oxígeno (ROS, por sus siglas en inglés) dentro de los organismos. Los ROS participan en los diversos procesos de señalización celular de los seres vivos, pero también provienen del ambiente que permea al interior de los organismos [20]. El mecanismo de defensa ante el estrés generado por ataques de los ROS provoca que las plantas generen sustancias captadoras de radicales libres conocidas como fitoquímicos. La acumulación de los componentes fitoquímicos sirve como referente de la calidad del fruto, ya que ellos le otorgan sus colores, aromas y sabores tan específicos, además de determinar su contenido nutricional, que puede incrementar la preferencia del consumidor [21].

Compuestos fenólicos

Entre las sustancias fitoquímicas de mayor importancia están los compuestos fenólicos, moléculas con uno o más grupos hidroxilos añadidos a un anillo aromático. Todas estas sustancias tienen participación en el desarrollo y reproducción de las plantas, sin embargo, se destacan más como mecanismos de protección contra los patógenos vegetales, la radiación ultravioleta y los depredadores, mediante la reorganización de los sistemas de defensa para así eliminar rápidamente los ROS de su interior y corregir los daños ocasionados. Se distinguen hacia el exterior por la apreciación organoléptica y los estándares de calidad de cada fruto [5], [22].



Tanto la presencia como la acumulación de los compuestos fenólicos en el fruto llegan a variar significativamente por factores internos y específicos de la genética de la planta; del mismo modo, por la interacción con el medio en el que se cultiva, las prácticas agrícolas, las condiciones del suelo, el grado de maduración en el que se encuentra cuando es cosechado, las condiciones posteriores a la cosecha y los tratamientos a los que se someta para darle un mayor valor agregado [23], [24]. Para cuantificarlos en el laboratorio, se utilizan diferentes reactivos equivalentes que varían dependiendo del protocolo utilizado.

Los tomates, al formar parte de la dieta de los seres humanos, cuando son ingeridos transfieren sus compuestos fenólicos y su capacidad de respuesta contra los ataques de los ROS hacia el cuerpo del consumidor; tales compuestos amplían las líneas de defensa contra diversos padecimientos generados por ROS que llegan a comprometer la salud del ser humano. Los compuestos fenólicos más destacados en el tomate son los polifenoles, los flavonoides, las antocianinas y los carotenoides.

a) Polifenoles

Los compuestos fenólicos son fitoquímicos constituidos por un anillo aromático y al menos un hidroxilo; gracias a su grupo para-hidroxilo, son capaces de eliminar radicales libres [25]. Son elementos importantes en los factores de protección de las plantas y su concentración depende de las condiciones de los cultivos, maduración, temporalidad y manipulación poscosecha [26]. La composición típica de fenoles en frutos maduros de tomate rojo varía dependiendo del fenol; por ejemplo, la *Naringenina chalcona* se encuentra entre 0.9 – 18.2 mg; quercetina, entre 0.7 – 4.4 mg; rutina, entre 0.5 – 4.5 mg; ácido clorogénico, entre 1.4 – 3.3 mg; ácido caféico, entre 0.1 -1.3 mg; naringenina, entre 0 -1.3 mg; y Kaempferol-3-rutinoside, entre 0 – 0.8 g; todas las cantidades calculadas en 100 g de peso fresco (PF) [8]. En su reporte, [27], detectaron hasta 3.84 mg equivalentes

de ácido tánico/100 g de peso seco (PS) en la variedad tomate cherry rojo. Por su parte, [28], resalta un valor de 46.86 mg equivalentes de ácido gálico (GAE por sus siglas en inglés) /100 g de PF para las variedades de cherry café que estudiaron. Por otro lado, [21] identificaron la variedad del cherry rojo con 565.4 mg GAE/100 g de PS, al cherry amarillo con 678.8 mg GAE/100 g de PS y a la variedad cherry negro Kumato con solo 46.8 mg GAE/100 g de PS. Otros valores de polifenoles menos destacados se presentan en la Tabla 1.

Los polifenoles en general están asociados a diversos beneficios a la salud humana, ya que sus estructuras otorgan diversas funciones antioxidantes, antiinflamatorias, hepatoprotectoras, cardioprotectoras, hipoglucemiantes, antimutagénicas y antimicrobianas, además de ser agentes antivirales [23]. Por otra parte, se asocian al combate de padecimientos cardiovasculares como obesidad y diabetes tipo II, enfermedades neurodegenerativas, el cáncer y el envejecimiento [25], [29], [30]. En el trabajo con ratones de [31], los fenoles presentes en el vinagre de tomate redujeron la resistencia a insulina mediante AMPK/glucosa mediada por el Receptor Alfa Activado por el Proliferador de Peroxisomas (PPAR α). Respecto a enfermedades inflamatorias crónicas, [32] comprobó las propiedades antiinflamatorias de los polifenoles.

b) Flavonoides

Los flavonoides (C₆-C₃-C₆) constituyen el grupo más grande de compuestos fenólicos naturales (cerca de 10,000) y funcionan como agentes defensivos de las plantas a través de su actividad antifúngica, insecticida y alelopática [33]; en los frutos, contribuyen a la determinación del aroma, la fragancia y el color [25]. En su estudio con diferentes variedades de tomate cherry, [22] mencionan un promedio de 2.43 mg de catequina equivalentes (CAT, por sus siglas en inglés) /100 g de PS, pero la más destacada fue la variedad Olleh-

TY con 2.65 mg CAT/100 g de PS. Por su parte, [21] reporta 25.59 mg de CAT/100 g de PS para la variedad de cherry rojo, 35.15 en cherry amarillo y 31.79 en la variedad de cherry negro Kumato.

Los flavonoides tienen la función de señalización entre autótrofos y heterótrofos (simbiosis, patogénesis, alimentación y oviposición), y pueden usarse como antídotos contra fungicidas, herbicidas y venenos de serpiente, y como inhibidores enzimáticos diversos [33]. La quercetina, el kaempferol y la narigenina, han sido efectivas contra la línea celular Hepa-1c1c7 de cáncer de hígado en ratones, y la línea celular LNCaP de cáncer prostático en humanos [29]; de esa manera, son análogos de los esteroides en la formación de estrógenos, disfunción de la membrana celular y regulación de la proliferación celular [8]. Por otro lado, la rutina, la quercetina y los glucósidos de quercetina y resveratrol ejercen actividad antiinflamatoria en el intestino humano, que evita la absorción prematura de aglicona y la liberan en el colón [29]. En su trabajo de [34] con ratas diabéticas, el kaempferol mejoró la insulina, de dicha forma logró una regulación negativa de la Quinasa I κ B (IKK), y posteriormente la activación del Factor Nuclear Kappa-beta (NF- κ B). En otro trabajo con rutina, o vitamina P, mostró tener un efecto anticancerígeno y redujo la fragilidad de los vasos sanguíneos [35]. La quercetina aporta varios beneficios relacionados con el corazón y efectos antiinflamatorios, antiagregantes y vasodilatadores *in vivo* [36]. Respecto a la artritis reumatoide, flavonoides, como la rutina, la quercetina, el resveratrol y la catequina, lograron la inhibición de la diferenciación entre osteoclastos y macrófagos, así como la modulación de estrógenos [25].

c) Antocianinas

Las antocianinas son los flavonoides pigmentados vegetales responsables de las tonalidades rojas, azules y moradas en las plantas. Se acumulan generalmente en la piel de las

frutas azules, como protección de los rayos UV emitidos por el sol [5], [25]; en el caso de los tomates cherry, se han detectado en cantidades mínimas. Estudios realizados en Italia [21] reportaron las concentraciones de antocianinas en las variedades de tomate cherry rojo, amarillo y negro Kumato con valores de 14.25, 23.14 y 11.53 mg equivalentes de Cianidina-3-Glucósido (Cy-3-G, por sus siglas en inglés) /100 g PS, respectivamente. En Japón, estudios con tomates cherry de la variedad *Indigo Rose* encontraron 17 mg/g de extracto en fresco en la piel, mientras que en la pulpa se encontraron 0.1 mg/g de extracto en fresco; en las semillas no se detectaron [5]. Los efectos de las antocianinas sobre la salud humana se han identificado en la expresión de adiponectina, lo que incrementa la sensibilidad de los adipocitos hacia la insulina, esto regula la obesidad en el cuerpo humano. Igualmente, la ingesta de extractos con antocianinas mejora el rendimiento cognitivo y motriz en animales [25], mientras que [37] explica la actividad antioxidante, antiinflamatoria y cardioprotectora que las antocianinas pueden tener.

d) Carotenoides

Los carotenoides son pigmentos tetraterpenos liposolubles. A este grupo pertenecen varias agrupaciones precursoras de la vitamina A, como la criptoxantina y el caroteno, y también las no precursoras, por ejemplo, el licopeno o la luteína. Los carotenoides son sintetizados en las hojas, flores y frutos, tales componentes bioactivos participan en las funciones fotosintéticas de las plantas mediante la protección contra los daños causados por la luz solar en las hojas; las xantofilas violaxantina y neoxantina proporcionan la coloración amarilla a las flores y el licopeno le da la coloración roja al fruto [8]. Se han identificado cerca de 600 carotenoides en la naturaleza, y de éstos, aproximadamente 40 están presentes en los alimentos consumidos por humanos [25]. En frutos maduros de tomate rojo, la composición típica de ca-



rotenoides varía de acuerdo a la variedad y el ambiente, por ejemplo, el licopeno se encuentra entre 7.8 – 18.1 mg, el fitoeno entre 1.0 – 2.9 mg, el fitoeflueno entre 0.2 – 1.6 mg, el β -caroteno entre 0.1 – 1.2 mg, el g-caroteno entre 0.05 -0.3 mg, el δ -caroteno entre 0 - 0.2 mg, y la luteína a 0.09 g, todos en 100 g de PF [8].

En análisis anteriormente realizados en tomates cherry, se han contabilizado en promedio 7.87 mg de licopeno/100 g de PS en el mismo grupo de híbridos H13 [27], pero la mayor concentración se encontró en la variedad H13-39, con 16.54 mg de licopeno (Lyc) /100 g de PS. Otros colaboradores [21] reportan concentraciones de 10.57 mg de Lyc/100 g de PS y 1.04 mg de β -Caroteno (β -CAR) /100 g de PS en tomate cherry rojo; para el tomate cherry amarillo reportan 0.11 mg Lyc/100 g de PF y 0.93 mg β -CAR/100 g de PS, en el mismo trabajo pero en la variedad de cherry negro Kumato, obtuvieron valores de 6.02 mg Lyc/100 g de PS y 3.18 mg de β -CAR/100 g de PS.

Otra investigación en tomate cherry [22] reporta 3.56 mg de β -CAR/100 g PS en la variedad Rubyking. Por otro lado, [28] expone valores de 0.54 mg de β -CAR/100 g PF en la variedad de cherry café, y 4.31 mg Lyc/100 g PF en la diversidad del cherry rojo. Los estudios hechos en Japón en el tomate cherry azul hallaron por HPLC 1.13 en la piel, 0.05 en semilla y 0.68 en la pulpa mg Lyc/g de extracto en fresco, mientras que de β -caroteno, los valores medidos fueron solamente en semilla con 0.02 mg/g de extracto en fresco, pero no fue detectado en pulpa y en piel [5]. Otros valores de carotenoides menos destacados se presentan en la Tabla 1.

En los aportes de los carotenoides a la salud humana, [25] relaciona la presencia de carotenoides como estimulantes del sistema inmunitario y actividad antitumoral. Por su parte, [29] habla de la participación del licopeno para disminuir e incluso extinguir la formación de Especies Reactivas de Nitrógeno y ROS, que son claves en el desarrollo del cáncer.

Tabla 1. Cuantificación de fitoquímicos y actividad antioxidante de diferentes variedades de tomate *cherry*. * se usó PF. ** mg Equivalentes de Ácido Tánico.

	Variedad	Polifenoles (mg EGA/100 g)	Flavonoides (mg CAT/100 g)	Antocianinas (mg Cy- 3-G/100 g)	Carotenoides		AOX (μ mol Trolox/g)		
					mg Lyc/100 g	mg β -CAR/100 g	DPPH	ABTS	FRAP
[28]	Cherry rojo	44.01*	-	-	4.31*	0.38*	26.06*	-	-
	Cherry café	46.86*	-	-	0.84*	0.54*	27.66*	-	-
	Beefsteak café	32.38*	-	-	1.05*	0.167*	16.61*	-	-
[22]	Olleh-TY	264.44	2.65	-	-	1.64	21.04	0.23	-
	TY-605	290.22	2.5	-	-	2.7	27.74	61.17	-
	Rubyking	252.89	2.5	-	-	3.56	20.39	57.92	22.91
[27]	H13-39	2.57**	-	-	16.54	-	-	34.75	-
[21]	Cherry rojo	565.4	25.59	14.25	10.57	1.04	-	-	-
	Cherry amarillo	678.8	35.15	23.14	0.11	0.93	-	-	-
	N egro Kumato	46.8	31.79	11.53	6.02	3.18	-	-	-
[5]	Indigo Rose	-	-	17	0.02 (semilla)	-	2.46 (piel)	-	-

Actividad antioxidante

Es posible medir la actividad de los compuestos fenólicos hacia la inhibición de los radicales libres, tasa que recibe el nombre de actividad antioxidante. Una herramienta para medirla con mayor precisión, es el indicador Trolox, un análogo ya estandarizado para cada técnica de cuantificación. En el tomate, esta actividad puede variar por diversos factores que interactúan entre sí, desde la carga genética contenida en el ADN del tomate hasta el entorno y las prácticas culturales, estos factores suelen generar variaciones en la estructura química de los compuestos fenólicos, la ubicación de los compuestos en alguna parte de la planta y la concentración de éstos, así como la interacción entre ellos. Todas estas variaciones modulan la actividad antioxidante total [25], [38].

En el trabajo de [27], se reportan 60.60 μmol Trolox Equivalentes (μmol TE por sus siglas en inglés) /g PS en la variedad tomate cherry rojo H13-31 con la prueba ABTS. Por su parte, [22] realizaron pruebas tanto con DPPH como con ABTS y FRAP; las variedades más destacada fueron la TY-605 para las primeras dos pruebas, con valores de 21.74 y 61.17 μmol TE/g PS respectivamente, y la variedad Rubyking en la prueba FRAP, con 22.91 μmol TE/g PS. [5] observaron que la actividad antioxidante del radical ABTS en la piel fue de 2.46 μmol TE/100 mg; en pulpa 0.53 μmol TE/100 mg, y en las semillas 0.16 μmol TE /100 mg, constituidos por 13.1 μmol TE/ μmol de petunidina-3-glucósido y 10.3 μmol TE/ μmol de petunidina en tomate cherry azul. El IC₅₀ de la inhibición de DPPH fue 536.2 $\mu\text{g}/\text{ml}$ en piel, 857.6 $\mu\text{g}/\text{ml}$ en pulpa y 930.9 $\mu\text{g}/\text{ml}$ en semilla de tomate cherry azul [5]. En el trabajo de [28], se reportan valores de 27.66 μmol TE/g PF en la variedad de cherry café. Otros valores de actividad antioxidante menos destacados se presentan en la Tabla 1.

La actividad antioxidante en las plantas les permite reorganizar su sistema de defensa para así eliminar rápidamente los ROS

por vías enzimáticas y no enzimáticas [29]. En seres humanos, se ha demostrado la interacción de los compuestos fenólicos del tomate con su actividad antioxidante en la carcinogénesis, la inhibición de fibrosarcomas y la actividad de la adenosina desaminasa en tejidos prostáticos, así como en la protección contra la oxidación del ADN provocada por hierro a baja concentración [29]. La actividad antioxidante del licopeno tiene repercusión en tratamientos de cáncer de próstata metastásico y la inhibición de cáncer de mama, colorrectal, endometrial, pulmonar, oral y pancreático [25].

CONCLUSIONES

El tomate cherry negro es un alimento ya posicionado en el mercado nacional como un producto gourmet. Su producción no exige condiciones especiales, como manejo nutricional o clima controlado, que lo hagan más demandante que el resto de las variedades de tomates cherry, mismas que han probado la generación de rendimientos económicamente más rentables, y han incrementado su producción cada año durante la última década. Además, si al adecuado manejo del cultivo se le añadieran técnicas de elicitación idóneas, en la misma superficie cultivada se podría aumentar todavía más la variedad y concentración de diversos compuestos fitoquímicos que pueden aportar mayor vida poscosecha.

La presencia de compuestos fenólicos en el tomate cherry negro no se ha investigado lo suficiente en cuanto a su siembra, germinación y desarrollo como para tener comparativos más dignos contra otras variedades. La amplia diversidad de compuestos fenólicos que se pueden encontrar en esta variedad de tomate le otorga de un sabor, olor, textura y color que la hacen destacarse del resto. Asimismo, las interacciones sinérgicas entre estos compuestos elevan potencialmente su capacidad antioxidante. Dichas cualidades distinguen al tomate cherry ne-



gro como un complejo alimento con mucho potencial que podría ayudar a disminuir, e incluso mitigar, los daños ocasionados por enfermedades crónico-degenerativas y, además, de una manera deliciosa.

REFERENCIAS

[1] J. J. Soriano, "Tomates, con marca registrada El caso del Kumato®," *Soberanía Aliment. Biodivers. y Cult.*, vol. 1, no. 17, pp. 27–32, 2014.

[2] T. Lin *et al.*, "Genomic analyses provide insights into the history of tomato breeding," *Nat. Genet.*, vol. 46, no. 11, pp. 1220–1226, 2014.

[3] FAOSTAT, "Data Indicators," 2020.

[4] H. E. Khoo, A. Azlan, S. T. Tang, and S. M. Lim, "Anthocyanidins and anthocyanins: colored pigments as food, pharmaceutical ingredients, and the potential health benefits," *Food Nutr. Res.*, vol. 61, no. 1, p. 1361779, 2017.

[5] E. Ooe *et al.*, "Analysis and characterization of anthocyanins and carotenoids in Japanese blue tomato," *Biosci. Biotechnol. Biochem.*, vol. 8451, pp. 1–9, 2016.

[6] A. Santini and E. Novellino, "Nutraceuticals - shedding light on the grey area between pharmaceuticals and food," *Expert Rev. Clin. Pharmacol.*, vol. 11, no. 6, pp. 545–547, 2018.

[7] D. Li, P. Wang, Y. Luo, M. Zhao, and F. Chen, "Health benefits of anthocyanins and molecular mechanisms: Update from recent decade," *Crit. Rev. Food Sci. Nutr.*, vol. 57, no. 8, pp. 1729–1741, 2017.

[8] R. Martí, S. Roselló, and J. Cebolla-Cornejo, "Tomato as a source of carotenoids and polyphenols targeted to cancer prevention," *Cancers*, vol. 8, no. 6, pp. 1–28, 2016.

[9] Cámara de Comercio de Bogotá CCB, "Manual Tomate," *Programa Apoyo Agrícola Y Agroindustrial Vicepresidencia Fortalec. Empres. Cámara Comer. Bogotá*, pp. 1–56, 2015.

[10] E. Heuvelink, *Tomatoes*. Wageningen University & Research, 2018.

[11] R. G. Suthar, J. I. Barrera, J. Judge, J. K. Brecht, W. Pelletier, and R. Muneeppeerakul, "Modeling postharvest loss and water and energy use in Florida tomato operations," *Postharvest Biol. Technol.*, vol. 153, no. March, pp. 61–68, 2019.

[12] F. I. en R. con la A. FIRA, "Panorama Agroalimentario," *Panor. Agroaliment.*, 2019.

[13] data accounts World Bank national and data files OECD National Accounts, "Agriculture, forestry, and fishing, value added (current US\$)," 2020.

[14] data accounts World Bank national and data files OECD National Accounts, "Agriculture, forestry, and fishing, value added (annual % growth)," 2020.

[15] S. I. A. P. Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera, "Tomate Rojo (Jitomate)," *Av. Siembras y Cosech.*, p. <https://www.gob.mx/siap>, 2020.

[16] SADER, "Reporte del mercado de tomate rojo," pp. 1–20, 2019.

[17] E. Velasco Hernández, R. N. Nieto Ángel, and E. R. López, "El Cultivo del Tomate," no. January 2012, pp. 5–12, 2011.

[18] S. A. de C. V. Enza Zaden México, "Vitalis Semillas Orgánicas," 2018.

[19] L. Hazera Seeds, "Tomates Cherry," *Hazera Mex.*, 2018.

[20] S. Gilroy *et al.*, "ROS, Calcium, and Electric Signals: Key Mediators of Rapid Systemic Signaling in Plants," *Plant Physiol.*, vol. 171, no. 3, pp. 1606–1615, 2016.

[21] D. Giosanu and L. E. Vijan, "Appreciation Of Quality For Some Tomatoes Varieties By Using The Determination Of Physical-Chemical Parameters," *Curr. Trends Nat. Sci. Curr.*, vol. 5, no. 10, pp. 38–45, 2016.

[22] S. R. Bhandari, Y. Chae, and J. G. Lee, "Assessment of phytochemicals, quality attributes, and antioxidant activities in commercial Tomato cultivars," *Hortic. Sci. Technol.*, vol. 34, no. 5, pp. 677–691, 2016.

[23] R. Ilahy, M. W. Siddiqui, I. Tlili, C. Hdider, N. Khamassy, and M. S. Lenucci, *Biofortified Vegetables for Improved Postharvest Quality: Special Reference to High-Pigment Tomatoes*. Elsevier Inc., 2018.

- [24] P. Riga, "Effect of rootstock on growth, fruit production and quality of tomato plants grown under low temperature and light conditions," *Hortic. Environ. Biotechnol.*, vol. 56, no. 5, pp. 626–638, 2015.
- [25] A. Raiola, M. M. Rigano, R. Calafiore, L. Frusciante, and A. Barone, "Enhancing the health-promoting effects of tomato fruit for biofortified food," *Mediators Inflamm.*, vol. 2014, 2014.
- [26] L. Garcia-mier, S. N. Jimenez-garcia, R. G. Guevara-gonzález, A. A. Feregrino-perez, L. M. Contreras-medina, and I. Torres-pacheco, "Elicitor mixtures Compounds Significantly Increase Bioactive compounds, Antioxidant Activity, and Quality Parameters in Sweet Bell Pepper," *J. Chem.*, vol. 2015, pp. 1–8, 2015.
- [27] M. T. Martínez-Damian, J. E. Rodríguez-Pérez, O. Cruz-Alvarez, and M. T. B. Colinas-León, "Rendimiento y calidad fisicoquímica en líneas experimentales de solanum lycopersicum var. cerasiforme cultivadas con diferentes niveles de conductividad eléctrica," *Chil. J. Agric. Anim. Sci.*, vol. 34, no. 2, pp. 152–164, 2018.
- [28] A. C. Oluk *et al.*, "Biochemical characterisation and sensory evaluation of differently coloured and shaped tomato cultivars," *Not. Bot. Horti Agrobot. Cluj-Napoca*, vol. 47, no. 3, pp. 599–607, 2019.
- [29] S. Bakir, S. Kamiloglu, M. Tomas, and E. Capanoglu, *Tomato Polyphenolics: Putative Applications to Health and Disease*, 2nd ed. Elsevier Inc., 2018.
- [30] M. Naveed *et al.*, "Chlorogenic acid (CGA): A pharmacological review and call for further research," *Biomed. Pharmacother.*, vol. 97, no. October 2017, pp. 67–74, 2018.
- [31] K. Il Seo *et al.*, "Anti-obesity and anti-insulin resistance effects of tomato vinegar beverage in diet-induced obese mice," *Food Funct.*, vol. 5, no. 7, pp. 1579–1586, 2014.
- [32] T. Sergent, N. Piront, J. Meurice, O. Toussaint, and Y. J. Schneider, "Anti-inflammatory effects of dietary phenolic compounds in an in vitro model of inflamed human intestinal epithelium," *Chem. Biol. Interact.*, vol. 188, no. 3, pp. 659–667, 2010.
- [33] S. Tahara, "A Journey of Twenty-Five Years through the Ecological Biochemistry of Flavonoids A Journey of Twenty-Five Years through the Ecological Biochemistry of Flavonoids," vol. 8451, no. September, 2017.
- [34] C. Luo *et al.*, "Kaempferol alleviates insulin resistance via hepatic IKK/NF- κ B signal in type 2 diabetic rats," *Int. Immunopharmacol.*, vol. 28, no. 1, pp. 744–750, 2015.
- [35] P. Pandey *et al.*, "Implication of nano-antioxidant therapy for treatment of hepatocellular carcinoma using PLGA nanoparticles of rutin," *Nanomedicine*, vol. 13, no. 8, pp. 849–870, 2018.
- [36] R. V. Patel, B. M. Mistry, S. K. Shinde, R. Syed, V. Singh, and H. S. Shin, "Therapeutic potential of quercetin as a cardiovascular agent," *Eur. J. Med. Chem.*, vol. 155, pp. 889–904, 2018.
- [37] C. Gerardi *et al.*, "Techno-functional properties of tomato puree fortified with anthocyanin pigments," *Food Chem.*, vol. 240, pp. 1184–1192, 2018.
- [38] Z. Mustafa, C. M. Ayyub, M. Amjad, and R. Ahmad, "Assesment of biochemical and ionic attributes against salt stress in eggplant (*Solanum melongena* L.) genotypes," *J. Anim. Plant Sci.*, vol. 27, no. 2, pp. 503–509, 2017.

ALGORITMO PARA EL USO DE LA HISTÉRESIS HIDRÁULICA EN MODELO DE FLUJO EN SUELOS NO SATURADOS

Algorithm for the use of hydraulic hysteresis
in flow model for unsaturated soils

Ramírez Jiménez Javier^{1*}, Jaime Moisés Horta Rangel¹, Eduardo Rojas González¹,
Ma. de la Luz Pérez Rea¹, Teresa López Lara¹, Juan Bosco Hernández Zaragoza¹

¹Universidad Autónoma de Querétaro

*Autor de correspondencia
jramirez196@alumnos.uaq.mx

RESUMEN

Se presenta un análisis de la histéresis hidráulica con base en el trabajo de Zhou *et al.* (2012) en un dominio de suelo no saturado como parte del análisis de flujo en dicho medio, con el objetivo de desarrollar una herramienta que permita obtener dos variables indispensables en la ecuación de esfuerzos efectivos de Bishop (1959): la succión y su respectivo parámetro χ .

Se parte de información que corresponde a los cambios en la succión del suelo característico de Jurica, Querétaro. El problema de flujo se aborda a través de la analogía del fenómeno con un problema térmico transitorio y se resuelve aplicando el método del elemento finito en ANSYS 19.2. Se comparan las variaciones de succión y grado de saturación en diversas profundidades.

El modelo de histéresis hidráulica muestra una alta correlación al utilizar los datos experimentales de Viaene *et al.* (1994), este modelo se aplica a la Curva de Retención Agua-Suelo de Galaviz-González (2016), donde los resultados muestran mayores variaciones, tanto en la succión como en el grado de saturación, entre más superficial sea el punto de análisis.

Palabras clave: Geotecnia, Suelo no saturado, Histéresis hidráulica, Succión, Grado de saturación, Algoritmo.

ABSTRACT

This work presents an analysis of hydraulic hysteresis based on the work of Zhou *et al.* (2012) in an unsaturated soil domain as part of the flow analysis of the medium, with the aim of developing a tool which allows the obtainment of two indispensable variables in Bishop's effective stress equation (1959): suction and its respective parameter χ .

This information corresponds to the changes in the suction of the characteristic soil in Jurica, Querétaro. The problem is addressed

through the analogy of the phenomenon with a transient thermal problem and it is solved by applying the finite element method in ANSYS 19.2. Variations of suction and degree of saturation at different depths are compared.

The hydraulic hysteresis model has a high correlation when using the experimental data from Viaene *et al.* (1994). It is applied to the Galaviz-González (2016) Soil-Water Retention Curve, where the results show higher variations both in suction and degree of saturation at a more superficial analysis point.

Keywords: Geotechnics, Unsaturated soil, Hydraulic hysteresis, Suction, Degree of saturation, Algorithm.

INTRODUCCIÓN

El trabajo presenta un análisis de la histéresis hidráulica en un dominio de suelo no saturado partiendo de información que corresponde a los cambios en la succión en un suelo característico de Jurica, Querétaro. El problema se aborda a través de la analogía del fenómeno de flujo en suelos no saturados con un problema térmico transitorio y se resuelve aplicando el método del elemento finito en ANSYS 19.2. Se comparan las variaciones de succión y grado de saturación en diversas profundidades con el fin de desarrollar una metodología que permita la obtención de las succiones y sus respectivos grados de saturación —que pueden considerarse como el parámetro χ en la ecuación de esfuerzos efectivos de Bishop (1959) [1], [2]—.

El suelo puede concebirse como un sistema formado por diferentes fases. Cuando está saturado, los poros que existen entre las partículas sólidas están llenos de agua, pero en condición no saturada existe la presencia de una fase gaseosa y la presión hidrostática es negativa respecto a la presión del aire [3]. Este medio poroso puede verse sometido a cambios en su grado de saturación; es decir,



el porcentaje de agua presente en los poros del suelo puede cambiar. El paso de las estaciones del año, la acción del hombre o muchos otros eventos diversos pueden quitar o agregar agua al suelo.

Dentro de los poros de los suelos no saturados se desarrolla una presión denominada succión, la cual es sensible al cambio en la humedad y se define como un estado de presión negativa en el agua de dicho medio. Esta alcanza valores mayores cuanto menor sea su grado de saturación, es decir, cuando el suelo está más seco [4].

La relación entre las variables descritas, succión y grado de saturación, puede representarse de manera gráfica, pero el comportamiento de las curvas obtenidas no es el mismo cuando el suelo se humedece que cuando se seca: esa diferencia se conoce como histéresis. La histéresis es un fenómeno común en los procesos cíclicos en medios porosos, como el suelo [5], ésta puede afectar el comportamiento mecánico y de flujo en los suelos no saturados [6].

Zhou *et al.* (2012) [7] señalan que la succión puede ser usada como una variable fundamental para caracterizar el comportamiento hidráulico y mecánico del suelo. Al relacionarla de manera gráfica con el contenido de humedad o grado de saturación se obtiene la Curva de Retención Agua-Suelo o curva característica (SWRC, por sus siglas en inglés) [8].

La humedad en el suelo puede cambiar por un incremento en la fase líquida o un decremento en la misma, el comportamiento de la relación succión-grado de saturación es distinto en cada trayectoria debido a los siguientes factores:

- Ángulo de contacto entre el agua y el suelo durante secado y humedecimiento.
- Diversos tamaños de poros que están interconectados.
- Alternancia estructural del suelo inducida por humectación, secado y efectos tixotrópicos/envejecimiento [9].

Si bien la SWRC puede obtenerse con relativa facilidad a través de pruebas experimenta-

les partiendo de un suelo saturado a uno seco y viceversa, los ciclos de humedecimiento y secado en grados de saturación intermedios son los más frecuentes en la práctica de la ingeniería y no podrían evaluarse en laboratorio en su totalidad. Las curvas que se desarrollan dentro de la SWRC se conocen como ciclos de histéresis o curvas secundarias, pueden producirse de infinitas formas distintas, tienen como frontera las curvas principales de la SWRC y son asíntoticas a estas [9], [10].

Existen diferentes ecuaciones para relacionar el grado de saturación con la succión; la presentada en el trabajo de Zhou *et al.* (2012) [7] toma la ecuación de van Genuchten, de la cual Galaviz *et al.* (2014) [11] señalan que ese modelo es adecuado para ajustar la SWRC de los suelos arenosos y limosos, pero tiene sus limitantes con suelos arcillosos. Dicha ecuación considera tres parámetros de ajuste de la curva con datos experimentales para obtener las curvas principales de humedecimiento y secado, véanse Ecs. (1) y (2).

$$S_{ew} = \left[1 + \left(\frac{s}{a_w} \right)^{m_w} \right]^{-n_w} \quad (1)$$

$$S_{ed} = \left[1 + \left(\frac{s}{a_d} \right)^{m_d} \right]^{-n_d} \quad (2)$$

Donde S_{ew} y S_{ed} son los grados de saturación efectivos (que se definen como el cociente de la diferencia del grado de saturación y el grado de saturación residual entre la diferencia del grado de saturación cuando la succión es cero y el grado de saturación residual) en humedecimiento y secado respectivamente; s es la succión; y a_w , m_w , n_w y sus contrapartes con subíndice d son parámetros de ajuste para humedecimiento y secado respectivamente. Hay que recalcar que dichos parámetros son diferentes para la curva de secado y humedecimiento.

Con las curvas principales de la SWRC actuando como fronteras, el gradiente de escaneo, así como el valor de las succiones en las curvas principales, quedan planteados en las ecuaciones (3-6)

$$\frac{\partial S_{es}}{\partial S} (\text{humedecimiento}) = \left(\frac{s_w}{s}\right)^b \left(\frac{\partial S_{ew}}{\partial S}\right) \quad (3)$$

Con:

$$s_w = a_w \left(S_e^{\frac{1}{n_w} - 1} \right)^{\frac{1}{m_w}} \quad (4)$$

Donde s_w es la succión correspondiente a la frontera de humedecimiento y b es un parámetro de ajuste.

$$\frac{\partial S_{es}}{\partial S} (\text{secado}) = \left(\frac{s_d}{s}\right)^{-b} \left(\frac{\partial S_{ed}}{\partial S}\right) \quad (5)$$

Con:

$$s_d = a_d \left(S_e^{\frac{1}{n_d} - 1} \right)^{\frac{1}{m_d}} \quad (6)$$

Donde s_d es la succión correspondiente a la frontera de secado y b es un parámetro de ajuste.

Los elementos diferenciales que aparecen en las Ecs. (3) y (5) son las derivadas de las Ecs. (1) y (2) con respecto a la succión. Al evaluar determinada succión en la ecuación resultante se obtiene la pendiente de la recta tangente a la SWRC para la succión evaluada.

$$\frac{\partial S_{ew}}{\partial s} = -n_w \left[1 + \left(\frac{s}{a_w}\right)^{m_w} \right]^{-n_w-1} \left(\frac{m_w}{a_w}\right) \left(\frac{s}{a_w}\right)^{m_w-1} \quad (7)$$

$$\frac{\partial S_{ed}}{\partial s} = -n_d \left[1 + \left(\frac{s}{a_d}\right)^{m_d} \right]^{-n_d-1} \left(\frac{m_d}{a_d}\right) \left(\frac{s}{a_d}\right)^{m_d-1} \quad (8)$$

La información dada por las Ecs. (3) a (8) se resume en la figura 1, la cual establece la ley de escaneo y muestra las curvas principales de humedecimiento y secado. En la figura 2 se muestra una representación de las curvas de histéresis y su evolución ante repetidos ciclos de cambios de humedad.

El algoritmo desarrollado en ANSYS *Parametric Design Language* (APDL) no utiliza la ecuación de van Genuchten ni tampoco sus derivadas. Las curvas principales se obtienen tras introducir la dispersión de datos experimenta-

les y se grafican dentro del programa como una dispersión unida con líneas suavizadas.

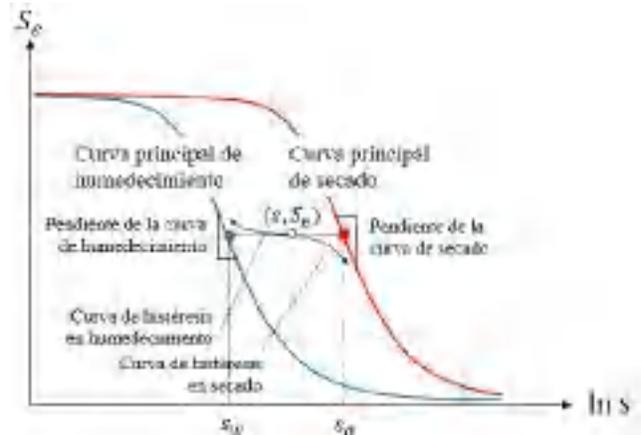


Figura 1. Ley de escaneo y fronteras de humedecimiento y secado, modificada de Zhou et al. (Zhou, y otros 2012).

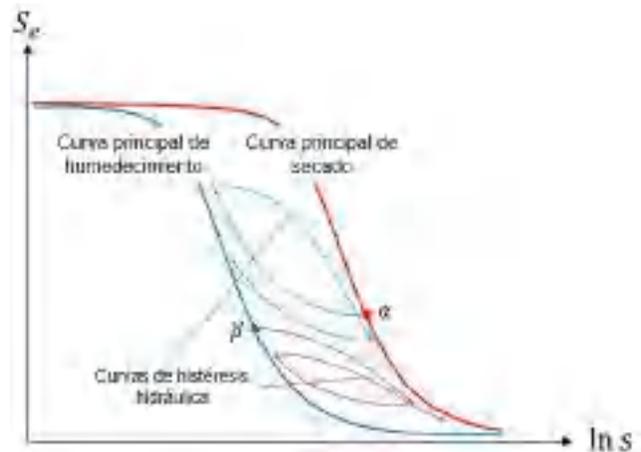


Figura 2. Esquema descriptivo del comportamiento de las curvas de histéresis hidráulica en repetidos ciclos de humedecimiento y secado a partir de fronteras distintas.

Dichos datos son almacenados en un parámetro (variable) de tipo matricial, denominado dentro del programa como TABLE. Los parámetros de este tipo tienen la particularidad de que a través de ellos pueden obtenerse valores intermedios por medio de interpolación lineal [12].

Las diferenciales se obtienen evaluando un pequeño incremento en el eje de las abscisas (succión) para obtener el incremento en el eje de las ordenadas (grado de saturación efectivo), posteriormente se evalúa la razón del incremento en el grado de saturación efectivo entre la succión de manera análoga a lo presentado en las Ecs. (7) y (8).



METODOLOGÍA

Para el desarrollo del algoritmo computacional en APDL se requiere como entrada la cantidad de puntos experimentales en cada una de las ramas principales (humedecimiento y secado) de la SWRC, así como los valores de succión y grado de saturación en cada punto. Esto con la finalidad de definir el tamaño de los parámetros TABLE y sus elementos con los valores de la experimentación. En la Tabla 1 se presentan dichos datos experimentales, que se grafican como dentro de ANSYS una dispersión unida con líneas suavizadas. Para cualquier valor de succión (dentro del rango de las dispersiones) es posible obtener el grado de saturación a través de interpolación entre los puntos experimentales dados.

Tabla 1. Datos experimentales de la SWRC [13].

Secado		Humedecimiento	
Grado de saturación	Succión (kPa)	Grado de saturación	Succión (kPa)
1.000	1.00	0.980	1.00
0.934	48.12	0.930	21.08
0.913	90.91	0.894	37.21
0.810	158.00	0.863	75.56
0.753	277.80	0.763	163.37
0.669	954.00	0.679	499.90
0.566	2,327.40	0.588	971.90
0.529	6,415.50	0.474	4,395.40
0.397	29,153.00	0.398	8,488.00
0.261	82,658.40	0.266	45,760.40
0.146	138,820.30	0.153	110,597.00
0.018	168,415.50	0.010	168,415.50

La caracterización del suelo considerado en el trabajo se encuentra concentrada en la Tabla 2, fue obtenida de Galaviz-González (2016) y pertenece a un suelo expansivo ubicado en Jurica, Querétaro [13], [14].

Tabla 2. Propiedades geotécnicas del suelo usado en el análisis [13].

Propiedad	Símbolo	Magnitud	Propiedad	Símbolo	Magnitud
Contenido de agua	w	33 %	Índice de plasticidad	PI	45.79 %
Peso volumétrico	γ_m	16.60 kN/m ³	Límite de contracción	CL	16.38 %
Gravedad específica	S_s	2.35	Contracción lineal	LC	18.24 %
Relación de vacíos	e	1.31	Contenido de grava	G	0
Porosidad	n	0.57	Contenido de arena	S	6.22 %
Grado de saturación	S_e	60.01 %	Contenido de finos	F	93.78 %
Contenido de agua volumétrico	θ	34.04 %	Clasificación	SUCS	CH
Límite líquido	LL	74.36 %	Actividad	A	0.95
Límite plástico	PL	28.57 %	Permeabilidad saturada		5.83 x 10 ⁻⁸ m/s
Peso volumétrico seco	γ_d	1,359 kg/m ³			

Para que el programa desarrolle la gráfica del primer ciclo de histéresis se debe indicar la succión de la que parte y la succión a la que llega, con eso se determina si el suelo se está humedeciendo o secando. Por ejemplo, si la succión inicial es mayor que la final, significa que el suelo está siendo humedecido; si se da el caso de que la succión inicial sea menor que la final, el suelo se está secando.

La selección de la curva principal para la primera curva secundaria está implícita, ya que si el primer ciclo secundario es de humedecimiento se partirá de la curva principal de secado, y si el primer ciclo secundario es de secado se partirá de la curva principal de humedecimiento. En caso de que no se parta de una curva principal, se deberá indicar el grado de saturación de partida además de las succiones inicial y final.

Tras calcular el primer ciclo secundario se pueden realizar tantos ciclos adicionales como se desee, éstos toman como valor de succión y grado de saturación inicial los del último punto de la trayectoria previa.

Las variables usadas en el algoritmo se describen en la Tabla 3 y la manera de operar del programa está esquematizada en el diagrama de flujo de la figura 3.

Una vez escrito el código para los ciclos de histéresis hidráulica se evalúa el modelo contrastándolo con datos experimentales (ver Fig. 4, [15]) a través del cuadrado del coeficiente de correlación, expresado en la ecuación (9). Donde r es el coeficiente de correlación, x representa el grado de saturación de los puntos experimentales, y representa el grado de saturación dado por el modelo evaluado en los mismos valores de succión que los puntos experimentales y las mismas variables testadas representan las medias.

Tabla 3. Variables utilizadas en el algoritmo de histéresis hidráulica.

Variable	Descripción
VECT_HIST	Parámetro TABLE que almacena los valores de succión y grado de saturación del ciclo de histéresis para definir su trayectoria.
SUC_INI	Parámetro escalar, succión inicial.
SUC_FIN	Parámetro escalar, succión final.
DELTA_S	Incremento de succión que se sumará gradualmente hasta que la variable SUC_INI se iguale a SUC_FIN.
SAT	Parámetro escalar, grado de saturación.
SW	Parámetro escalar, succión en la SWRC_W para un valor de grado de saturación conocido.
SD	Parámetro escalar, succión en la SWRC_D para un valor de grado de saturación conocido.
SWRC_W	Parámetro TABLE que contiene los puntos experimentales de humedecimiento de la Curva de Retención Agua-Suelo.
SWRC_D	Parámetro TABLE que contiene los puntos experimentales de secado de la Curva de Retención Agua-Suelo.
PENDIENTE	Pendiente de la Curva de Retención Agua-Suelo para un valor de grado de saturación dado.
DIF	Gradiente de escaneo calculado con las ecuaciones (3) y (5).
b	Parámetro empírico siempre positivo [7].

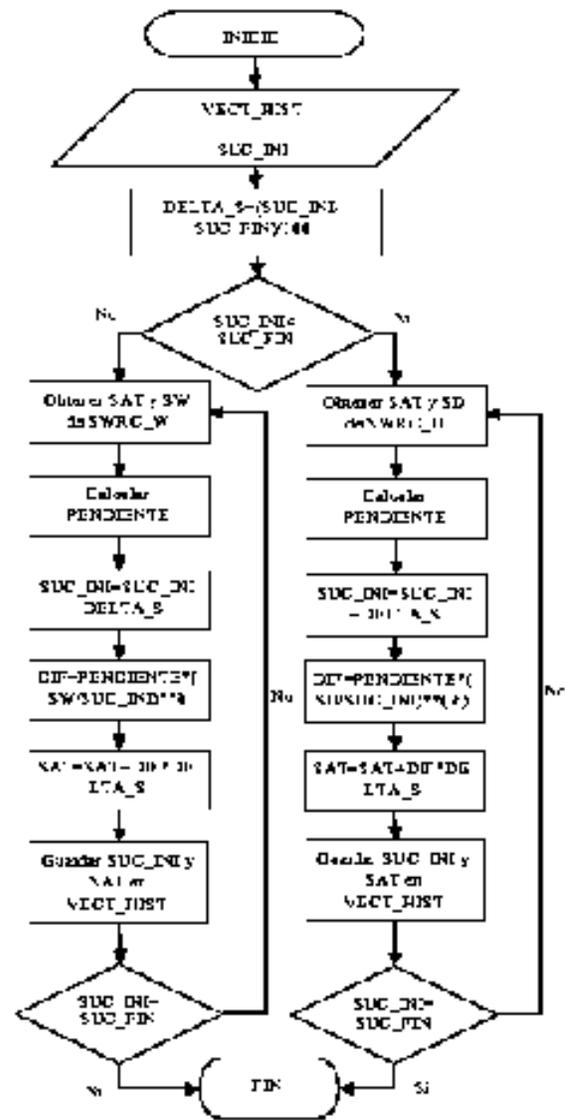


Figura 3. Diagrama de flujo para el cálculo de los ciclos de histéresis.

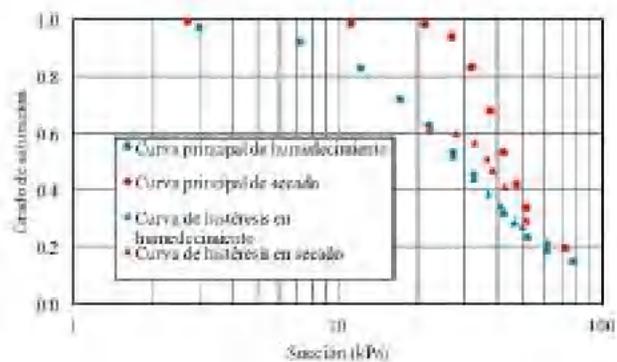


Figura 4. Dispersión de valores experimentales de la curva de retención y de histéresis, datos de Víaene et al. [15].

$$r^2 = \left(\frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2 \sum(y-\bar{y})^2}} \right)^2 \quad (9)$$



Los ciclos de histéresis al interior de las curvas principales partirán de una succión de 61.97 kPa y un grado de saturación de 0.22; en el primer ciclo el suelo se humedece hasta llegar a una succión de 22.20 kPa; en el segundo ciclo (partiendo del primero) el suelo se seca y alcanza una succión de 51.69 kPa. Se consideraron los valores anteriores con base en la información experimental disponible.

Teniendo lo anterior se observará el desempeño del programa sobre un análisis usando el método del elemento finito que sirve para determinar los cambios de succión en un dominio a lo largo de 48 meses. Para modelar el flujo en suelos no saturados se emplea un análisis análogo a un problema térmico transitorio.

A través de la aplicación de la ley de Darcy y la ecuación de continuidad de flujo, y asumiendo al cuerpo como un material homogéneo e isotrópico, puede obtenerse la ecuación de difusión (10) para describir el flujo de humedad en un suelo no saturado [16]. Dicha ecuación tiene la misma estructura que la ecuación diferencial de transferencia de calor.

$$\frac{1}{D} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} \quad (10)$$

Donde:

- $D = k/(c\gamma_d) =$ coeficiente de difusión.
- $s =$ succión del suelo.
- $t =$ tiempo.
- $k =$ permeabilidad o conductividad hidráulica.
- $c = \Delta Se/\Delta s =$ la humedad característica o pendiente en las curvas principales de la SWRC.
- $\gamma_d =$ peso volumétrico seco.
- $x, y, z =$ coordenadas espaciales.

Las variables análogas son:

- La temperatura como la succión s del suelo.
- La capacidad específica como $1/D$, donde D es el coeficiente de difusión del suelo.

- La conductividad térmica como la permeabilidad k del suelo.

Debido a que tanto el coeficiente de difusión como la permeabilidad, entre otras variables, están en función de la succión, el problema presenta no linealidad.

El dominio de análisis (Fig. 5) se considera de 12 metros de longitud por 2.40 metros de profundidad, con elementos finitos cuadrados de 0.10 metros, dando un total de 2,880 elementos y 3,025 nodos. Se considera una capa impermeable de 3.60 metros en la zona central de su superficie, y la acción de la lluvia y evapotranspiración en los extremos. Para el inicio del análisis debe asignarse un valor de succión a cada nodo del dominio; se considera como succión de inicio a la succión de equilibrio de 2,600 kPa a 4.5 metros de profundidad [17].

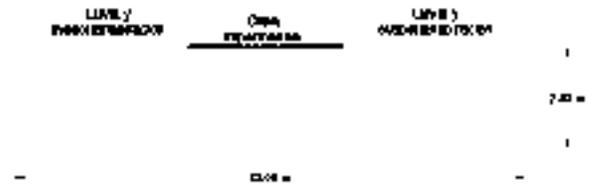


Figura 5. Dominio con elementos finitos cuadrados a utilizar para análisis de flujo en suelos no saturados.

El modelo de precipitación considerado es cíclico cosinusoidal (11) porque reporta mejores resultados de acuerdo a los datos in situ.

$$P(m) = 140 \cos\left(\frac{\pi}{6}m - \frac{\pi}{2}\right) \quad (11)$$

Donde:

- $P =$ precipitación en mm.
- 140 = amplitud de la función correspondiente a una precipitación máxima de 140 mm.
- $m =$ mes de análisis, de 1 a 12.
- $\pi/2 =$ ángulo de fase

Finalmente, se evaluarán las curvas de histéresis hidráulica a medida que aumenta la profundidad en los nodos a, b y c, mostrados en la figura 6, con coordenadas (2.1,0.0), (2.1,-0.6) y (2.1,-1.2) respectivamente.

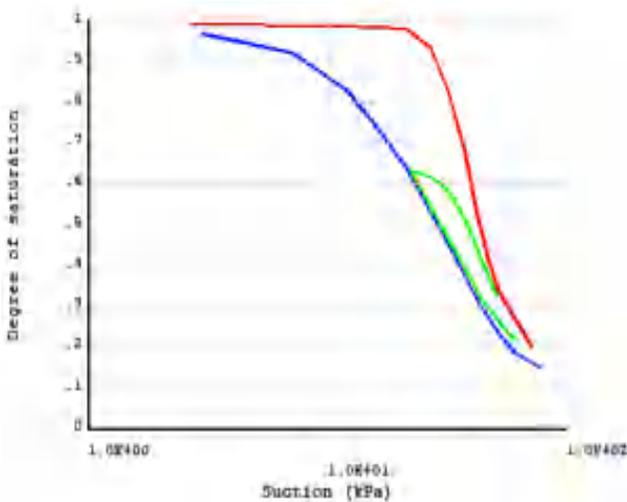


Figura 6. Nodos en los que se aplicará el algoritmo de histéresis hidráulica.

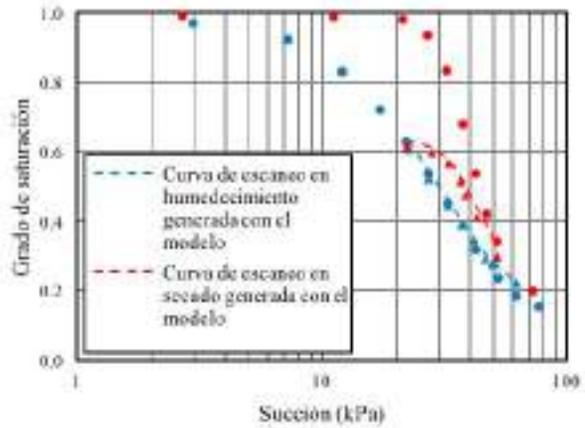
RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las gráficas resultantes de comparar los datos experimentales de succión y saturación de Viaene *et al.* (1994) se muestran en la figura 7. Se calcularon los cuadrados de los coeficientes de correlación para cada curva de histéresis, con resultados de 0.9993 y 0.9967 para el primer y segundo ciclo respectivamente.

Al realizar el análisis térmico en el dominio para hallar las succiones en los nodos a lo largo del tiempo, la información es almacenada en un parámetro matricial con 3,025 filas (correspondientes al total de nodos) y 48 columnas (correspondientes a los meses de análisis), en la figura 8 se muestran dos diagramas con el rango de las succiones presentadas tras el primer y último mes.

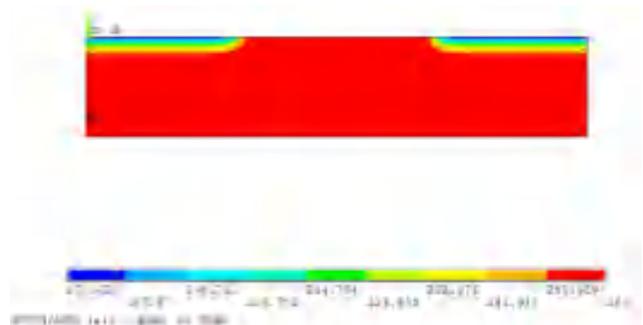


a)

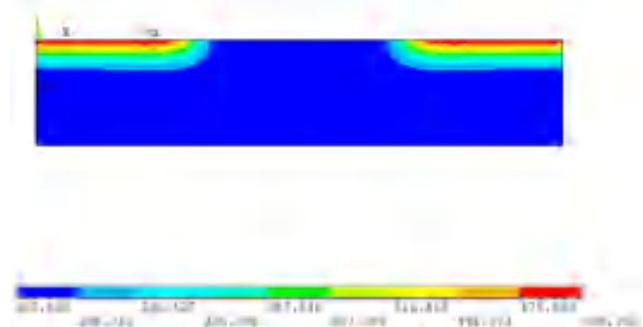


b)

Figura 7. Comparación de las curvas de histéresis hidráulica: a) Curvas generadas en ANSYS 19.2; b) Trayectoria de las curvas generadas comparada con los puntos experimentales [15].



a)



b)

Figura 8. Cambios en las succiones del dominio en ton/m^2 : a) Primer mes de análisis, b) Último mes de análisis. Generadas en ANSYS 19.2.

Al aplicar el algoritmo de histéresis hidráulica en los nodos señalados en la Fig. 6 se obtienen los grados de saturación correspondientes a cada cambio de succión al paso del tiempo y dicha información se concentra en la Tabla 4; se exhibe gráficamente en la figura 9.



Tabla 4. Valores de succión derivados del análisis térmico con sus respectivos grados de saturación tras aplicar el algoritmo de histéresis hidráulica.

Mes	Succiones en nodos (kPa)			Grados de saturación en nodos		
	a	b	c	a	b	c
1	1,786.29	2,581.77	2,599.86	0.6066	0.5637	0.5635
2	1,397.93	2,495.30	2,598.34	0.6104	0.5641	0.5635
3	1,176.92	2,233.85	2,591.33	0.6157	0.5656	0.5636
4	1,089.35	1,907.53	2,569.02	0.6191	0.5687	0.5637
5	1,139.46	1,723.81	2,517.43	0.6185	0.5712	0.5639
6	1,356.36	1,681.55	2,431.53	0.6144	0.5719	0.5643
7	1,876.02	1,750.82	2,334.85	0.5920	0.5705	0.5649
8	2,973.55	1,861.46	2,265.95	0.5599	0.5680	0.5653
9	4,907.88	2,042.04	2,223.90	0.5425	0.5656	0.5656
10	5,777.07	2,173.89	2,227.52	0.5347	0.5649	0.5656
11	5,408.50	2,343.76	2,244.12	0.5349	0.5640	0.5655
12	4,345.30	2,496.12	2,263.98	0.5364	0.5630	0.5654
13	2,779.73	2,625.76	2,295.44	0.5454	0.5621	0.5651
14	1,814.02	2,650.46	2,326.05	0.5633	0.5620	0.5649
15	1,416.15	2,577.99	2,355.41	0.5743	0.5623	0.5647
16	1,270.90	2,368.62	2,377.67	0.5787	0.5635	0.5646
17	1,294.77	2,065.16	2,385.15	0.5786	0.5660	0.5645
18	1,524.41	1,934.76	2,370.92	0.5766	0.5675	0.5646
19	1,972.13	1,933.28	2,344.64	0.5666	0.5675	0.5647
20	3,643.50	2,034.53	2,298.11	0.5537	0.5658	0.5650
21	5,112.37	2,135.74	2,278.76	0.5406	0.5653	0.5652
22	6,342.72	2,275.54	2,274.03	0.5295	0.5645	0.5652
23	6,129.02	2,450.57	2,280.59	0.5296	0.5634	0.5652
24	4,658.04	2,644.48	2,298.02	0.5313	0.5621	0.5650
25	2,945.14	2,776.72	2,328.85	0.5410	0.5611	0.5648
26	1,860.14	2,795.77	2,359.96	0.5615	0.5609	0.5646
27	1,457.20	2,723.73	2,390.17	0.5729	0.5612	0.5644
28	1,318.31	2,539.86	2,413.85	0.5771	0.5620	0.5642
29	1,353.59	2,254.61	2,424.81	0.5769	0.5639	0.5641
30	1,609.53	2,070.46	2,418.52	0.5742	0.5656	0.5642
31	2,065.99	2,045.98	2,402.76	0.5656	0.5659	0.5643
32	3,839.43	2,127.87	2,366.73	0.5520	0.5655	0.5645
33	5,376.45	2,226.67	2,348.18	0.5382	0.5649	0.5646
34	6,725.33	2,376.43	2,339.39	0.5271	0.5640	0.5646
35	6,388.80	2,555.03	2,341.31	0.5273	0.5628	0.5646
36	4,969.24	2,729.23	2,352.56	0.5287	0.5615	0.5646
37	3,349.58	2,860.40	2,376.17	0.5356	0.5605	0.5644
38	2,077.93	2,896.41	2,405.15	0.5557	0.5602	0.5642
39	1,573.83	2,841.51	2,434.80	0.5693	0.5604	0.5640
40	1,367.92	2,689.45	2,459.48	0.5755	0.5610	0.5638

41	1,362.80	2,442.56	2,473.54	0.5757	0.5622	0.5637
42	1,713.62	2,153.64	2,468.60	0.5714	0.5645	0.5637
43	2,350.50	2,128.93	2,453.08	0.5639	0.5647	0.5638
44	3,457.36	2,168.44	2,431.86	0.5554	0.5646	0.5639
45	4,956.45	2,253.20	2,410.82	0.5420	0.5642	0.5640
46	7,074.79	2,473.33	2,393.85	0.5250	0.5629	0.5641
47	6,346.73	2,654.08	2,395.67	0.5254	0.5617	0.5641
48	5,037.81	2,801.59	2,404.54	0.5268	0.5607	0.5641

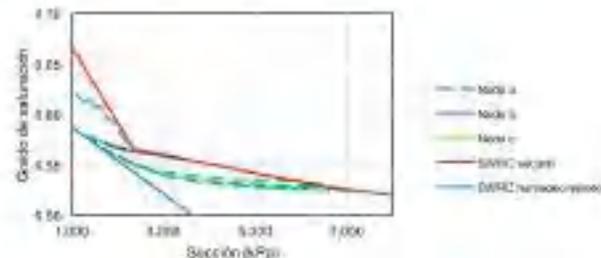


Figura 9. Ciclos de histéresis en diversos nodos en la SWRC.

Es importante recalcar que la succión tiene una mayor variación en la superficie que a mayor profundidad; el nodo "a" (el más superficial) reporta las mayores variaciones de succión y el nodo "c" (el más profundo) reporta datos más homogéneos. La desviación estándar en las succiones del nodo "a" es de 1,912.29 kPa, mientras que la del nodo "c" es de 92.14 kPa.

CONCLUSIONES

La aportación al desarrollar el algoritmo en APDL radica en que no es necesario obtener una ecuación que describa el comportamiento de la Curva de Retención Agua-Suelo, ya que la gráfica puede obtenerse sólo con ingresar la cantidad y valores de los puntos experimentales. Los puntos intermedios, así como las pendientes que necesita el algoritmo de histéresis para funcionar se pueden obtener a través de interpolación dadas las características de los parámetros tipo TABLE.

Este modelo muestra una alta correlación con los datos experimentales, como se pudo comprobar al contrastar la información ge-

nerada por medio del modelo con los datos de Viaene *et al.* (1994). En general, el algoritmo funciona correctamente; sin embargo, en caso de que los puntos experimentales no describan curvas apropiadas —por ejemplo, que se crucen o que si al trazar una vertical se corte a la curva en más de un punto— se puede optar por un ajuste con algún método, como podría ser el dado por Zhou *et al.* (2012), antes de generar los parámetros TABLE, y después ingresarlos al programa.

El análisis de los ciclos de histéresis en los puntos propuestos mostró que la mayor variación en la succión al paso del tiempo debido a cambios estacionales se presenta en la superficie y disminuye a medida que la profundidad aumenta. Esto también aplica para el grado de saturación: existe mayor variación cuando el punto de análisis está más próximo a la superficie.

La importancia del algoritmo también recae en su versatilidad para ser usado en la evaluación de una o de una gran cantidad de muestras, cuyos datos pueden almacenarse en una matriz, donde cada renglón corresponde a una muestra distinta y cada columna a un cambio de succión a lo largo del tiempo, como fue el caso del análisis para determinar las succiones del dominio a través del método del elemento finito.

Tomando en consideración lo anterior, es factible trabajar el modelo para su aplicación en la obtención del esfuerzo por succión, ya que éste es el producto de la succión y de un parámetro χ de la ecuación de esfuerzos efectivos de Bishop, el cual se considera igual al grado de saturación o como una función del mismo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al consejo nacional de ciencia y tecnología por su apoyo durante toda esta investigación.

REFERENCIAS

- [1] A. L. Öberg and G. Sälfors, "A rational approach to the determination of the shear strength parameters of unsaturated soils," *First Int. Conf. Unsaturated Soils*, pp. 151–156, 1995.
- [2] A. Bishop, "The principle of effective stress," *Tek. Ukebl.*, vol. 39, pp. 859–863, 1959.
- [3] D. G. Fredlund and H. Rahardjo, *Soil mechanics for unsaturated soils*. United States of America: Inter-Science, 1993.
- [4] J. A. Zepeda Garrido and A. Pérez García, "Succión y estado del agua en el suelo," in *Mecánica de suelos no saturados*, Querétaro, 2004, pp. 45–82.
- [5] E. Rojas and F. Rojas, "Modeling hysteresis of the soil water retention curve," *Soils Found.*, pp. 135–145, 2005.
- [6] J. Kim, W. Hwang, and Y. Kim, "Effects of hysteresis on hydro-mechanical behavior of unsaturated soil," *Eng. Geol.*, vol. 245, pp. 1–9, 2018.
- [7] A. N. Zhou, D. Sheng, S. W. Sloan, and A. Gens, "Interpretation of unsaturated soil behaviour in the stress - Saturation space, I: Volume change and water retention behaviour," *Comput. Geotech.*, vol. 43, pp. 178–187, 2012.
- [8] X. S. Li, "Modelling of hysteresis response for arbitrary wetting/drying paths," *Comput. Geotech.*, vol. 32, no. 2, pp. 133–137, 2005.
- [9] Z. Han, S. K. Vanapalli, and W. L. Zou, "Simple Approaches for Modeling Hysteretic Soil Water Retention Behavior," *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, vol. 145, no. 10, pp. 1–12, 2019.
- [10] D. G. Fredlund, H. Rahardjo, and M. D. Fredlund, *Unsaturated soil mechanics in engineering practice*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [11] R. Galaviz González, J. Horta Rangel, E. Rojas González, M. L. Pérez-Rea, and J. Robles, "Un nuevo procedimiento para predecir los ciclos secundarios de histéresis de los suelos no saturados.," *Memorias la XXVII Reun. Nac. Mecánica Suelos e Ing. Geotécnica*, pp. 1–8, 2014.



[12] ANSYS, "ANSYS Parametric Design Language Guide," 2019. [Online]. Available: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v194/ans_apdl/Hlp_P_APDL3_11.html%23apdltbltyptlm8599. [Accessed: 24-Mar-2020].

[13] R. Galaviz González, "Modelo acoplado (termo-mecánico) para suelos no saturados bajo el concepto de esfuerzos efectivos," Universidad Autónoma de Querétaro, 2016.

[14] R. Galaviz González, J. Horta Rangel, D. Avalos Cueva, P. Limón Covarrubias, and J. Robles Sotelos, "Hysteresis cycles prediction and their behavior on expansive soil-water retention curve," *XVI Pan-American Conf. Soil Mech. Geotech. Eng.*, no. December, pp. 536–537, 2019.

[15] P. Viaene, H. Vereecken, J. Diels, and J. Feyen, "A statistical analysis of six hysteresis models for the moisture retention characteristic," *Soil Sci.*, vol. 157, no. 6, pp. 345–355, 1994.

[16] J. Li, "Two dimensional simulation of a stiffened slab on expansive soil subject to a leaking underground water pipe," *Geotech. Spec. Publ.*, no. 147, pp. 2098–2109, 2006.

[17] T. López Lara, "Resistencia al esfuerzo cortante en arcillas expansivas de Jurica, Querétaro," Universidad Autónoma de Querétaro, 1995.

UN MODELO ACOPLADO PARA SIMULAR EL COMPORTAMIENTO DE SUELOS NO SATURADOS

A coupled model to predict the behavior
of unsaturated soils

Juan Pablo Enríquez Haro^{1*}, Eduardo Rojas González¹

¹Universidad Autónoma de Querétaro, Facultad de Ingeniería
Departamento de Geotecnia
Cerro de las Campanas s/n C.P. 76010
Santiago de Querétaro, Querétaro, México

*Autor de correspondencia
jenriquez18@alumnos.uaq.mx

RESUMEN

La mecánica de suelos no saturados contempla todos aquellos suelos en los que los vacíos contienen no solamente agua, sino también aire. Es por esto que son susceptibles a cambios de humedad que pueden provocar variaciones de volumen; estos cambios de humedad a su vez producen alteraciones en las propiedades mecánicas del suelo. Por ello es importante predecir el comportamiento de los suelos conforme cambia su grado de saturación. Para tal fin se han desarrollado distintos modelos hidromecánicos en los que se toman en cuenta fenómenos tales como la histéresis y los ciclos de humedecimiento-secado. Estos modelos se pueden basar en distintas teorías o principios, por lo que algunos de ellos presentan un enfoque más certero, como aquellos basados en el principio de esfuerzos efectivos y la teoría del estado crítico. En este documento se expone un modelo y las comparaciones numérico-experimentales realizadas para demostrar su eficacia y así promover su uso entre los ingenieros. Esto permitiría mejorar los diseños de las obras de infraestructura, ya que se pueden simular diversos escenarios que pueden ocurrir en la naturaleza.

Palabras clave: GEO, propiedades hidráulicas, propiedades mecánicas, modelos hidromecánicos, suelos no saturados.

ABSTRACT

Unsaturated soils mechanics considers all those soils which voids contain not only water but also air. This is the reason why they are susceptible to moisture changes, which can lead into volume changes. These variations in water content trigger alterations in the mechanical properties of soils. So it is important to predict the soil behavior when its water content is changing. Several hydro-mechanical models have been developed in which different phenomena, such as hysteresis and wetting-drying cycles, are in-

cluded. These models can be based on different theories or principles and some can be more accurate, such as those models based in the principle of effective stress and the critical state theory. This document presents a model and the numerical and experimental comparisons to demonstrate its effectiveness and thus promote its use among the engineers. This would allow improvements in the design of infrastructure works as it can simulate different scenarios that may happen in nature.

Keywords: GEO, hydraulic properties, mechanical properties, hydro-mechanical models, unsaturated soils.

INTRODUCCIÓN

Áreas significativas de la superficie terrestre están clasificadas como zonas áridas, en las cuales la evaporación anual sobrepasa a la precipitación. Norteamérica no es la excepción en este aspecto, estas áreas cubren gran parte de la región delimitada por el golfo de México hasta llegar a Canadá [1]. Por lo que, con la ayuda de la mecánica de suelos no saturados, se podrían tomar mejores decisiones al momento del desarrollo de cualquier clase de obra realizada sobre este tipo de lugares en los que es común encontrar suelos no saturados. El término "mecánica de suelos no saturados" se ha utilizado para abordar un amplio número de problemas de ingeniería geotécnica en los que se considera la succión del suelo como positiva y la presión del agua en los poros como negativa. El principal problema de suelos no saturados en llamar la atención tenía que ver con el hinchamiento de los suelos expansivos [2].

La aplicación de la mecánica de suelos no saturados usualmente tiene que ver con casos que implican deformaciones grandes. Tal es el caso del comportamiento colapsable de los suelos con baja densidad o de los suelos arcillosos expansivos que no están restringidos lateralmente. Un ejemplo de esto es el de aquellos estratos de suelo desestabilizados por el efecto de la lluvia [3].



Dicho de otra manera, los contratiempos que los suelos no saturados ocasionan son provocados por las variaciones que se producen en ellos por los cambios en su contenido de humedad o grado de saturación. Esto pasa porque el comportamiento del suelo es variable dependiendo del agua que éste contenga y, por ende, puede generar problemas para las estructuras si no se le presta atención. Esto dio pie a que se buscaran soluciones particulares para estos problemas, dichas soluciones incluyen una modelación matemática basada en parámetros determinados por la mecánica de suelos saturados y no saturados para intentar predecir el comportamiento del suelo.

Esos modelos no son más que expresiones matemáticas que expresan la relación esfuerzo-deformación de cualquier material y éstos sólo se pueden aplicar a los materiales con las condiciones para las cuales fueron desarrollados o validados [4]. Dentro de los modelos aplicados en la mecánica de suelos no saturados, el enfoque de esfuerzos efectivos representa una precisa y simple manera de generar modelos completamente acoplados para suelos no saturados. Esto se debe a que la influencia del grado de saturación y la histéresis de la curva de retención están implícitos en la formulación [5].

Al predecir el comportamiento hidro-mecánico con la ayuda de los modelos, se puede lidiar con los problemas ocasionados por los distintos tipos de suelos, como pueden ser los suelos expansivos o los suelos colapsables, los cuales se ven afectados por el cambio en el grado de saturación, como ya se mencionó. La estabilidad de taludes es solo un ejemplo de los problemas de suelos no saturados que se pueden presentar en el campo, y se relaciona con las desestabilizaciones que se puede producir después de periodos largos de lluvia y ocasionan un aumento en el grado de saturación, lo que a su vez provoca una reducción de la succión y posiblemente un derrumbe. En el caso contrario, el talud se estabiliza por un aumento en su resistencia al esfuerzo cortante, bene-

ficiada por el aumento de la succión en función de una disminución en el grado de saturación [6]. Problemas como este, entre otros tantos relacionados con los cambios de humedad, podrían ser resueltos con ayuda de los modelos constitutivos.

Actualmente existe consenso entre los investigadores de que los modelos basados en el principio de esfuerzos efectivos ofrecen mayores ventajas. Entre los más importantes está la introducción tanto del grado de saturación como de la histéresis de las curvas de retención suelo-agua en la formulación del modelo [7].

El objetivo de este documento es presentar un modelo constitutivo para suelos no saturados y comparar sus resultados con los resultados experimentales de un suelo no saturado en ensayos triaxiales a succión controlada. Los datos experimentales son de pruebas realizadas por Garakani *et al.* [8], mientras que los datos numéricos se obtuvieron del modelo propuesto. Este modelo acopla la parte mecánica con la parte hidráulica de los suelos para predecir con mayor precisión su comportamiento.

ANTECEDENTES

Los modelos que han tenido mayor impacto dentro de esta especialidad fueron desarrollados por Khalili *et al.* [9], Ma *et al.* [10] y Rojas [7]. Estos modelos se revisan a continuación para comprobar sus limitaciones y desventajas.

Modelo de Khalili *et al.*

El modelo desarrollado por Khalili *et al.* [9] está totalmente acoplado y describe el comportamiento del flujo y de la deformación de los suelos no saturados. También se emplean las curvas de retención del suelo para tomar en cuenta la histéresis hidráulica. En este caso el acoplamiento entre el flujo y la deformación está dado por los parámetros de esfuerzos efectivos.

El esfuerzo efectivo en un suelo no saturado se puede expresar de la siguiente manera:

$$\sigma' = \sigma_{net} - \chi s \delta \quad (1)$$

Donde σ_{net} es el esfuerzo neto y s es la succión mátrica. Debido a que las relaciones constitutivas son no lineales, se deben expresar utilizando un formato incremental que se obtiene por medio de diferenciales como se muestra en la ecuación (2) a continuación:

$$\dot{\sigma}' = \dot{\sigma}_{net} - \psi \dot{s} \delta \quad (2)$$

En esta ecuación el punto sobre el parámetro implica el grado de cambio, por lo que significan lo mismo que sus versiones mostradas en la ecuación (1), sólo que en su forma incremental; $\psi = d(\chi s)/ds$ es el parámetro de esfuerzo efectivo en su forma incremental.

El parámetro de esfuerzo efectivo χ describe el aporte de la succión hacia el esfuerzo efectivo, para el cual Khalili y Khabbaz [11] obtuvieron una relación única en términos de una relación de la succión s/s_e , y está establecida por la correlación de la ecuación (3).

$$\chi = \begin{cases} 1 & \text{para } \frac{s}{s_e} \leq 1 \\ \left(\frac{s}{s_e}\right)^{-\Omega} & \text{para } \frac{s}{s_e} \geq 1 \end{cases} \quad (3)$$

Donde s_e es el valor de succión que marca la transición entre el estado saturado y no saturado y Ω es un parámetro del material con un valor de 0.55. Para expresar matemáticamente que el valor χ disminuye con la disminución de la succión hasta que alcanza la curva principal de humedecimiento, desde donde aumenta con nuevas reducciones en la succión, se tiene la ecuación (4).

$$\chi = \begin{cases} \left(\frac{s_{rd}}{s_{ae}}\right)^{-\Omega} \left(\frac{s}{s_{rd}}\right)^{\zeta} & \text{para el regreso en secado } \left(\frac{s_{ex}}{s_{ae}}\right)^{\frac{\Omega}{\Omega+\zeta}} s_{rd} \leq s \leq s_{rd} \\ \left(\frac{s_{rw}}{s_{ex}}\right)^{-\Omega} \left(\frac{s}{s_{rw}}\right)^{\zeta} & \text{para el regreso en humid. } s_w \leq s \leq \left(\frac{s_{ae}}{s_{ex}}\right)^{\frac{\Omega}{\Omega+\zeta}} s_{rw} \end{cases} \quad (4)$$

Donde s_{ex} es el valor de expulsión de aire; s_{ae} es el valor de entrada de aire; ζ es la pendiente de transición entre la curva principal

de secado y la de humedecimiento en un plano $\chi - \ln s$; y tanto s_{rd} como s_{rw} son los valores de succión mátrica en secado y humedecimiento, respectivamente.

En este modelo la curva de re-tención está representada por la ecuación de Brooks y Corey [12], ampliada para incluir la histéresis como se muestra en las ecuaciones (5) y (6).

$$S_{eff} = \begin{cases} 1 & \text{para } s < s_e \\ \left(\frac{s_e}{s}\right)^{1/p} & \text{para ciclos principales de humedecimiento y secado } s \geq s_e \end{cases} \quad (5)$$

$$S_{eff} = \begin{cases} \left(\frac{s_{ae}}{s_{rd}}\right)^{\lambda p} \left(\frac{s_{rd}}{s}\right)^{\zeta} & \text{para el regreso en secado } \frac{s_{ex}}{s_{ae}} \\ \left(\frac{s_{ex}}{s_{rw}}\right)^{\lambda p} \left(\frac{s_{rw}}{s}\right)^{\zeta} & \text{para el regreso en humid. } s_w \leq \end{cases} \quad (6)$$

Donde $S_{eff} = (s_r - s_{res})/(1/s_{res})$ es el grado de saturación efectivo; s_r es el grado de saturación; s_{res} es el grado de saturación residual; $s_e = s_{ex}$ en el ciclo de humedecimiento y es el valor de expulsión de aire; $s_e = s_{ae}$ en el ciclo de secado y representa el valor de entrada de aire; ζ es la pendiente de la línea de transición entre los ciclos de humedecimiento y secado; y por último s_{rd} y s_{rw} representan la succión inversa en las curvas principales de humedecimiento y secado respectivamente.

Conceptualmente, la formulación presenta dos modelos superpuestos; uno es el modelo de flujo y otro el modelo de deformación. El modelo de flujo está basado en los medios que interactúan —el agua y el aire—, representados por la presión de los mismos dentro de los poros. El modelo de deformación está basado en un marco elastoplástico que satisface las ecuaciones de equilibrio de esfuerzos totales, compatibilidad y consistencia. Las ecuaciones de dicho marco son derivadas en términos de esfuerzos efectivos, con deformaciones volumétricas plásticas y succión mátrica como parámetros de endurecimiento.

El modelo de flujo del aire está dado por la ecuación (7).

$$\text{div} \left(\frac{k_{ra} k}{\mu_a} (\nabla P_a + \rho_a g) \right) = n_a c_a \frac{d_a p_a}{dt} + \frac{1}{V} \frac{d_s V_a}{dt} \quad (7)$$

Donde $c_a = 1/p_a$ representa la compresibilidad del aire; p_a es la presión del aire; P_a representa



la presión absoluta del aire, la cual contempla la presión atmosférica y la presión normal del aire; ρ_a es una relación entre la constante universal de los gases, la temperatura, la presión absoluta del aire y la masa molecular del aire; g es el vector de la aceleración gravitacional; k_{ra} es la permeabilidad relativa de la fase de aire; k es la permeabilidad intrínseca del suelo; μ_a representa la viscosidad dinámica del aire; n_a es el contenido volumétrico de aire; d_a y d_s son términos agregados por la introducción de la derivación total lagrangeana en términos del movimiento de un sólido y, por último, se tiene que V y V_a son el volumen total y el volumen del aire respectivamente.

El modelo de flujo del agua se presenta de manera análoga al del aire, por lo que todos los parámetros antes mencionados se colocan en términos del agua, lo que resulta en la ecuación (8).

$$\text{div} \left(\frac{k_{rw}k}{\mu_w} (\nabla P_w + \rho_w g) \right) = n_w c_w \frac{d_w p_w}{dt} + \frac{1}{V} \frac{d_s V_w}{dt} \quad (8)$$

El modelo de deformación se deriva de la ecuación de balance del momento lineal para un volumen elemental y queda de la siguiente manera en la ecuación (9).

$$\text{div}[D(\nabla u) - \psi \dot{p}_w \delta - (1/\psi) \dot{p}_a \delta] + \dot{F} = 0 \quad (9)$$

Donde D es la matriz de rigidez drenada; u es el vector de desplazamientos del esqueleto del suelo y F es la fuerza de cuerpo por unidad de volumen.

Teniendo lo anterior, considerando que $\varepsilon_v = -\delta^T \varepsilon = -\text{div} u$ e introduciendo las aproximaciones $d_a(\cdot)/dt \approx \partial(\cdot)/\partial t$ y $\nabla(\cdot) \cdot v_s \ll \partial(\cdot)/\partial t$, las ecuaciones gobernantes de flujo de agua y aire se pueden escribir como en las ecuaciones (10) y (11).

$$\text{div} \left(\frac{k_{rw}k}{\mu_w} (\nabla P_w + \rho_w g) \right) = \psi \text{div} u + \bar{a}_{11} \dot{p}_w - a_{12} \dot{p}_a \quad (10)$$

$$\text{div} \left(\frac{k_{ra}k}{\mu_a} (\nabla P_a + \rho_a g) \right) = (1 - \psi) \text{div} u + \bar{a}_{22} \dot{p}_a - a_{21} \dot{p}_w \quad (11)$$

Donde:

$$\bar{a}_{11} = c_w n_w + a_{12} \quad \bar{a}_{22} = a_{21} + c_a n_a \quad a_{12} = a_{21} = -n \frac{\partial s_r}{\partial s}$$

A su vez, a_{11} , a_{22} , a_{12} y a_{21} representan coeficientes constitutivos y se pueden determinar al someter una muestra de un suelo no saturado a perturbaciones de presión de aire y agua y medir los cambios de volumen del esqueleto del suelo y del agua en los poros. Por lo tanto, se tiene que las ecuaciones (9), (10) y (11) conforman las ecuaciones diferenciales gobernantes de flujo y deformación en medios porosos de saturación variable.

El comportamiento de la deformación elastoplástica se captura a través de un marco de superficie límite de plasticidad. La deformación plástica ocurre cuando el estado de esfuerzo se encuentra en la superficie delimitadora o dentro de ella. En el modelo, el comportamiento del material se asume como isotrópico y de tasa independiente tanto en las respuestas elásticas como en las elastoplásticas.

El modelo de plasticidad está formulado utilizando esfuerzos efectivos en un plano $p' - q$, donde $p' = -1/3(\delta^T \sigma')$ es el esfuerzo efectivo normal promedio, $q = \sqrt{3}J_2$ es el esfuerzo desviador, $J_2 = 1/2(s^T s)$ es la segunda invariante del vector del esfuerzo desviador, $s = \sigma' + p' \delta$. Se conjugan deformaciones volumétricas y desviadoras que están dadas por las ecuaciones (12) y (13) respectivamente.

$$\varepsilon_v = -\delta^T \varepsilon \quad (12)$$

$$\varepsilon_q = \sqrt{2/3} [(\varepsilon + 1/3 \varepsilon_v \delta)^T (\varepsilon + 1/3 \varepsilon_v \delta)] \quad (13)$$

La pendiente de la línea del estado crítico (M_{cs}) está representada por la ecuación (14); donde ϕ'_{cs} es el ángulo de fricción efectivo en el estado crítico y $\tilde{\tau}$ puede valer -1 si es una carga compresiva y $+1$ si es carga de extensión.

$$M_{cs} = \frac{6se \phi'_{cs}}{3\tilde{\tau} - \text{sen} \phi'_{cs}} \quad (14)$$

Mientras que la línea del estado crítico como tal está dada por la ecuación (15), en la que $\Gamma(s)$ es el volumen específico a un esfuerzo efectivo $p' = 1 \text{ kPa}$; $\lambda(s)$ es la pendiente de la línea del estado crítico en un plano $v - \ln p'$; por último, v_{cs} es el volumen específico y p'_{cs} es el esfuerzo efectivo, ambos en el punto del estado crítico.

$$v_{cs} = \Gamma(s) - \lambda(s) \ln(p'_{cs}) \quad (15)$$

Los autores presentan también la existencia de una línea límite de la compresión isotrópica, localizada a lo largo de κ en la línea del estado crítico a un cambio constante en un plano $v - \ln p'$. En la ecuación (16) se muestra la representación de esta línea. En esta representación, $N(s)$ es la intercepción de dicha línea a un esfuerzo efectivo $p' = 1 \text{ kPa}$, y v_{LICL} es el volumen específico en la misma.

$$v_{LICL} = N(s) - \lambda(s) \ln(p'_c) \quad (16)$$

Modelo de Ma *et al.*

El modelo propuesto por Ma *et al.* [10] se desarrolló para suelos expansivos no saturados dentro del marco del estado crítico. Para llevar a cabo la relación esfuerzo-deformación se introducen tanto el esfuerzo efectivo como la succión mátrica, los cuales están definidos por las ecuaciones (17) y (18) respectivamente. Adicionalmente se presentan el esfuerzo total medio y el esfuerzo desviador en las Ecuaciones (19) y (20). Para este caso, el valor de χ es igual al valor del grado de saturación (S_r).

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) + S_r(u_a - u_w) \delta_{ij} \quad (17)$$

$$s_c = u_a - u_w \quad (18)$$

$$p' = \frac{\sigma'_{ij}}{3} = (p - u_a) + S_r(u_a - u_w) \quad (19)$$

$$q = \sigma'_1 - \sigma'_3 \quad (20)$$

Para este modelo la superficie de fluencia está dada por la función presentada en la ecuación (21), en la cual p_c es la presión de consolidación y, en el caso de la saturación, se trata de una función de la deformación plástica volumétrica y de la deformación plástica desviadora. La línea de falla está dada por $q = Mp'$, donde M es independiente de la succión [13].

$$f = q^2 + M^2 p' (p' - p'_c) \quad (21)$$

Debido a que la rigidez del suelo se vuelve más grande mientras la succión mátrica crece y que el efecto de endurecimiento en la deformación plástica desviadora se vuelve más evidente, los autores [10] proponen una regla de endurecimiento presentada en la ecuación (22).

$$p_c = p_c^0 \exp\left(\frac{\nu}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p + \frac{\beta \nu}{\lambda - \kappa} \varepsilon_q^p\right) \cdot h(s_c, S_r, \varepsilon_v^p) \quad (22)$$

Donde p_c^0 es la presión de preconsolidación inicial; β es un coeficiente proporcional al efecto de endurecimiento de la deformación plástica desviadora y h es una función de corrección que está en función de la succión mátrica, el grado de saturación y la deformación plástica volumétrica. En cuanto a la relación elastoplástica esfuerzo-deformación, los incrementos en las deformaciones elásticas volumétricas y desviadoras se dan por las ecuaciones (23) y (24), donde G es el módulo de corte.

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa dp'}{\nu p'} \quad (23)$$

$$d\varepsilon_q^e = \frac{dq}{3G} \quad (24)$$

Para la parte hidráulica, los autores [10] adoptan una regla de flujo no asociada, por lo que se asume lo que se presenta en la ecuación (25), en la cual la pendiente de la línea del estado de dilatación está representada por



$M_p = M \exp(n\varphi)$; n es un parámetro adimensional que denota el aporte del parámetro de estado a la relación entre la expansión y el esfuerzo.

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_a^p} = M \exp(n\varphi) - \eta \quad (25)$$

Para el efecto de deformación en la curva de retención de agua del suelo se ignora el efecto de la deformación elástica, por lo que el cambio en el grado de saturación se representa como en la ecuación (26).

$$dS_r|_{d\varepsilon_v=0} = \frac{-ds_c}{K_p(s_c, S_r, \hat{n})} \quad (26)$$

Donde \hat{n} es la dirección de la carga hidráulica, cuyo valor se toma como 1 para secado y -1 para humedecimiento, y K_p es la pendiente negativa de la curva de retención de agua del suelo. Para describir las fronteras principales, los autores [10] toman el modelo para curvas de retención de Feng y Fredlund [14] mostrado en la ecuación (27).

$$\kappa_k(S_r) = b_k \left(\frac{1 - S_r}{S_r - S_r^{irr}} \right)^{1/d_k} \quad (27)$$

En el cual b_k y d_k son parámetros positivos del material y presentan valores diferentes para secado y humedecimiento, por lo que k puede ser reemplazado por DR o WT dependiendo del caso; se pueden obtener por medio de las ecuaciones (28) y (29), donde b_k^0 , d_k^0 y α_k son parámetros de adecuación de la curva.

$$b_k = b_k^0 + \alpha_k \varepsilon_v^p \quad (28)$$

$$d_k = d_k^0 \quad (29)$$

Según [10], los parámetros se pueden dividir en tres grupos:

- Parámetros constitutivos convencionales: λ , κ , M , G , n , β_0 .
- Parámetros de la curva de retención: b_{DR}^0 , b_{WT}^0 , d_{DR}^0 , d_{WT}^0 , S_r^{irr} , c .

- Parámetros de acoplamiento: α_{DR} , α_{WT} , r , m , $\varepsilon_{v,max}^p$.

Modelo propuesto

El modelo propuesto se basa en el de Rojas [7], al cual se adiciona la parte hidráulica propuesta por Zhou et al. [20] y se introduce el concepto de superficie límite. Este modelo contempla el fenómeno de expansión y colapso de los suelos. Otra de sus características es que está basado en la ecuación de esfuerzos efectivos de Bishop [15] como se muestra en la ecuación (30).

$$p' = p_n + \chi s \quad (30)$$

p' representa el esfuerzo total obtenido de la suma de p_n (la diferencia entre el esfuerzo total medio y la presión generada por el aire) y χs (donde χ es conocido como el parámetro de Bishop y s representa la succión).

El modelo también se basa en la teoría del estado crítico. Esta teoría se fundamenta en el estudio del mecanismo de la disipación de la energía contenida en el interior del suelo y en la observación del comportamiento a nivel macroscópico de los materiales [16]. Una manera de explicarlo es decir que un material se encuentra en el estado crítico cuando mantiene su estado de esfuerzo constante y su deformación crece de manera indefinida sin presentar ningún cambio perceptible en su volumen [17].

Los suelos se pueden dividir en tres fracciones: una en la que los poros pequeños del suelo están completamente saturados (f^2), una donde los poros grandes están secos (f^d) y, por último, una en la que existen tanto poros secos como poros vacíos (f^u). Teniendo eso en cuenta, el parámetro de Bishop se puede representar como la suma de sus fracciones multiplicadas por su grado de saturación correspondiente como en la ecuación (31):

$$\chi = S_w^s f^s + S_w^u f^u + S_w^d f^d \quad (31)$$

Si se tiene que $S_w^s = 1$ y que $S_w^d = 0$, la ecuación (2) queda como se presenta a continuación en la ecuación (32):

$$\chi = f^s + S_w^u f^u \quad (32)$$

Los parámetros restantes pueden ser obtenidos de un modelo sólido poroso propuesto en Rojas[18]. La función que realiza el modelo sólido poroso es simular las curvas de retención del suelo en ambos ciclos: humedecimiento y secado, por lo que al modificar gradualmente los tamaños de los poros en el suelo es posible también alterar las curvas dependiendo de los nuevos tamaños de los poros de manera cíclica. De esa manera se obtiene el valor χ para cada uno de los valores de la succión.

Rojas [7] incluyó el fenómeno de endurecimiento anisotrópico mediante la transformación de la superficie de fluencia en los ejes de esfuerzo medio efectivo contra succión en dos familias de curvas que se intersectan en el mismo punto del estado crítico. Estas curvas están representadas por las ecuaciones (33) y (34), para simular el comportamiento del material altamente preconsolidado (curva izquierda) y el comportamiento del material ligera y normalmente consolidado (curva derecha) respectivamente.

$$q^{a_1} - a_1 \{ (rp'_0)^{a_1} - |p' - rp'_0|^{a_1} \} = 0 \quad (33)$$

$$q^{a_2} - \left(\frac{Mr}{1-r} \right)^{a_2} \{ (p'_0(1-r))^{a_2} - |p' - rp'_0|^{a_2} \} = 0 \quad (34)$$

Los parámetros a_1 y a_2 hacen que la superficie de fluencia cambie de forma conforme cambia el material por el que esté formado el suelo, y representan los exponentes de las partes izquierda y derecha de la curva respectivamente. La relación entre el esfuerzo medio efectivo y el de preconsolidación aparente está representada por el parámetro r , y éste se modifica dependiendo del valor de la succión.

Tanto las componentes volumétricas ($\partial \varepsilon_v^p$) como desviadoras ($\partial \varepsilon_q^p$) están dadas por la ecuación

(35) en todos los modelos que consideran la regla de flujo normal, que establece que la misma ecuación representa la superficie de fluencia y el potencial plástico.

$$\begin{Bmatrix} \partial \varepsilon_v^p \\ \partial \varepsilon_q^p \end{Bmatrix} = \frac{-1}{\frac{\partial f}{\partial p'_0} \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_p^p}} \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} \\ \frac{\partial f}{\partial q} \end{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial q} \quad (35)$$

Donde f es la función para la superficie de fluencia. Si se sustituyen todas las ecuaciones anteriores se tiene la ecuación (36).

$$\begin{Bmatrix} \partial \varepsilon_v^p \\ \partial \varepsilon_q^p \end{Bmatrix} = \frac{1}{H} \begin{Bmatrix} a_x \left[M \left(h_1 + h_2 \left(\frac{r}{1-r} \right) \right)^{a_x} (p' - p'_0 r)^{(a_x-1)} \right. \\ \left. a_x q^{(a_x-1)} \right] \\ a_x \left[M \left(h_1 + h_2 \left(\frac{r}{1-r} \right) \right)^{a_x} (p' - p'_0 r)^{(a_x-1)} \right] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} dp' \\ dq \end{Bmatrix} \quad (36)$$

Las funciones escalón para los lados izquierdo y derecho están dadas por h_1 y h_2 ; a_x representa el exponente de la parte de la superficie de fluencia en la que se encuentre, es decir, la parte izquierda o derecha. En el caso del parámetro H , éste está dado por la ecuación (37).

$$\frac{\lambda - \kappa}{\nu_0 a_x (h_1 + h_2) \left[M \left(h_1 + h_2 \left(\frac{r}{1-r} \right) \right)^{a_x} \right]} \left\{ \frac{1}{\nu_2 (1-r) [p'_0 (h_1 r + h_2 (1-r))^{(a_x-1)} + (h_1 + h_2 r) (p' - p'_0 r)^{(a_x-1)}]} \right\} \quad (37)$$

El índice de carga y descarga (κ), la relación de vacíos, el esfuerzo medio efectivo y el módulo de Poisson (ν) describen el comportamiento elástico; por lo tanto, es posible obtener los módulos cortantes y de volumen por medio de relaciones elásticas presentadas en las ecuaciones (38) y (39). La regla de endurecimiento se presenta en la ecuación (40).

$$K = \frac{1 + e p'}{e \kappa} \quad (38)$$

$$G = \frac{3(1 - 2\nu)(1 + e) p'}{2(1 + \nu) e \kappa} \quad (39)$$

$$dp'_0 = \left(\frac{1 + e}{e} \right) \frac{p'_0}{\lambda - \kappa} d\varepsilon_v^p \quad (40)$$

En resumen, este modelo requiere siete parámetros obtenibles mediante cuatro pruebas triaxiales drenadas a un suelo saturado,



dos de estas sobre un suelo preconsolidado y las otras dos sobre uno normalmente consolidado:

a_1 , a_2 y r , que representan los parámetros de forma de la superficie de fluencia.

λ y κ , que representan los índices de compresión y carga-descarga.

ν , que representa el módulo de Poisson.

$M = (6\text{sen}\varphi)/(3 - \text{sen}\varphi)$, que representa la pendiente de la superficie de falla en los ejes p' y q .

Las cualidades de este modelo según Rojas [7] se enlistan a continuación:

a) El esfuerzo de preconsolidación aparente del suelo durante el secado se incrementa en dos veces el valor del esfuerzo de succión.

b) La superficie de fluencia puede tomar diversas formas.

c) La superficie de fluencia en los ejes (p' , q) se endurece anisotrópicamente.

d) La expansión toma en cuenta el efecto del esfuerzo desviador.

e) El acoplamiento hidromecánico se realiza a través de la porosimetría del material y no requiere de parámetros adicionales ni calibración previa.

f) La matriz de rigidez es simétrica.

g) Sólo se requieren 4 ensayos triaxiales drenados en material saturado para determinar los parámetros del modelo mecánico.

METODOLOGÍA

Se explica el algoritmo programado en Matlab®. El modelo mecánico está basado en las ecuaciones propuestas en Rojas *et al.* [19] y el modelo hidráulico se programó utilizando el algoritmo desarrollado por Zhou *et al.*[20].

El algoritmo utiliza las curvas principales de humedecimiento y secado como referencia para calcular el grado de saturación de un suelo según un valor de succión y si el suelo está en proceso de secado o humedecimiento.

Este algoritmo trabaja utilizando la ecuación de van Genuchten para ejemplificar una

curva de retención suelo-agua bajo esfuerzos netos constantes. De los datos obtenidos de una prueba de succión se obtienen parámetros de ajuste para ambos procesos: a_d , m_d y n_d para el proceso de secado y a_w , m_w y n_w para el proceso de humedecimiento. El subíndice "d" representa el secado y "w" el humedecimiento, por lo tanto, se utilizan las ecuaciones respectivas para cada proceso.

Con los parámetros de ajuste se calculan los valores del grado de saturación (S_{ed} y S_{ew}) para un valor de succión utilizando las ecuaciones (41) y (42).

$$S_{ed} = \left[1 + \left(\frac{s}{a_d} \right)^{m_d} \right]^{-n_d} \quad (41)$$

$$S_{ew} = \left[1 + \left(\frac{s}{a_w} \right)^{m_w} \right]^{-n_w} \quad (42)$$

Después se calculan sus pendientes ($\partial S_{ed} / \partial s$ y $\partial S_{ew} / \partial s$) utilizando las ecuaciones (43) y (44).

$$\frac{\partial S_{ed}}{\partial s} = -n_d \left[1 + \left(\frac{s}{a_d} \right)^{m_d} \right]^{-n_d-1} \left(\frac{m_d}{a_d} \right) \left(\frac{s}{a_d} \right)^{m_d-1} \quad (43)$$

$$\frac{\partial S_{ew}}{\partial s} = -n_w \left[1 + \left(\frac{s}{a_w} \right)^{m_w} \right]^{-n_w-1} \left(\frac{m_w}{a_w} \right) \left(\frac{s}{a_w} \right)^{m_w-1} \quad (44)$$

Con lo anterior se comienzan a hacer ciclos para obtener curvas internas, llamadas también "Curvas de escaneo", mediante la selección de un valor de succión (s) y su respectivo valor de grado de saturación (S_e) como punto de inicio, éste puede estar dentro o en las fronteras. Con estos valores se calculan las pendientes ($\partial S_{esd} / \partial s$ y $\partial S_{esw} / \partial s$) que tendrá la curva interna empleando las ecuaciones (45) y (46), donde el subíndice "s" es por la palabra "scanning" y sirve para mostrar que se trata de las curvas de escaneo.

$$\frac{\partial S_{esd}}{\partial s} = \left(\frac{s_d}{s} \right)^{-b} \left(\frac{\partial S_{ed}}{\partial s} \right) \quad (45)$$

$$\frac{\partial S_{esw}}{\partial s} = \left(\frac{s_w}{s} \right)^b \left(\frac{\partial S_{ew}}{\partial s} \right) \quad (46)$$

En éstas, los valores de s_{ay} s_w se obtienen con la ecuaciones (47) y (48), respectivamente. Tales valores representan el valor de succión correspondiente al grado de saturación del proceso de secado o humedecimiento. b es un parámetro de ajuste (3 – 5) siempre positivo y sirve para juntar o separar las curvas a criterio del usuario del algoritmo.

$$s_d = a_d (S_e^{-1/n_d} - 1)^{1/m_d} \quad (47)$$

$$s_w = a_w (S_e^{-1/n_w} - 1)^{1/m_w} \quad (48)$$

Explicado lo anterior, los valores que se obtienen en las ecuaciones (45) y (46) se multiplican por cualquier incremento que se requiera para obtener un nuevo grado de saturación y, con ese valor, se repite todo lo anterior hasta alcanzar el punto al que se desee llegar y de allí comenzar el siguiente proceso. El algoritmo anterior se puede apreciar representado de manera gráfica en la figura 1.

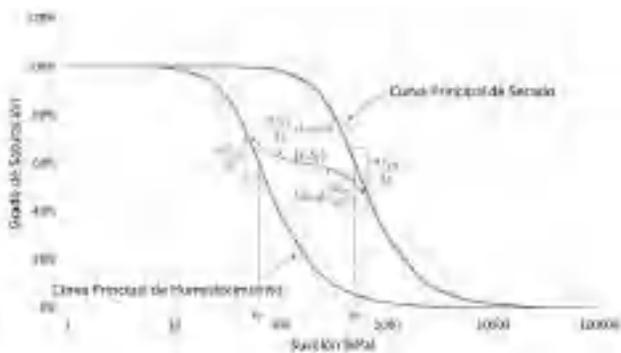


Figura 1. Ley de escaneo del algoritmo (Zhou, Sheng, Sloan, & Gens, 2012).

En la parte mecánica se plantea una superficie de fluencia que puede variar de forma. Esto se logra separando dicha superficie en dos partes: una representa el comportamiento expansivo (izquierda) y la otra representa el comportamiento compresivo (derecha), estas dos partes se interceptan tanto vertical como horizontalmente con la pendiente M [19] y están dadas por las ecuaciones (49) y (50), respectivamente.

$$f = q^{a_1} - M^{a_1} \{ (f p'_0)^{a_1} - |p' - f p'_0|^{a_1} \} \quad (49)$$

$$f = q^{a_2} - \left(\frac{M f}{1-f} \right)^{a_2} \{ (p'_0(1-f))^{a_2} - |p' - f p'_0|^{a_2} \} \quad (50)$$

Donde a_1 representa un exponente de la parte izquierda de la superficie de fluencia, y a_2 de la parte derecha. Para representar la relación entre el esfuerzo efectivo y el esfuerzo de preconsolidación se propone el parámetro f . De estos parámetros depende la forma que toma la elipse, tal como se muestra en la figura 2. Si los valores son $f = 0.5$ y $a_1 = a_2 = 2$, la elipse es simétrica y corresponde a la superficie de fluencia obtenida con el estado crítico.

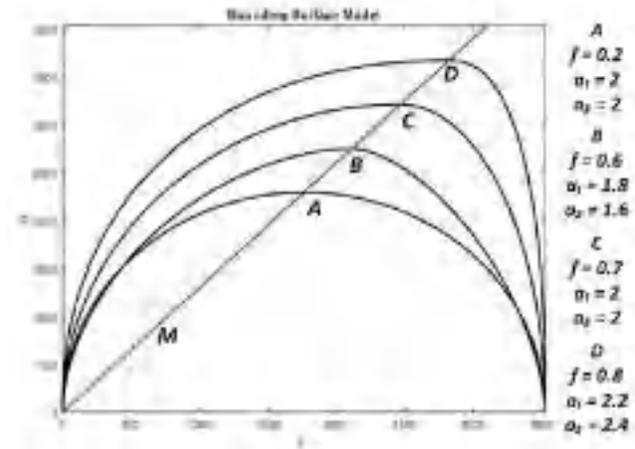


Figura 2. Formas de la elipse en un plano p' - q .

Lo primero que realiza el programa es determinar el punto de intersección de la trayectoria de esfuerzos (p_i) y la línea del estado crítico (M), en ese punto se da el estado crítico, es decir, el punto en el que la muestra de suelo falla. Posteriormente, se calcula la intersección de la trayectoria de esfuerzos (p_i) con la superficie de fluencia, definiendo así la separación entre la zona elástica y la elastoplástica como se muestra en la figura 3; este punto varía dependiendo del esfuerzo de preconsolidación y del esfuerzo confinante dado.

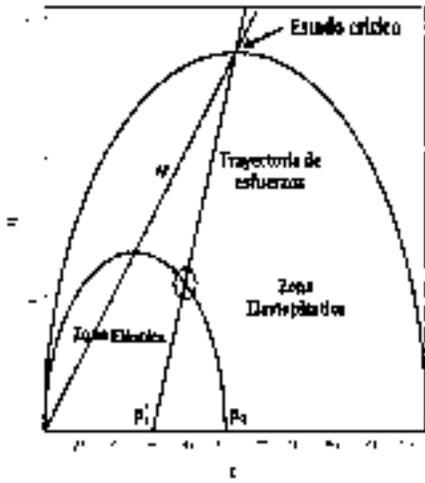


Figura 3. Representación de la superficie de fluencia en un suelo ligeramente sobreconsolidado.

La pendiente de la trayectoria de esfuerzos es de 3:1 mientras que la pendiente de la línea M está dada por la ecuación (51).

$$M = \frac{6 \operatorname{sen} \varphi}{3 - \operatorname{sen} \varphi} \quad (51)$$

Una vez obtenido el límite, se propone el número de divisiones que tendrá la trayectoria de esfuerzos; las partes obtenidas serán los incrementos en los esfuerzos efectivos (p') y esfuerzos axiales (q). Teniendo esto, en cada incremento se calcula todo lo que se presentará a continuación. Para calcular la base de la superficie de fluencia, la cual representa el esfuerzo de preconsolidación (p_0), se tiene la ecuación (52).

$$p_0 = \frac{q^2}{M^2 * p'} + p' \quad (52)$$

Con este valor se calcula la relación de vacíos para cada incremento en ambas zonas: para la elástica se utiliza la ecuación (53) empleando la pendiente de recarga (κ), y para la elastoplástica, la ecuación (54) utilizando la pendiente de carga (λ).

$$e = e_0 \left(\frac{p'}{p_0} \right)^{-\kappa} \quad (53)$$

$$e = e_0 \left(\frac{p'}{p_0} \right)^{-\lambda} \quad (54)$$

Para el cálculo de las deformaciones elásticas, en esta ocasión se utilizan un par de constantes elásticas denominadas módulo de volumen (K) y módulo de corte (G), presentados en las ecuaciones (55) y (56).

$$K = \left(\frac{1 + e_0}{e} \right) \frac{p'}{\kappa} \quad (55)$$

$$G = \left(\frac{1 + e_0}{e} \right) \frac{3(1 - 2\nu) p'}{2(1 + \nu) \kappa} \quad (56)$$

Utilizando estos módulos, la respuesta elástica se expresa como en la ecuación (57), donde dp y dq son los incrementos del esfuerzo efectivo y axial, respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_v^e \\ \delta \varepsilon_q^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K & 0 \\ 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \quad (57)$$

Para el cálculo de las deformaciones plásticas en los suelos altamente sobreconsolidados, se incluye un parámetro de endurecimiento (w) presentado en la ecuación (58), el cual ayuda para asegurar que en la superficie límite, representada como el punto B en la figura 4, el esfuerzo axial (q) máximo corresponde con la máxima relación entre la deformación volumétrica ($\delta \varepsilon_v$) y la deformación axial ($\delta \varepsilon_q$). En el parámetro de endurecimiento se toma un factor de preconsolidación R dado por la ecuación (59).

$$w = \left[\frac{\log \left(\frac{f \bar{p}_0}{p} \right)}{\log \left(\frac{f p_0}{p} \right)} \right]^R \quad (58)$$

$$R = \left(\frac{\bar{p}_0}{p_i} \right)^2 \quad (59)$$

Donde \bar{p}_0 es el esfuerzo de preconsolidación inicial, \bar{p} es el esfuerzo efectivo con el que la trayectoria de esfuerzos toca la superficie límite (B), p_0' es el esfuerzo de preconsolidación actual y p es el esfuerzo total actual.

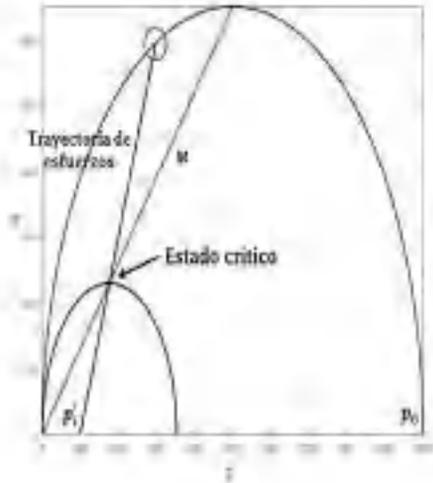


Figura 4. Ejemplo de un suelo altamente sobreconsolidado.

La relación plástica esfuerzo-deformación se da de manera matricial y se muestra a continuación en la ecuación (60).

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_v^p \\ \delta \varepsilon_q^p \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$A_{11} = a_x \left[M \left(\langle h_1 \rangle + \langle h_2 \rangle \left(\frac{f}{1-f} \right) \right) \right]^{a_x} (p' - p'_0 f)^{(a_x-1)} \quad (61)$$

$$A_{12} = A_{21} = a_x q^{(a_x-1)} \quad (62)$$

$$A_{22} = \frac{[a_x q^{(a_x-1)}]^2}{a_x \left[M \left(\langle h_1 \rangle + \langle h_2 \rangle \left(\frac{f}{1-f} \right) \right) \right]^{a_x} (p' - p'_0 f)^{(a_x-1)}} \quad (63)$$

$$\left. \frac{\lambda - \kappa}{a_x (1+e) (\langle h_1 \rangle w + \langle h_2 \rangle) \left[M \left(\langle h_1 \rangle + \langle h_2 \rangle \left(\frac{f}{1-f} \right) \right) \right]^{a_x}} \right\} \left(\frac{1}{T+F} \right) \quad (64)$$

$$T = [\langle h_1 \rangle + \langle h_2 \rangle (1-f)] [p'_0 (\langle h_1 \rangle f + \langle h_2 \rangle (1-f))]^{(a_x-1)} \quad (65)$$

$$F = (\langle h_1 \rangle + \langle h_2 \rangle f) (p' - p'_0 f)^{(a_x-1)} \quad (66)$$

Las letras T y F se utilizan sólo con el fin de escribir de mejor manera la ecuación. $\langle h_1 \rangle$ y $\langle h_2 \rangle$ son funciones de paso para la parte izquierda y derecha de la superficie de fluencia, respectivamente. Estas últimas pueden tomar valores de 1 y 0, dependiendo de la parte en la que nos encontremos, ya sea, como se mencionó antes, izquierda (1,0) o derecha (0,1). Asimismo, a_x puede tomar los

valores de a_1 o a_2 dependiendo de las mismas circunstancias.

Una vez que se tienen todos los datos de cada uno de los incrementos, se suman los resultados de las deformaciones plásticas y volumétricas para obtener las deformaciones totales. Por último, estas deformaciones totales se suman de manera acumulativa para obtener la deformación volumétrica (ε_v) y la deformación axial (ε_q). Teniendo lo anterior, se grafican los valores de ε_q contra los de q , y los de ε_q contra los de ε_v para observar el comportamiento del suelo.

Consideraciones

Para comparar resultados se utilizará el principio de esfuerzos efectivos de Bishop [15] mostrado en la ecuación (67), donde el parámetro χ se considerará igual al grado de saturación del suelo. Dicho grado de saturación se obtiene con el algoritmo presentado en el modelo hidráulico.

$$p' = p_{net} + \chi s \quad (67)$$

Los esfuerzos efectivos de preconsolidación (p_0) y confinantes (p_i) de entrada que necesita el programa se determinan con las consideraciones que aparecen en la figura 5.

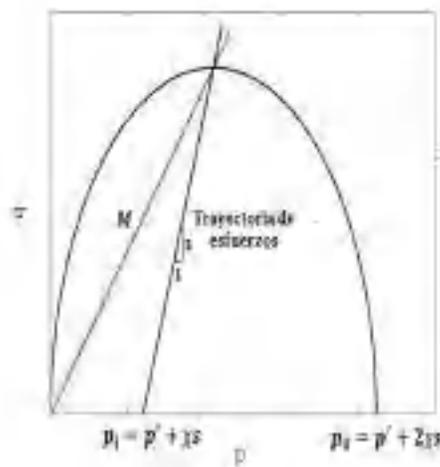


Figura 5. Superficie de fluencia y consideraciones para p_i y p_0 .



Los valores calibrados de los parámetros utilizados para las corridas numéricas se presentan a continuación en la Tabla 1.

Tabla 1. Valores de los parámetros para simulaciones.

Parámetro	Valor
M	1.3
e_0	0.77
λ	0.11
κ	0.01
ν	0.25
a_1	2
a_2	2
f	0.5

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las pruebas experimentales realizadas por Garakani *et al.* [8] fueron a muestras cilíndricas inalteradas de un suelo *loessial* obtenidas de Gorgan, Irán. Estas pruebas fueron hechas en un aparato triaxial modificado para la determinación del comportamiento del suelo. Los esfuerzos de las diferentes pruebas se muestran en la Tabla 2, presentada enseguida.

Tabla 2. Esfuerzos aplicados en las pruebas (Garakani, Haeri, Khosravi, & Habibagahi, 2015).

Prueba	Succión (kPa)	Esfuerzo confinante (kPa)
1	0	400
2	50	400
3	100	100
4	100	300
5	100	400
6	200	300
7	300	200
8	400	50
9	400	150
10	400	300

Para las diferentes succiones se utilizan los grados de saturación de la curva principal de secado de la Fig. 6, presentada a continuación.

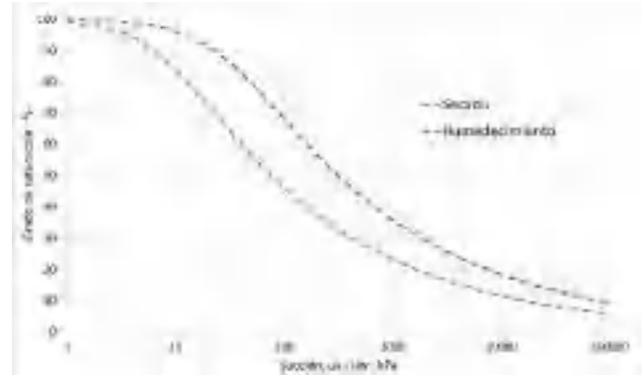


Figura 6. Curvas de retención de un suelo *loessial* (Garakani, Haeri, Khosravi, & Habibagahi, 2015).

Succión constante de 0 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa.

Para el confinante de 400 kPa se tiene el valor de $p_0 = 400$ y $p_i = 400$ según las consideraciones. A continuación, se muestra la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Fig. 7 y en un plano $E_q - E_v$ en la Fig. 8.

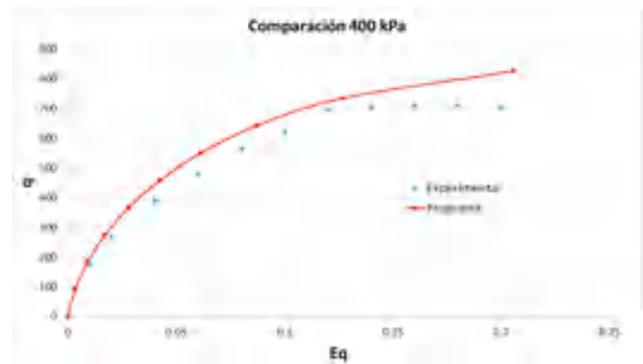


Figura 7. Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

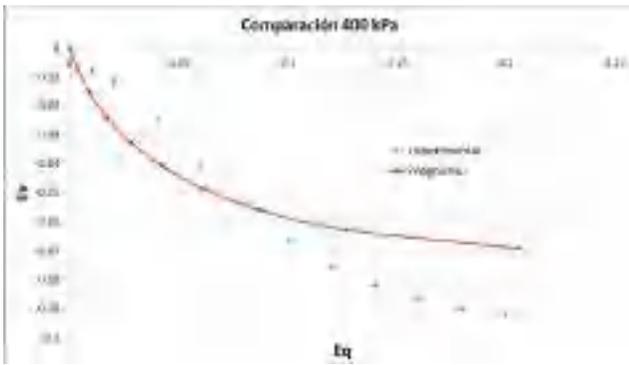


Figura 8. Comparación de resultados en un plano Eq – Ev.

Succión constante de 50 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa.

En esta prueba se tiene un grado de saturación del 79.43 %, por lo que se calcula un $p_0 = 479.43$ y $p_i = 439.71$ según las consideraciones. De igual manera, a continuación se muestra la comparación de resultados en un plano Eq – q en la Fig. 9 y en un plano Eq – Ev en la Fig. 10.

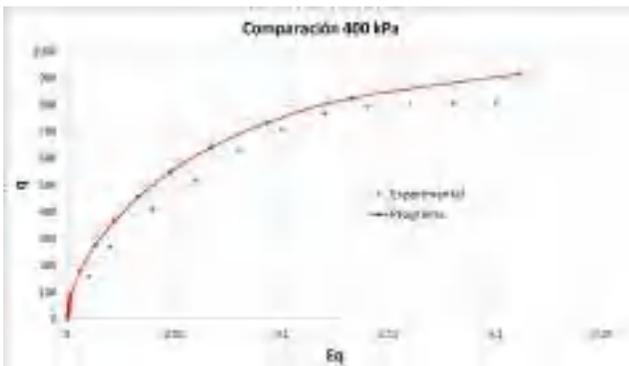


Figura 9. Comparación de resultados en un plano Eq – q.

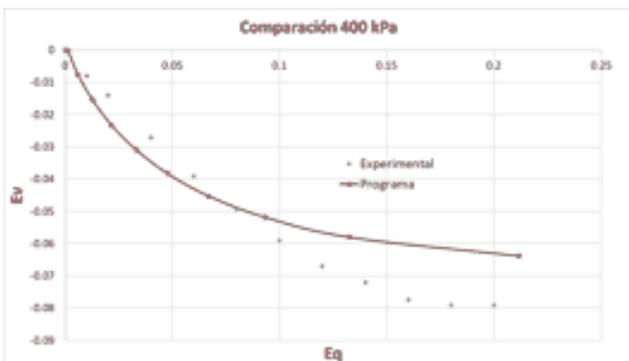


Figura 10. Comparación de resultados en un plano Eq – Ev.

Succión constante de 100 kPa y esfuerzo confinante de 100 kPa.

Para una succión de 100 kPa se considera un grado de saturación del 67.93 % calculando así un $p_0 = 235.86$ y $p_i = 167.93$. A continuación, se muestra la comparación de resultados en un plano Eq – q en la Fig. 11 y en un plano Eq – Ev en la Fig. 12.

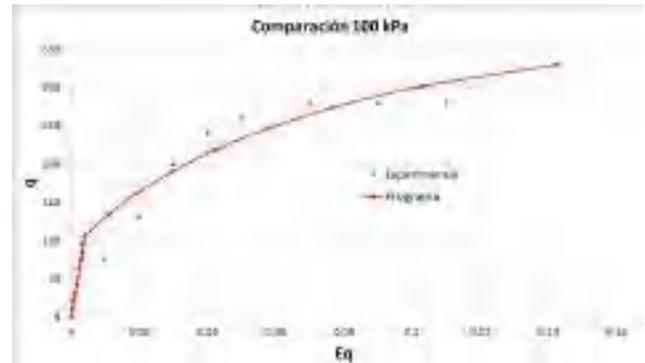


Figura 11. Comparación de resultados en un plano Eq – q.

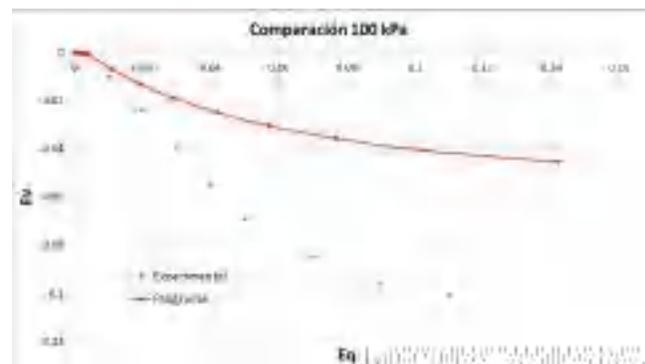


Figura 12. Comparación de resultados en un plano Eq – Ev.

Succión constante de 100 kPa y esfuerzo confinante de 300 kPa.

Para valores de $p_0 = 435.86$ y $p_i = 367.93$ se muestra la comparación de resultados en un plano Eq – q en la Fig. 13 y en un plano Eq – Ev en la Fig. 14 tomando en cuenta un grado de saturación del 67.93 % para una succión de 100 kPa.

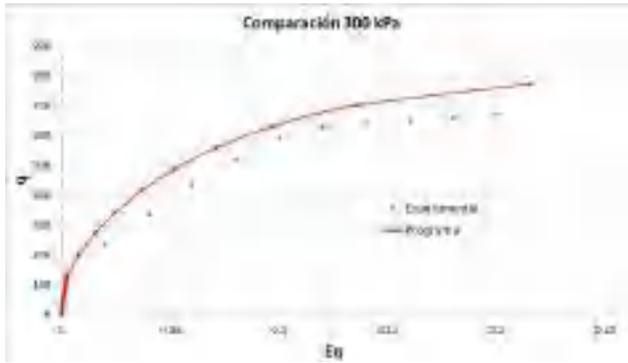


Figura 13. Comparación de resultados en un plano Eq – q.

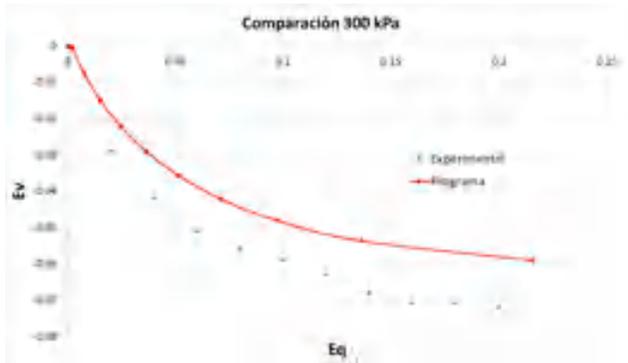


Figura 14. Comparación de resultados en un plano Eq – Ev.

Succión constante de 100 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa.

Para valores de $p_0 = 535.86$ y $p_i = 467.93$ se muestra la comparación de resultados en un plano Eq – q en la Fig. 15 y en un plano Eq – Ev en la Fig. 16. Empleando un grado de saturación del 67.93 % para una succión de 100 kPa.

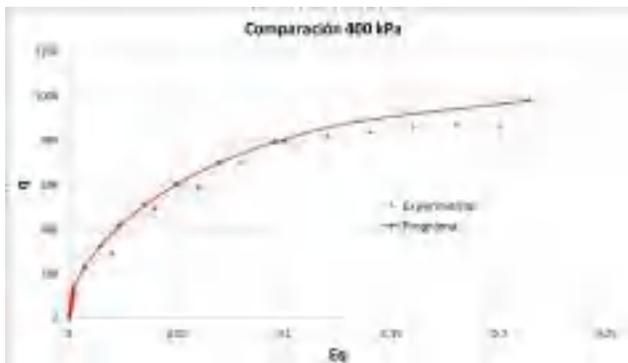


Figura 15. Comparación de resultados en un plano Eq – q.

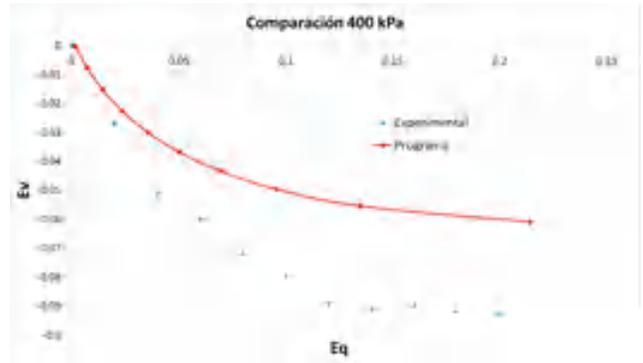


Figura 16. Comparación de resultados en un plano Eq – Ev.

Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 300 kPa.

Para valores de $p_0 = 526.37$ y $p_i = 413.18$ se muestra la comparación de resultados en un plano Eq – q en la Fig. 17 y en un plano Eq – Ev en la Fig. 18. El grado de saturación considerado para una succión de 200 kPa es del 56.59 %.

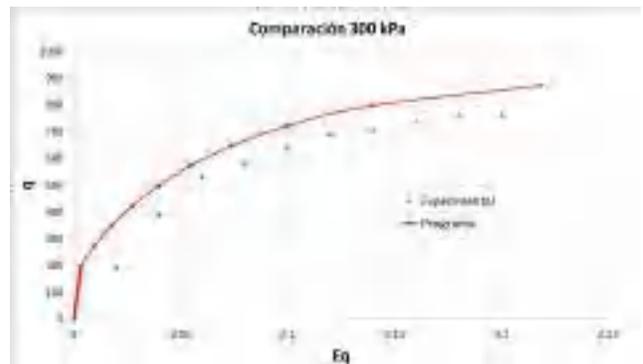


Figura 17. Comparación de resultados en un plano Eq – q.

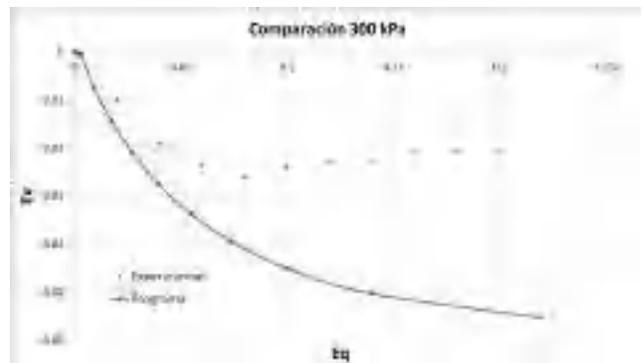


Figura 18. Comparación de resultados en un plano Eq – Ev.

Succión constante de 300 kPa y esfuerzo confinante de 200 kPa.

Para valores de $p_0 = 503.22$ y $p_i = 351.61$ se muestra la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Fig. 19 y en un plano $E_q - E_v$ en la Fig. 20. Para una succión de 300 kPa se utilizó un grado de saturación del 50.54 %.

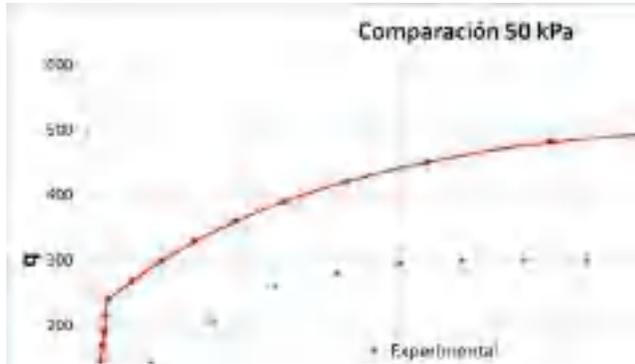


Figura 19. Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

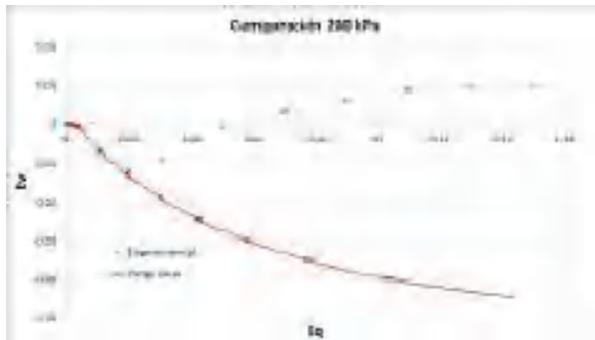
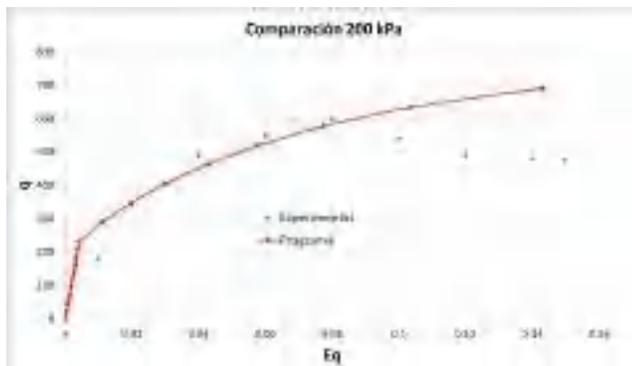


Figura 20. Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 400 kPa y esfuerzo confinante de 50 kPa.

Se considera un grado de saturación del 46.56 % para una succión constante de 400 kPa. Enseguida se muestra la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Fig. 21 y en un plano $E_q - E_v$ en la Fig. 22 para valores calculados de $p_0 = 422.52$ y $p_i =$

236.26.

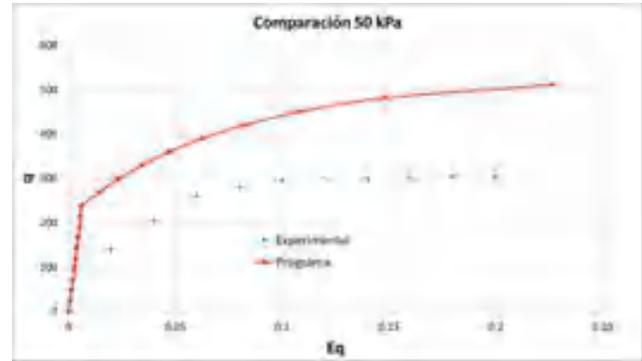


Figura 21. Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

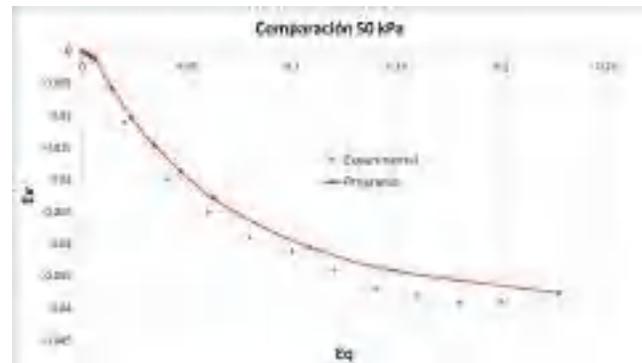


Figura 22. Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 400 kPa y esfuerzo confinante de 150 kPa

Se considera un grado de saturación del 46.56 % para una succión constante de 400 kPa. En la Fig. 23 se muestra la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ y en la Fig. 24 en un plano $E_q - E_v$ para valores calculados de $p_0 = 522.52$ y $p_i = 336.26$.

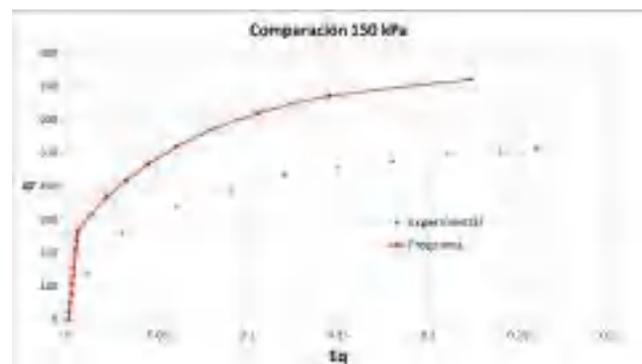


Figura 23. Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

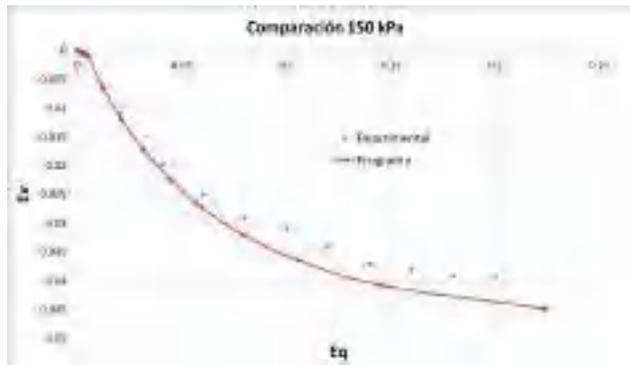


Figura 24. Comparación de resultados en un plano Eq – Ev.

Succión constante de 400 kPa y esfuerzo confinante de 300 kPa

Con el mismo grado de saturación del 46.56 % para una succión constante de 400 kPa, en este caso se calcula un $p_0 = 672.52$ y un $p_i = 486.26$. En la Fig. 25 se muestra la comparación de resultados en un plano Eq – q y en la Fig. 26 en un plano Eq – Ev.

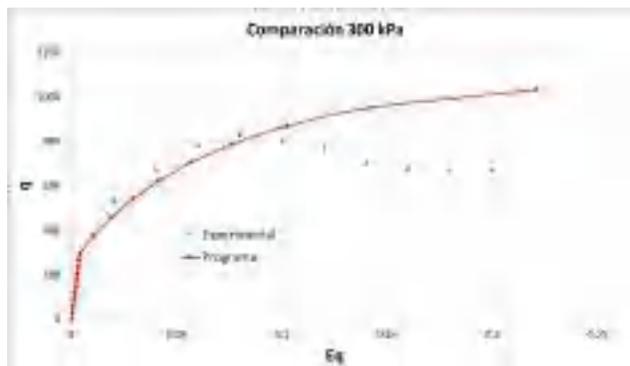


Figura 25. Comparación de resultados en un plano Eq – q.

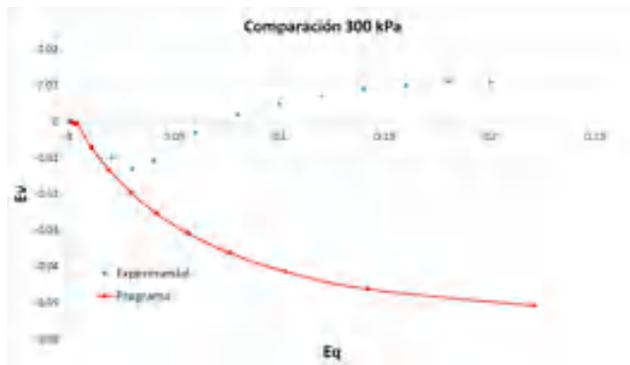


Figura 26. Comparación de resultados en un plano Eq – Ev.

Como se puede apreciar en las comparaciones numérico-experimentales, el modelo es

capaz de reproducir las características principales del comportamiento hidráulico y mecánico de los suelos. Además, es capaz de reproducir de manera precisa el efecto de la succión en el endurecimiento y expansión del suelo. Cabe mencionar que el modelo incluye elementos tales como la histéresis de las curvas de humedecimiento-secado y el endurecimiento por succión que otros modelos no contemplan pero que son importantes para modelar de manera precisa el comportamiento de los suelos no saturados.

La desventaja de algunos modelos son la cantidad de parámetros que requieren, ya que requiere un mayor número de ensayos de laboratorio para su determinación. De la misma manera aumenta el tiempo de los ensayos de laboratorio y el proceso de calibración se vuelve más complejo. El modelo presentado requiere de ocho parámetros mecánicos de los cuales la mayoría son de fácil calibración mientras los demás son propuestos a criterio y siete parámetros hidráulicos que se obtienen solamente de las curvas de retención, por lo que representa una ventaja ante otros modelos.

CONCLUSIONES

Los modelos que acoplan el comportamiento mecánico e hidráulico, pueden simular con mayor precisión el comportamiento de los suelos no saturados ya que toman en cuenta los efectos de los procesos de humedecimiento y secado en las propiedades mecánicas del material. Estos modelos pueden ser aplicados por los especialistas en Geotecnia para predecir de una manera más precisa el comportamiento de los suelos no saturados durante los ciclos naturales de humedecimiento-secado. Con estos modelos los ingenieros pueden simular diversos escenarios desfavorables para las obras de infraestructura y así aumentar la confiabilidad y la seguridad de las obras y de las personas.

Por todo lo anterior se puede decir que es viable que los ingenieros que trabajan en el campo de la Geotecnia utilicen este u otros

modelos para tomar las decisiones de las que depende la seguridad de la obra ante adversidades que puedan ocurrir en la naturaleza.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su apoyo durante toda esta maestría.

REFERENCIAS

- [1] D. G. Fredlund y H. Rahardjo, *Soil Mechanics For Unsaturated Soils*, New York: Wiley, 1993.
- [2] D. G. Fredlund, «The emergence of unsaturated soil mechanics,» *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 51, n° 12, pp. 9-10, 2014.
- [3] A. Yerro Colom, E. A. Pérez de Agreda y N. M. Pinyol Puigmartí, «The material pint method for unsaturated soils,» *Géotechnique*, vol. 65, n° 3, pp. 201-217, 2015.
- [4] O. González-Cueto, M. Herrera Suárez, C. E. Iglesias Coronel y E. López Bravo, «Análisis de los modelos constitutivos empleados para simular la compactación del suelo mediante el método de elementos finitos,» *Revista de Ciencias Técnicas Agropecuarias*, vol. 22, n° 3, pp. 75-80, 2013.
- [5] E. Rojas, O. Chávez y H. Arroyo, «Modeling the Behavior of Expansive Soils Using,» *International Journal of Geomechanics*, vol. 17, n° 9, 2017.
- [6] M. A. Alfaro Soto, «Geotecnia en suelos no saturados,» *Rev. Acad. Colomb. Cienc.*, vol. 32, n° 125, pp. 471-482, 2008.
- [7] E. Rojas González, «Un modelo general para suelos no saturados totalmente acoplado,» *Digital Ciencia@UAQRO*, vol. 11, n° 2, pp. 11-23, 2018.
- [8] A. A. Garakani, S. M. Haeri, A. Khosravi y G. Habibagahi, «Hydro-mechanical behavior of undisturbed collapsible loessial soils under different stress state conditions,» *Engineering Geology*, n° 195, pp. 28-41, 2015.
- [9] N. Khalili, M. A. Habte y S. Zagarbashi, «A fully coupled flow deformation model for cyclic analysis of unsaturated soils including hydraulic and mechanical hystereses,» *Computers and Geotechnics*, vol. 35, n° 6, pp. 872-889, 2008.
- [10] T. Ma, W. Changfu, W. Houzhen y L. Wentao, «Hydraulic and Mechanical Behavior of Unsaturated Silt: Experimental and Theoretical Characterization,» *International Journal of Geomechanics*, vol. 16, n° 6, 2015.
- [11] N. Khalili y H. Khabbaz, «A unique relationship for χ for the determination of the shear strength of unsaturated soils,» *Géotechnique*, vol. 48, n° 5, pp. 681-687, 1998.
- [12] R. H. Brooks y A. T. Corey, «Hydraulic properties of porous media,» *Fort Collins, Colorado State University, [Hydrology and Water Resources Program]*, 1964.
- [13] N. Lu y W. J. Likos, «Suction Stress Characteristic Curve for Unsaturated Soil,» *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 132, n° 2, pp. 131-142, 2006.
- [14] M. Feng y D. G. Fredlund, «Hysteretic influence associated with thermal conductivity sensor measurements,» *52nd Canadian Geotechnical Conf. and Unsaturated Soil Group, Proceeding from Theory to the Practice of Unsaturated Soil Mechanics*, Canadian Geotechnical Society, Richmond, BC, Canada, pp. 651-657, 1999.
- [15] A. W. Bishop, «The principle of effective stress,» *Teknisk Ukeblad*, vol. 106, n° 39, p. 859-863, 1959.
- [16] J. S. Sánchez Oidor, *Ecuaciones Constitutivas Para el Cálculo de Deformaciones en Arcillas Sensitivas (Tesis Para Fin de Maestría)*, Primera ed., Distrito Federal: Universidad Nacional Autónoma de México, 2013.
- [17] A. Schofield y C. P. Wroth, *Critical State Soil Mechanics*, Primera ed., New York: McGraw-Hill, 1968.
- [18] E. Rojas, «Equivalent Stress Equation for Unsaturated Soils. II: Solid-Porous Model,» *International Journal of Geomechanics*, vol. 8, 2008.



[19] E. Rojas, J. Horta, M. L. Pérez-Rea y C. E. Hernández, «A fully coupled simple model for unsaturated soils,» *Numerical and analytical methods in geomechanics*, n° 43, p. 1143– 1161, 2019.

[20] A.-N. Zhou, D. Sheng, S. W. Sloan y A. Gens, «Interpretation of unsaturated soil behaviour in the stress – Saturation space, I: Volume change and water retention behaviour,» *Computers and Geotechnics*, n° 43, pp. 178-187, 2012.

VALOR COMERCIAL DE LA UNIDAD PRIVATIVA SEGÚN EL NIVEL DE PISO EN EL QUE SE ENCUENTRE DENTRO DE UN CONDOMINIO VERTICAL

Commercial value of the private unit according to the floor level in which it is located in the vertical condominium

Roberto Gutiérrez Quiñones^{1*}, Verónica Leyva Picazo ¹,
José Luis Alcántara Obregón ¹, Héctor Ortiz Monroy ¹

¹Universidad Autónoma de Querétaro

*Autor de correspondencia
robert_1093@hotmail.com

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo es la medición y el análisis de la variación en el valor comercial que existe en los departamentos dentro del condominio denominado "TJ", según el nivel de piso en el que se encuentran. Los ejes centrales para el desarrollo de este proyecto son la realización de estudios de mercado, la investigación de los valores de operaciones traslativas de dominio de los departamentos con condiciones físicas específicas y el análisis de la interacción de las características propias del departamento, como la ubicación en la Ciudad de Santiago de Querétaro y el nivel de piso en el que se encuentran los departamentos dentro del edificio. Todo esto mediante el uso de la regresión lineal como herramienta fundamental para la determinación de la correlación de dichas variables.

Palabras clave: Nivel de piso, valor, vista panorámica, influencia de valor, condominio vertical.

ABSTRACT

The main objective of this study is the measurement and analysis of the commercial value variability among the "TJ" Condominium apartments, according to their floor's level location. The central axes for this Project are the elaboration of market studies, the investigation of the dominium's translational operation values for apartments with specific physical features, and the analysis of the apartment inherent characteristics, such as its location in the Santiago de Querétaro City and its floor level location inside the building. The method used is the linear regression as the fundamental tool for determining the correlation between the variables mentioned above.

Keywords: Floor level, value, views, value influence, vertical condominium.

INTRODUCCIÓN

En los últimos años la ciudad de Santiago de Querétaro ha apostado a la construcción de edificaciones verticales, tanto de uso habitacional como comercial y/o corporativo. Esto la ha proyectado como una ciudad de desarrollo a nivel nacional; ante tal crecimiento vertical de la ciudad, es importante conocer las causas y efectos de su modelo actual de desarrollo, el cual puede llegar a ser muy amplio y variado según el área de estudio: social, psicológica o económica, entre otras. En el área de la valuación inmobiliaria se puede aportar, entre otras cosas, a la valoración económica que tienen estas unidades privativas según el nivel en el que se encuentren y la vista panorámica que tengan dentro del condominio vertical.

Se consideró como sujeto de estudio el condominio habitacional denominado "TJ" por sus características físicas, altura del edificio, uso de suelo, ubicación geográfica, entorno y antigüedad del desarrollo habitacional. Para la realización de estudios de mercado específicos de este condominio se llevó a cabo un análisis de su influencia de valor comercial, que permite ajustar el valor de acuerdo al nivel de piso del departamento en relación con el sujeto a valorar.

La Unidad Condominal TJ se encuentra en mayor proporción en un entorno habitacional, pero también en un entorno comercial y de servicios. La unidad posee dos torres cuyas fachadas principales se encuentran orientadas hacia el noroeste y sureste (no traslapadas) y poseen una vista hacia un entorno urbano similar al exterior del departamento; por ello es importante mencionar que, cuando en un condominio vertical existen diferentes vistas hacia el exterior del departamento por la orientación del edificio —como puede ser un edificio ubicado cerca de la playa que tenga vistas hacia el mar en una de sus fachadas y a un entorno urbano en la fachada opuesta—, será necesario ponderar y estudiar la deseabilidad que existe entre las diferentes vistas.



Entre las áreas comunes de la Unidad Condominial TJ se encuentran: dos casetas de control, alberca, jacuzzi común, escaleras, elevadores, vestíbulos, cuatro canchas de *paddle tennis*, sanitarios y área de estacionamiento en sótano, a las cuales tienen derecho de acceder todos los condóminos. Se muestra la distribución de dichas áreas en el siguiente croquis:

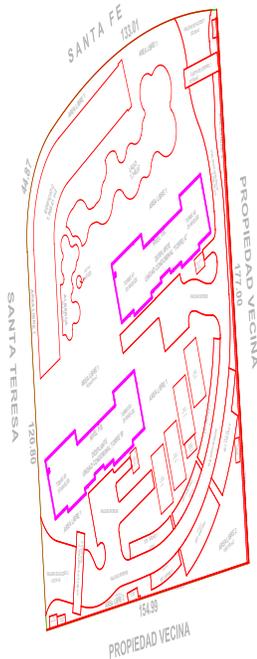


Figura 1. Croquis de la Unidad Condominial TJ (Plano autorizado por la Dirección de Desarrollo Urbano).

La Unidad Condominial TJ está conformado por dos unidades condominiales, "U.C. Torre A TJ" y "U.C. Torre B TJ", esta última se encuentra conformada por dos condominios "Torre B1" y "Torre B2". Estos dos últimos condominios son los sujetos de estudio para el presente análisis, debido a su mayor número de ofertas en el mercado y operaciones traslativas de dominio; además, esta unidad cuenta con el registro más reciente del complejo, con un registro del régimen en propiedad de condominio ante la Dirección de Catastro en el año 2017. El siguiente diagrama muestra la conformación de la Unidad Condominial TJ descrita anteriormente.

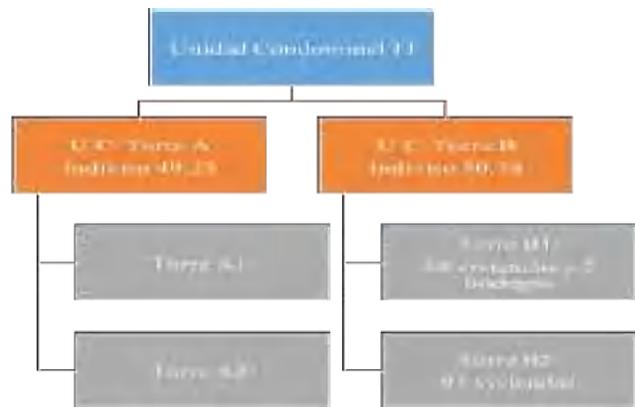


Figura 2. Diagrama de conformación de la Unidad Condominial TJ.

Para comprender la problemática se definen los siguientes conceptos que ayudarán al desarrollo de la metodología de la sección 2.

Estudios de mercado

Se elaboran los estudios de mercado con base en predios similares a las características del predio en estudio mediante los factores de homologación —ubicación, superficie, zona, forma y negociación— que describe el Instituto de Administración y Avalúos de Bienes Nacionales INDAABIN.

Diario Oficial de la Federación

Los conceptos de INPC y coeficiente de actualización son un extracto del Diario Oficial de la Federación.

Índice Nacional De Precios Al Consumidor (INPC)

“Es un indicador económico global cuya finalidad es la de medir, a través del tiempo, la variación de los precios de una canasta de bienes y servicios representativa del consumo de los hogares mexicanos urbanos. El INPC es el instrumento estadístico por medio del cual se mide el fenómeno económico que se conoce como inflación” [1].

Coefficiente de Actualización

“Es un indicador construido mediante la metodología de Índices Encadenados, generado con la finalidad de mantener una serie continua previa a la creación del índice Nacional de Precios al Consumidor, basado en los índices antecesores referentes del poder adquisitivo de la moneda en sus respectivos periodos” [1].

Regresión lineal

La regresión lineal simple examina la relación lineal entre dos variables continuas: una respuesta (Y) y un predictor (X). Dicho modelo permite encontrar el valor de una variable a cuando b toma un valor específico con base en el supuesto de linealidad, ya sea en un comportamiento creciente o decreciente [2].

Código Urbano

Del Código Urbano del Estado de Querétaro [3] se consideran las siguientes definiciones:

- Condominio vertical: “Se establece en un inmueble edificado en varios niveles en un terreno común, con unidades de propiedad privativa y derechos de copropiedad” (Ref. P. O. No. 21, 16-III-18).

- Unidad Condominal: “Toda aquella agrupación de 2 o más condominios construidos en un solo polígono, siempre que cada uno de dichos condominios conserve para sí áreas de uso exclusivo y, a su vez, existan áreas y bienes de uso común para todos los condóminos que integran el conjunto de referencia” (Ref. P. O. No. 21, 16-III-18).

- Indiviso: “El derecho de los condóminos sobre los bienes comunes, proporcional al valor que representa su unidad de propiedad privativa o fracción en relación al valor total inicial del inmueble, expresado en una cifra porcentual” (Ref. P. O. No. 21, 16-III-18).

Sobre costo de edificación vertical

Aunque no es menester de la presente investigación el análisis del sobrecosto físico para edificaciones verticales, Es importante mencionar que estos —además del aumento del valor comercial por conceptos de la deseabilidad de la vista hacia el exterior de la unidad, estatus y otros posibles factores— presentan un aumento en el valor físico que se debe a las consideraciones estructurales en la preparación del terreno, cimentación, columnas y demás elementos, así como al costo de utilización de maquinaria y equipos necesarios para la construcción de edificios de gran altura.

Asimismo, el Reglamento de Construcción para el Municipio de Querétaro [4] menciona la utilización de elevadores:

“Elevadores para pasajeros. Las construcciones que tengan más de cinco niveles, incluyendo la planta baja, o una altura o profundidad mayor de 15 metros del nivel de acceso a la construcción, deberán contar con un elevador o sistema de elevadores para pasajeros...”, “Se exceptúan de lo dispuesto en el párrafo anterior: Las construcciones habitacionales plurifamiliares hasta de cinco niveles, incluyendo la planta baja o sótanos, o con una altura o profundidad no mayor de 15 metros desde el nivel de acceso a la construcción, siempre y cuando la superficie de cada vivienda sea, como máximo, de 70 metros cuadrados sin contar indivisos.”

METODOLOGÍA

En primera instancia se procedió a la recopilación de los precios de mercado obtenidos en la pestaña de precios de la página oficial promotora del condominio TJ, dichos valores se agregaron a la base de datos según el departamento correspondiente con el objetivo de considerar un mismo criterio de ventas; a estos valores de mercado se les aplicó un factor de 0.975 por concepto de comer-



cialización, ya que es el máximo descuento autorizado sobre el precio de venta según consulta telefónica a la promotora oficial [5].

Posteriormente se identificaron los valores de operaciones traslativas de dominio de los departamentos pertenecientes al condominio, estos se obtuvieron del sistema de internet "Traslanet", una plataforma de interacción entre Notarias, la Dirección de Catastro y la Dirección de Ingresos para el empadronamiento y fiscalización de las operaciones traslativas de dominio para el Municipio de Querétaro. Los valores de operación se actualizaron con el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) —referido según la fecha de operación del acto traslativo de dominio a valor presente, con el mes de octubre de 2019 como fecha de actualización y una base de 104 503 unidades para dicho mes— para tener una plataforma con valores comerciales de los departamentos referidos a una misma fecha que ayudase a obtener una mayor precisión en la asociación entre valor y nivel de piso.

Para el caso de los departamentos de los cuales se encontró valor de operación, es necesario conocer la fecha de supuesto legal y obtener del factor referido por el INPC; con éste se realizó la división de la base para el mes de octubre de 2019, que corresponde a 104 503 unidades; el factor obtenido se multiplicó por el valor de operación para estimar así un "valor actualizado".

De las unidades privativas identificadas previamente en el estudio de mercado, sólo se consideran los departamentos con características semejantes: valores de cajones de estacionamiento, bodegas, amenidades y atributos merecidos por el indiviso determinado para dicho inmueble mediante el principio de *ceteris paribus*. Las propiedades físicas del condominio se recopilaron de la base de datos de la Dirección de Catastro Municipal de Querétaro, previa autorización formal por parte de esa Unidad Administrativa. El resultado fue la siguiente tabla, en la que se ordenan los departamentos de manera ascendente según el nivel dentro del edificio:

Tabla 1. Valores de mercado y operación de los departamentos.

Número Depto.	Valor de operación / Valor de mercado	Fecha de operación TD	Factor INPC / Fact. Comercialización.	Valor actualizado. octubre 2019
DEPTO B1 101	\$4,349,033.28	14/09/2017	1.087513554	\$4,729,632.64
DEPTO B1 103	\$2,365,614.00	14/01/2015	1.199665669	\$2,837,945.90
DEPTO B2 102	\$3,180,779.38	17/08/2017	1.090916478	\$3,469,964.64
DEPTO B1 203	\$2,565,413.00	07/09/2017	1.087513554	\$2,789,921.41
DEPTO B1 204	\$2,089,097.13	15/11/2016	1.140652819	\$2,382,934.53
DEPTO B2 202	\$3,152,171.00	04/10/2017	1.08071221	\$3,406,589.69
DEPTO B2 204	\$2,089,097.13	05/03/2018	1.050364201	\$2,194,312.84
DEPTO B2 302	\$3,077,506.00	16/05/2018	1.055648984	\$3,248,766.08
DEPTO B1 401	\$3,627,337.50	15/11/2014	1.204454237	\$4,368,962.02
DEPTO B1 402	\$2,683,593.00	11/12/2014	1.198580316	\$3,216,501.75
DEPTO B1 501	\$4,111,079.00	17/07/2015	1.197868154	\$4,924,530.61
DEPTO B1 503	\$2,670,506.10	25/09/2015	1.19088455	\$3,180,264.45
DEPTO B2 501	\$4,340,000.00	26/02/2018	1.053761744	\$4,573,325.97

Número Depto.	Valor de operación / Valor de mercado	Fecha de operación TD	Factor INPC / Fact. Comercialización.	Valor actualizado. octubre 2019
DEPTO B2 503	\$3,100,000.00	08/02/2018	1.053761744	\$3,266,661.41
DEPTO B1 601	\$4,514,000.00	06/09/2018	1.035534152	\$4,674,401.16
DEPTO B2 601	\$4,231,112.00	19/09/2017	1.087513554	\$4,601,391.65
DEPTO B1 701	\$4,191,879.00	06/10/2015	1.184788626	\$4,966,490.56
DEPTO B1 703	\$2,972,305.00	27/10/2017	1.08071221	\$3,212,206.31
DEPTO B2 701	\$4,361,000.00	11/09/2018	1.035534152	\$4,515,964.44
DEPTO B1 801	\$4,446,868.00	14/03/2017	1.103254371	\$4,906,026.56
DEPTO B2 802	\$2,827,593.00	19/11/2014	1.204454237	\$3,405,706.37
DEPTO B1 901	\$4,272,679.00	16/03/2016	1.162306738	\$4,966,163.59
DEPTO B2 902	\$3,357,424.00	17/04/2019	1.009388492	\$3,388,945.15
DEPTO B1 1001	\$4,395,812.00	05/03/2018	1.050364201	\$4,617,203.56
DEPTO B1 1002	\$3,334,533.90	14/03/2018	1.050364201	\$3,502,475.04
DEPTO B1 1004	\$2,145,690.00	19/01/2015	1.199665669	\$2,574,110.63
DEPTO B1 1103	\$2,883,801.38	06/10/2017	1.08071221	\$3,116,559.36
DEPTO B2 1103	\$3,038,000.00	23/02/2018	1.053761744	\$3,201,328.18
DEPTO B2 1201	\$4,385,828.90	29/06/2018	1.051587013	\$4,612,080.71
DEPTO B1 1401	\$4,434,279.00	01/04/2016	1.165999173	\$5,170,365.65
DEPTO B2 1401	\$4,782,000.00	28/02/2018	1.053761744	\$5,039,088.66
DEPTO B1 1503	\$3,267,832.00	13/06/2018	1.051587013	\$3,436,409.69
DEPTO B2 1502	\$3,415,588.00	24/11/2017	1.069684363	\$3,653,601.08
DEPTO B2 1601	\$4,506,806.65	03/10/2017	1.08071221	\$4,870,560.98
DEPTO B2 1604	\$2,862,668.00	18/07/2019	1.007869839	\$2,885,196.74
DEPTO B2 1703	\$3,219,300.00	09/12/2017	1.063396095	\$3,423,391.05
DEPTO B1 1802	\$3,835,000.00	05/11/2018	1.021504746	\$3,917,470.70
DEPTO B1 1803	\$3,301,650.00	14/02/2018	1.053761744	\$3,479,152.46
DEPTO B1 1804	\$2,725,000.00	12/06/2019	1.011655486	\$2,756,761.20
DEPTO B2 1803	\$3,268,300.00	06/06/2018	1.051587013	\$ 3,436,901.83
DEPTO B2 1804	\$2,524,100.00	17/03/2015	1.192538457	\$ 3,010,086.32
DEPTO B2 1904	\$2,899,102.05	14/02/2018	1.053761744	\$ 3,054,962.83
DEPTO B2 2002	\$3,895,000.00	16/11/2018	1.021504746	\$ 3,978,760.98
DEPTO B2 2004	\$2,589,741.00	22/10/2015	1.184788626	\$ 3,068,295.68
DEPTO B1 2102	\$3,856,300.00	15/04/2019	1.009388492	\$ 3,892,504.84
DEPTO B1 2104	\$2,325,690.00	09/01/2015	1.199665669	\$ 2,790,050.45
DEPTO B2 2102	\$4,277,802.61		0.975	\$ 4,170,857.54



DEPTO B1 2203	\$2,905,614.00	13/11/2015	1.178355399	\$ 3,423,845.94
DEPTO B1 2204	\$2,675,000.00	17/08/2018	1.039913625	\$ 2,781,768.95
DEPTO B2 2201	\$5,724,536.55		0.975	\$ 5,581,423.14
DEPTO B2 2202	\$3,800,000.00	29/06/2018	1.051587013	\$ 3,996,030.65
Número Depto.	Valor de operación / Valor de mercado	Fecha de operación TD	Factor INPC / Fact. Comercialización.	Valor actualizado. octubre 2019
DEPTO B2 2203	\$3,260,745.00	28/08/2017	1.090916478	\$3,557,200.45
DEPTO B1 2301	\$4,838,400.00	01/08/2017	1.090916478	\$5,278,290.29
DEPTO B1 2303	\$6,085,800.00	22/12/2017	1.063396095	\$6,471,615.95
DEPTO B2 2301	\$5,789,106.41		0.975	\$5,644,378.75
DEPTO B2 2302	\$4,070,000.00	09/11/2018	1.021504746	\$4,157,524.32
DEPTO B1 2401	\$5,440,000.00	29/06/2018	1.051587013	\$5,720,633.35
DEPTO B1 2402	\$4,380,611.50		0.975	\$4,271,096.21
DEPTO B1 2403	\$6,753,054.33		0.975	\$6,584,227.97
DEPTO B2 2401	\$5,853,699.75		0.975	\$5,707,357.26
DEPTO B2 2402	\$4,427,492.03		0.975	\$4,316,804.73
DEPTO B2 2403	\$6,753,054.33		0.975	\$6,584,227.97
DEPTO B1 2501	\$5,902,106.74		0.975	\$5,754,554.07
DEPTO B1 2502	\$4,120,000.00	09/10/2018	1.030195189	\$4,244,404.18
DEPTO B1 2503	\$6,828,378.09		0.975	\$6,657,668.64
DEPTO B2 2501	\$5,902,106.74		0.975	\$5,754,554.07
DEPTO B2 2503	\$6,828,378.09		0.975	\$6,657,668.64
DEPTO B1 2601	\$5,977,312.00		0.975	\$5,827,879.20
DEPTO B1 2603	\$6,903,701.85		0.975	\$6,731,109.30
DEPTO B2 2601	\$5,972,312.00		0.975	\$5,823,004.20
DEPTO B2 2603	\$6,903,701.85		0.975	\$6,731,109.30
DEPTO B2 2702	\$6,502,750.00	08/03/2018	1.050364201	\$6,830,255.81

De la base de datos de valores de operaciones traslativas de dominio y valores de mercado de la Unidad Condominal "TJ Torre B", mostrada en la Tabla 2, se identificaron las propiedades físicas de cada uno de los departamentos. Esta información se analizó en los temas de superficies de construcciones privativas y comunes, indivisos y amenidades propias del condominio, registrados en el Sistema de Información Municipal de la Dirección de Catastro.

La Unidad Condominal TJ, distingue dos tipos diferentes de construcción: el tipo T1, con un valor unitario de construcción para la fecha de alta del condominio de \$9 130.00/m²; y el tipo T2 correspondiente al área de balcones y terrazas, con valor de \$6 340.00/m²; ambas son superficies inherentes a la unidad privativa.

En virtud de que el análisis consiste en la estimación del cambio de valor según el nivel de departamento, es necesario dividir el

valor de operación o valor comercial entre los metros cuadrados privativos de construcción, para lo cual fue necesario racionalizar estos dos tipos de construcción, para así contemplar los diferentes elementos constructivos del departamento según su superficie y valor en relación a su valor de operación o valor comercial.

Para encontrar dicha razón —conocer la proporcionalidad que guarda el valor unitario de construcción del Tipo T1 con respecto al tipo T2— se procedió a dividir 6 340.00 entre 9 130.00, y se obtuvo como resultado 0.6944; es decir, el tipo T2 representa un 69.4414 % del valor del tipo T1.

Este porcentaje se multiplicó por la superficie de construcción del tipo T2 de cada una de las unidades privativas y dicho producto se sumó con el tipo T1 de cada unidad privativa, tal como se muestra en la siguiente tabla, donde se contrasta la superficie total de construcción privativa antes y después de la equivalencia de tipos constructivos.

Tabla 2. Equivalencia de superficies privativas y comunes de construcción y terreno.

Número Depto.	Nivel	Indiviso	Superficie Común		Superficie Privativa				Superficie Equivalente		
			Terreno	Const.	Terreno	Const. T1	Const. T2	Total Const.	Const. T1	Const. T1	Total Const.
DEPTO B1 101	1	1.255022	83.6	170.07	0	164.09	17.43	181.52	164.09	12.10	176.19
DEPTO B1 103	1	0.801405	53.38	108.6	0	109.26	4.68	113.94	109.26	3.25	112.51
DEPTO B2 102	1	0.942803	61.33	129.18	0	114.34	13.78	128.12	114.34	9.57	123.91
DEPTO B1 203	2	0.783153	52.17	106.13	0	109.26	0.99	110.25	109.26	0.69	109.95
DEPTO B1 204	2	0.640998	42.7	86.87	0	88.90	1.57	90.47	88.90	1.09	89.99
DEPTO B2 202	2	0.942803	61.33	129.18	0	114.34	13.78	128.12	114.34	9.57	123.91
DEPTO B2 204	2	0.694668	45.19	95.18	0	88.27	4.36	92.63	88.27	3.03	91.30
DEPTO B2 302	3	0.942803	61.33	129.18	0	114.34	13.78	128.12	114.34	9.57	123.91
DEPTO B1 401	4	1.199613	79.91	162.56	0	161.79	9.54	171.33	161.79	6.62	168.41
DEPTO B1 402	4	0.881674	58.73	119.48	0	114.21	13.78	127.99	114.21	9.57	123.78
DEPTO B1 501	5	1.199613	79.91	162.56	0	161.79	9.54	171.33	161.79	6.62	168.41
DEPTO B1 503	5	0.783153	52.17	106.13	0	109.26	0.99	110.25	109.26	0.69	109.95
DEPTO B2 501	5	1.282686	83.45	175.75	0	161.94	9.56	171.50	161.94	6.64	168.58
DEPTO B2 503	5	0.836625	54.43	114.64	0	109.26	1.00	110.26	109.26	0.69	109.95
DEPTO B1 601	6	1.199613	79.91	162.56	0	161.79	9.54	171.33	161.79	6.62	168.41
DEPTO B2 601	6	1.281384	83.36	175.57	0	161.38	10.12	171.50	161.38	7.03	168.41
DEPTO B1 701	7	1.195949	79.66	162.07	0	161.22	9.62	170.84	161.22	6.68	167.90
DEPTO B1 703	7	0.790151	52.63	107.07	0	110.93	0.00	110.93	110.93	0.00	110.93
DEPTO B2 701	7	1.278848	83.2	175.24	0	161.38	9.64	171.02	161.38	6.69	168.07
DEPTO B1 801	8	1.195921	79.66	162.06	0	161.23	9.60	170.83	161.23	6.67	167.90
DEPTO B2 802	8	0.942803	61.33	129.18	0	114.34	13.78	128.12	114.34	9.57	123.91
DEPTO B1 901	9	1.195949	79.66	162.07	0	161.22	9.62	170.84	161.22	6.68	167.90
DEPTO B2 902	9	0.942803	61.33	129.18	0	114.34	13.78	128.12	114.34	9.57	123.91
DEPTO B1 1001	10	1.199613	79.91	162.56	0	161.79	9.54	171.33	161.79	6.62	168.41
DEPTO B1 1002	10	0.884162	58.89	119.82	0	115.33	12.67	128.00	115.33	8.80	124.13
DEPTO B1 1004	10	0.653352	43.52	88.54	0	89.69	2.93	92.62	89.69	2.03	91.72



DEPTO B1 1103	11	0.790151	52.63	107.07	0	110.93	0.00	110.93	110.93	0.00	110.93
DEPTO B2 1103	11	0.843971	54.91	115.64	0	110.92	0.00	110.92	110.92	0.00	110.92
DEPTO B2 1201	12	1.289475	83.89	176.67	0	164.86	6.64	171.50	164.86	4.61	169.47
DEPTO B1 1401	14	1.198394	79.82	162.4	0	161.23	10.10	171.33	161.23	7.01	168.24
DEPTO B2 1401	14	1.28146	83.37	175.58	0	161.39	10.12	171.51	161.39	7.03	168.42
DEPTO B1 1503	15	0.783224	52.17	106.14	0	109.27	0.99	110.26	109.27	0.69	109.96
DEPTO B2 1502	15	0.942961	61.34	129.2	0	114.34	13.81	128.15	114.34	9.59	123.93
Número Depto.	Nivel	Indiviso	Superficie Común		Superficie Privativa				Superficie Equivalente		
			Terreno	Const.	Terreno	Const. T1	Const. T2	Total Const.	Const. T1	Const. T1	Total Const.
DEPTO B2 1601	16	1.278848	83.2	175.24	0	161.38	9.64	171.02	161.38	6.69	168.07
DEPTO B2 1604	16	0.697894	45.4	95.64	0	89.68	2.94	92.62	89.68	2.04	91.72
DEPTO B2 1703	17	0.836648	54.43	114.64	0	109.27	0.99	110.26	109.27	0.69	109.96
DEPTO B1 1802	18	0.884162	58.89	119.82	0	115.33	12.67	128.00	115.33	8.80	124.13
DEPTO B1 1803	18	0.788584	52.53	106.86	0	110.71	0.00	110.71	110.71	0.00	110.71
DEPTO B1 1804	18	0.6447	42.94	87.37	0	90.51	0.00	90.51	90.51	0.00	90.51
DEPTO B2 1803	18	0.842374	54.8	115.41	0	110.71	0.00	110.71	110.71	0.00	110.71
DEPTO B2 1804	18	0.697894	45.4	95.64	0	89.68	2.94	92.62	89.68	2.04	91.72
DEPTO B2 1904	19	0.697894	45.4	95.64	0	89.68	2.94	92.62	89.68	2.04	91.72
DEPTO B2 2002	20	0.935644	60.87	128.2	0	114.17	12.67	126.84	114.17	8.80	122.97
DEPTO B2 2004	20	0.697894	45.4	95.64	0	89.68	2.94	92.62	89.68	2.04	91.72
DEPTO B1 2102	21	0.875258	58.3	118.61	0	114.08	12.67	126.75	114.08	8.80	122.88
DEPTO B1 2104	21	0.653352	43.52	88.54	0	89.69	2.93	92.62	89.69	2.03	91.72
DEPTO B2 2102	21	0.942803	61.33	129.18	0	114.34	13.78	128.12	114.34	9.57	123.91
DEPTO B1 2203	22	0.789724	52.6	107.02	0	110.87	0.00	110.87	110.87	0.00	110.87
DEPTO B1 2204	22	0.653451	43.53	88.54	0	89.69	2.95	92.64	89.69	2.05	91.74
DEPTO B2 2201	22	1.282686	83.45	175.75	0	161.94	9.56	171.50	161.94	6.64	168.58
DEPTO B2 2202	22	0.942803	61.33	129.18	0	114.34	13.78	128.12	114.34	9.57	123.91
DEPTO B2 2203	22	0.843667	54.89	115.6	0	110.88	0.00	110.88	110.88	0.00	110.88
DEPTO B1 2301	23	1.205969	80.33	163.43	0	164.71	6.62	171.33	164.71	4.60	169.31
DEPTO B1 2303	23	1.413661	94.16	191.57	0	194.00	6.43	200.43	194.00	4.47	198.47
DEPTO B2 2301	23	1.282686	83.45	175.75	0	161.94	9.56	171.50	161.94	6.64	168.58
DEPTO B2 2302	23	0.94546	61.51	129.55	0	115.46	12.67	128.13	115.46	8.80	124.26
DEPTO B1 2401	24	1.205969	80.33	163.43	0	164.71	6.62	171.33	164.71	4.60	169.31
DEPTO B1 2402	24	0.875258	58.3	118.61	0	114.08	12.67	126.75	114.08	8.80	122.88
DEPTO B1 2403	24	1.413661	94.16	191.57	0	194.00	6.43	200.43	194.00	4.47	198.47
DEPTO B2 2401	24	1.281483	83.37	175.59	0	161.40	10.11	171.51	161.40	7.02	168.42
DEPTO B2 2402	24	0.942803	61.33	129.18	0	114.34	13.78	128.12	114.34	9.57	123.91
DEPTO B2 2403	24	1.509876	98.23	206.87	0	194.00	6.39	200.39	194.00	4.44	198.44
DEPTO B1 2501	25	1.205969	80.33	163.43	0	164.71	6.62	171.33	164.71	4.60	169.31
DEPTO B1 2502	25	0.875258	58.3	118.61	0	114.08	12.67	126.75	114.08	8.80	122.88
DEPTO B1 2503	25	1.413661	94.16	191.57	0	194.00	6.43	200.43	194.00	4.47	198.47
DEPTO B2 2501	25	1.278848	83.2	175.24	0	161.38	9.64	171.02	161.38	6.69	168.07
DEPTO B2 2503	25	1.509823	98.22	206.87	0	194.00	6.38	200.38	194.00	4.43	198.43
DEPTO B1 2601	26	1.199399	79.89	162.53	0	161.76	9.54	171.30	161.76	6.62	168.38
DEPTO B1 2603	26	1.413661	94.16	191.57	0	194.00	6.43	200.43	194.00	4.47	198.47
DEPTO B2 2601	26	1.278848	83.2	175.24	0	161.38	9.64	171.02	161.38	6.69	168.07

Número Depto.	Nivel	Indiviso	Superficie Común		Superficie Privativa			Superficie Equivalente			
			Terreno	Const.	Terreno	Const. T1	Const. T2	Total Const.	Const. T1	Const. T1	Total Const.
DEPTO B2 2603	26	1.509823	98.22	206.87	0	194.00	6.38	200.38	194.00	4.43	198.43
DEPTO B2 2702	27	1.603922	104.34	219.76	0	209.61	1.71	211.32	209.61	1.19	210.80

Una vez obtenida la actualización de los valores de operación y de precios de venta en el mercado, así como la estimación de la equivalencia de superficies privativas de construcción manifestadas en la Tabla 1 y Tabla 2 respectivamente, se procedió a dividir el

valor actualizado entre la superficie en metros cuadrados de construcción privativa equivalente según corresponde al departamento, para estimar un "Valor Unitario Comercial", como se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3. Valor Unitario Comercial.

Número Depto.	Nivel	Indiviso	Superficie Equivalente			Valor actualizado octubre 2019	VUC Superficie Privativa
			Const. T1	Const. T2	Total		
DEPTO B1 101	1	1.255022	164.09	12.10	176.19	\$4,729,632.64	\$26,843.38
DEPTO B1 103	1	0.801405	109.26	3.25	112.51	\$2,837,945.90	\$25,223.98
DEPTO B2 102	1	0.942803	114.34	9.57	123.91	\$3,469,964.64	\$28,004.13
DEPTO B1 203	2	0.783153	109.26	0.69	109.95	\$2,789,921.41	\$25,375.04
DEPTO B1 204	2	0.640998	88.90	1.09	89.99	\$2,382,934.53	\$26,479.92
DEPTO B2 202	2	0.942803	114.34	9.57	123.91	\$3,406,589.69	\$27,492.67
DEPTO B2 204	2	0.694668	88.27	3.03	91.30	\$2,194,312.84	\$24,034.71
DEPTO B2 302	3	0.942803	114.34	9.57	123.91	\$3,248,766.08	\$26,218.96
DEPTO B1 401	4	1.199613	161.79	6.62	168.41	\$4,368,962.02	\$25,941.69
DEPTO B1 402	4	0.881674	114.21	9.57	123.78	\$3,216,501.75	\$25,985.84
DEPTO B1 501	5	1.199613	161.79	6.62	168.41	\$4,924,530.61	\$29,240.50
DEPTO B1 503	5	0.783153	109.26	0.69	109.95	\$3,180,264.45	\$28,925.31
DEPTO B2 501	5	1.282686	161.94	6.64	168.58	\$4,573,325.97	\$27,128.75
DEPTO B2 503	5	0.836625	109.26	0.69	109.95	\$3,266,661.41	\$29,709.23
DEPTO B1 601	6	1.199613	161.79	6.62	168.41	\$4,674,401.16	\$27,755.30
DEPTO B2 601	6	1.281384	161.38	7.03	168.41	\$4,601,391.65	\$27,322.97
DEPTO B1 701	7	1.195949	161.22	6.68	167.90	\$4,966,490.56	\$29,580.00
DEPTO B1 703	7	0.790151	110.93	0.00	110.93	\$3,212,206.31	\$28,957.06
DEPTO B2 701	7	1.278848	161.38	6.69	168.07	\$4,515,964.44	\$26,868.88
DEPTO B1 801	8	1.195921	161.23	6.67	167.90	\$4,906,026.56	\$29,220.56
DEPTO B2 802	8	0.942803	114.34	9.57	123.91	\$3,405,706.37	\$27,485.54
DEPTO B1 901	9	1.195949	161.22	6.68	167.90	\$4,966,163.59	\$29,578.06
Número Depto.	Nivel	Indiviso	Superficie Equivalente			Valor actualizado octubre 2019	VUC Superficie Privativa
			Const. T1	Const. T2	Total		
DEPTO B2 902	9	0.942803	114.34	9.57	123.91	\$3,388,945.15	\$27,350.27
DEPTO B1 1001	10	1.199613	161.79	6.62	168.41	\$4,617,203.56	\$27,415.68
DEPTO B1 1002	10	0.884162	115.33	8.80	124.13	\$3,502,475.04	\$28,216.59
DEPTO B1 1004	10	0.653352	89.69	2.03	91.72	\$2,574,110.63	\$28,063.46
DEPTO B1 1103	11	0.790151	110.93	0.00	110.93	\$3,116,559.36	\$28,094.83



DEPTO B2 1103	11	0.843971	110.92	0.00	110.92	\$3,201,328.18	\$28,861.60
DEPTO B2 1201	12	1.289475	164.86	4.61	169.47	\$4,612,080.71	\$27,214.59
DEPTO B1 1401	14	1.198394	161.23	7.01	168.24	\$5,170,365.65	\$30,731.43
DEPTO B2 1401	14	1.28146	161.39	7.03	168.42	\$5,039,088.66	\$29,920.23
DEPTO B1 1503	15	0.783224	109.27	0.69	109.96	\$3,436,409.69	\$31,252.17
DEPTO B2 1502	15	0.942961	114.34	9.59	123.93	\$3,653,601.08	\$29,481.20
DEPTO B2 1601	16	1.278848	161.38	6.69	168.07	\$4,870,560.98	\$28,978.64
DEPTO B2 1604	16	0.697894	89.68	2.04	91.72	\$2,885,196.74	\$31,456.03
DEPTO B2 1703	17	0.836648	109.27	0.69	109.96	\$3,423,391.05	\$31,133.77
DEPTO B1 1802	18	0.884162	115.33	8.80	124.13	\$3,917,470.70	\$31,559.87
DEPTO B1 1803	18	0.788584	110.71	0.00	110.71	\$3,479,152.46	\$31,425.82
DEPTO B1 1804	18	0.6447	90.51	0.00	90.51	\$2,756,761.20	\$30,458.08
DEPTO B2 1803	18	0.842374	110.71	0.00	110.71	\$3,436,901.83	\$31,044.19
DEPTO B2 1804	18	0.697894	89.68	2.04	91.72	\$3,010,086.32	\$32,817.65
DEPTO B2 1904	19	0.697894	89.68	2.04	91.72	\$3,054,962.83	\$33,306.92
DEPTO B2 2002	20	0.935644	114.17	8.80	122.97	\$3,978,760.98	\$32,356.01
DEPTO B2 2004	20	0.697894	89.68	2.04	91.72	\$3,068,295.68	\$33,452.28
DEPTO B1 2102	21	0.875258	114.08	8.80	122.88	\$3,892,504.84	\$31,677.74
DEPTO B1 2104	21	0.653352	89.69	2.03	91.72	\$2,790,050.45	\$30,417.68
DEPTO B2 2102	21	0.942803	114.34	9.57	123.91	\$4,170,857.54	\$33,660.64
DEPTO B1 2203	22	0.789724	110.87	0.00	110.87	\$3,423,845.94	\$30,881.63
DEPTO B1 2204	22	0.653451	89.69	2.05	91.74	\$2,781,768.95	\$30,322.80
DEPTO B2 2201	22	1.282686	161.94	6.64	168.58	\$5,581,423.14	\$33,108.73
DEPTO B2 2202	22	0.942803	114.34	9.57	123.91	\$3,996,030.65	\$32,249.71
DEPTO B2 2203	22	0.843667	110.88	0.00	110.88	\$3,557,200.45	\$32,081.53
DEPTO B1 2301	23	1.205969	164.71	4.60	169.31	\$5,278,290.29	\$31,175.85
DEPTO B1 2303	23	1.413661	194.00	4.47	198.47	\$6,471,615.95	\$32,608.34
DEPTO B2 2301	23	1.282686	161.94	6.64	168.58	\$5,644,378.75	\$33,482.18
DEPTO B2 2302	23	0.94546	115.46	8.80	124.26	\$4,157,524.32	\$33,458.75
DEPTO B1 2401	24	1.205969	164.71	4.60	169.31	\$5,720,633.35	\$33,788.52
DEPTO B1 2402	24	0.875258	114.08	8.80	122.88	\$4,271,096.21	\$34,758.77
Número Depto.	Nivel	Indiviso	Superficie Equivalente			Valor actualizado octubre 2019	VUC Superficie Privativa
			Const. T1	Const. T2	Total		
DEPTO B1 2403	24	1.413661	194.00	4.47	198.47	\$6,584,227.97	\$33,175.75
DEPTO B2 2401	24	1.281483	161.40	7.02	168.42	\$5,707,357.26	\$33,887.54
DEPTO B2 2402	24	0.942803	114.34	9.57	123.91	\$4,316,804.73	\$34,838.50
DEPTO B2 2403	24	1.509876	194.00	4.44	198.44	\$6,584,227.97	\$33,180.39
DEPTO B1 2501	25	1.205969	164.71	4.60	169.31	\$5,754,554.07	\$33,988.87
DEPTO B1 2502	25	0.875258	114.08	8.80	122.88	\$4,244,404.18	\$34,541.55
DEPTO B1 2503	25	1.413661	194.00	4.47	198.47	\$6,657,668.64	\$33,545.79
DEPTO B2 2501	25	1.278848	161.38	6.69	168.07	\$5,754,554.07	\$34,238.19
DEPTO B2 2503	25	1.509823	194.00	4.43	198.43	\$6,657,668.64	\$33,551.66

DEPTO B1 2601	26	1.199399	161.76	6.62	168.38	\$5,827,879.20	\$34,610.50
DEPTO B1 2603	26	1.413661	194.00	4.47	198.47	\$6,731,109.30	\$33,915.84
DEPTO B2 2601	26	1.278848	161.38	6.69	168.07	\$5,823,004.20	\$34,645.45
DEPTO B2 2603	26	1.509823	194.00	4.43	198.43	\$6,731,109.30	\$33,921.77
DEPTO B2 2702	27	1.603922	209.61	1.19	210.80	\$6,830,255.81	\$32,401.99

Regresión lineal para la determinación de la correlación.

Con la tabla anterior es posible analizar la correlación que existe entre el valor comercial unitario y el número de nivel de los departamentos a través de la regresión lineal,

en la que se estudia la gráfica de dispersión de puntos, tendencia, pendiente y sentido de la recta, y de donde se obtiene la siguiente gráfica:

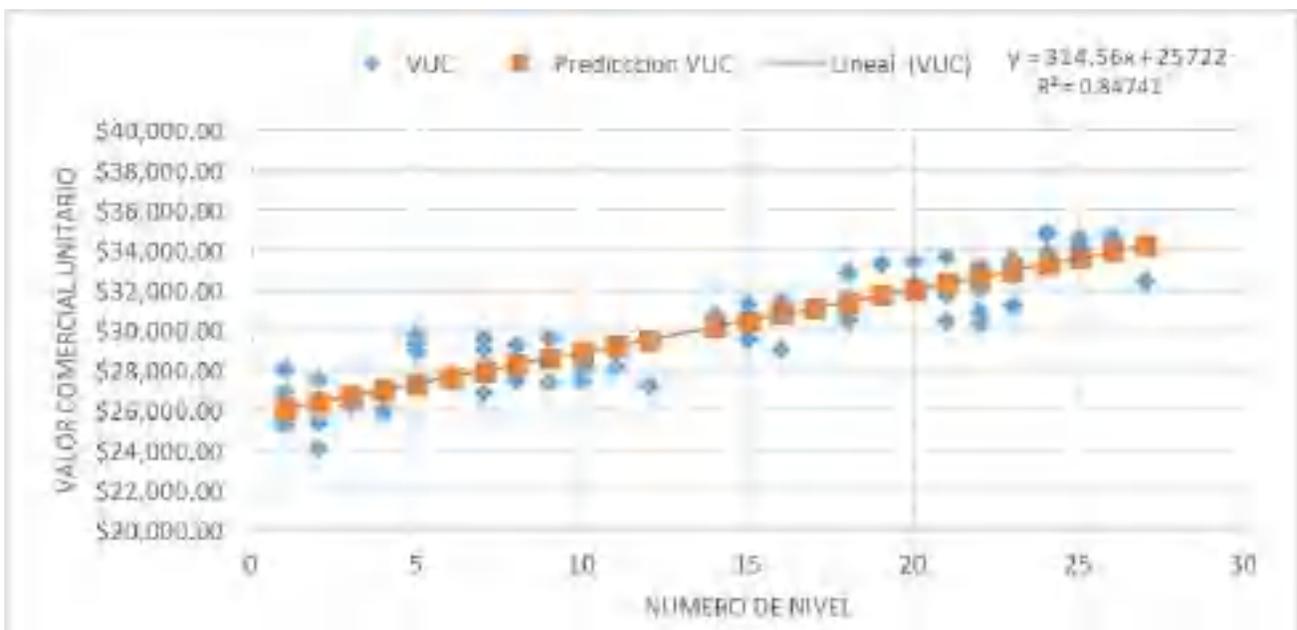


Figura 3. Gráfica de regresión lineal.

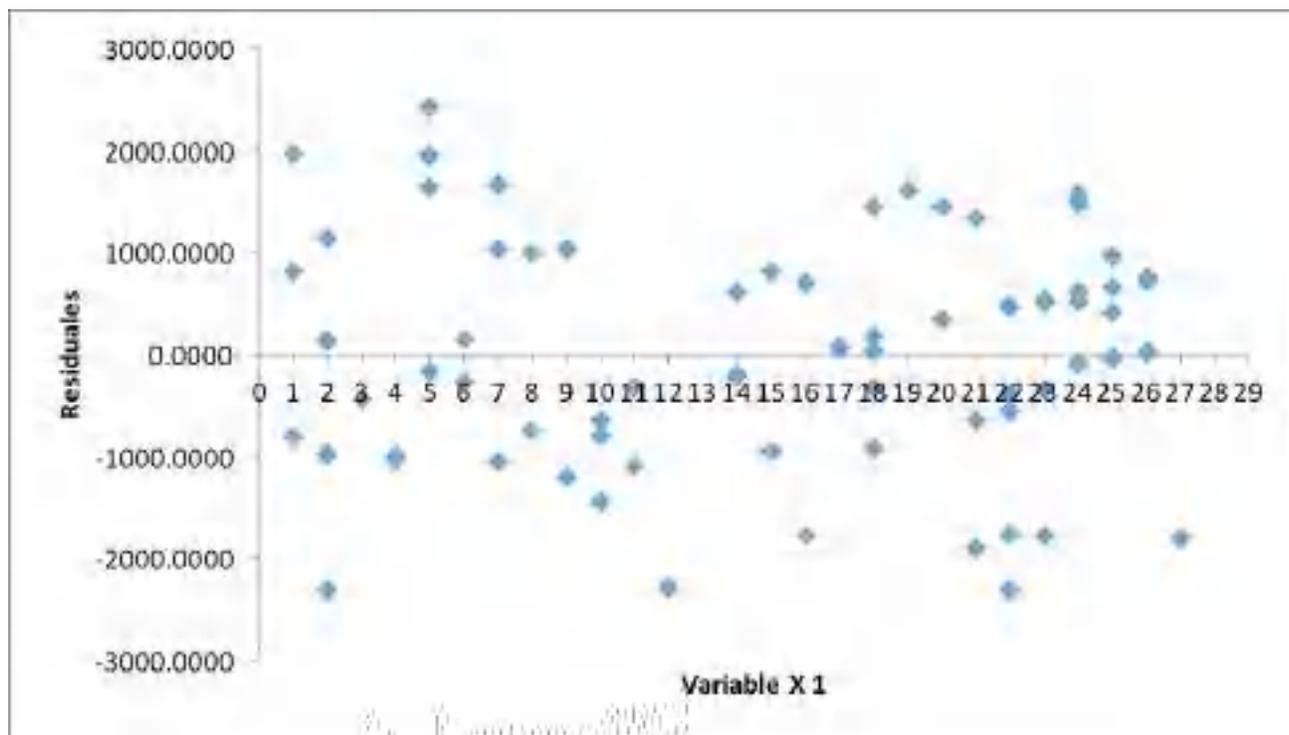


Figura 4. Gráfica de residuales.

Como se observa en la Figura 4, se identificaron los datos atípicos; es decir, los datos históricos que están más alejados de la recta lineal generada por la ecuación de pronóstico, de los cuales se eliminaron 12 elementos

de la muestra de 72 elementos, identificados en la siguiente tabla:

Tabla 4. Datos atípicos.

Núm. Depto.	Nivel	Indiviso	Sup. Privativa			Superficie Equivalente			Fecha de operación TD	VUC Superficie Privativa	
			Terreno	Const. T1	Const. T2	Total Const.	Const. T1	Const. T2			Total
DEPTO B2 102	1	0.942803	0	114.34	13.78	128.12	114.34	9.57	123.91	17/08/2017	\$28,004.13
DEPTO B2 204	2	0.694668	0	88.27	4.36	92.63	88.27	3.03	91.30	05/03/2018	\$24,034.71
DEPTO B1 501	5	1.199613	0	161.79	9.54	171.33	161.79	6.62	168.41	17/07/2015	\$29,240.50
DEPTO B2 503	5	0.836625	0	109.26	1.00	110.26	109.26	0.69	109.95	08/02/2018	\$29,709.23
DEPTO B2 1201	12	1.289475	0	164.86	6.64	171.5	164.86	4.61	169.47	29/06/2018	\$27,214.59
DEPTO B2 1601	16	1.278848	0	161.38	9.64	171.02	161.38	6.69	168.07	03/10/2017	\$28,978.64
DEPTO B1 2104	21	0.653352	0	89.69	2.93	92.62	89.69	2.03	91.72	09/01/2015	\$30,417.68
DEPTO B1 2203	22	0.789724	0	110.87	0.00	110.87	110.87	0.00	110.87	13/11/2015	\$30,881.63
DEPTO B1 2204	22	0.653451	0	89.69	2.95	92.64	89.69	2.05	91.74	17/08/2018	\$30,322.80
DEPTO B1 2301	23	1.205969	0	164.71	6.62	171.33	164.71	4.60	169.31	01/08/2017	\$31,175.85
DEPTO B2 2702	27	1.603922	0	209.61	1.71	211.32	209.61	1.19	210.80	08/03/2018	\$32,401.99

La tabla anterior muestra las características físicas en cuestión del nivel del departamento, porcentaje de indiviso, superficie privativa, superficie equivalente, fecha de operación y valor unitario comercial, y permite observar que tienen condiciones similares a los demás departamentos de nuestra muestra, por lo que se considera la eliminación de estos elementos de la Tabla 3.

Con la depuración de los atípicos encontrados, se dio pie a la generación de una nueva tabla de valores unitarios comerciales subsecuente a la Tabla 3, de donde se generaron los siguientes resultados:

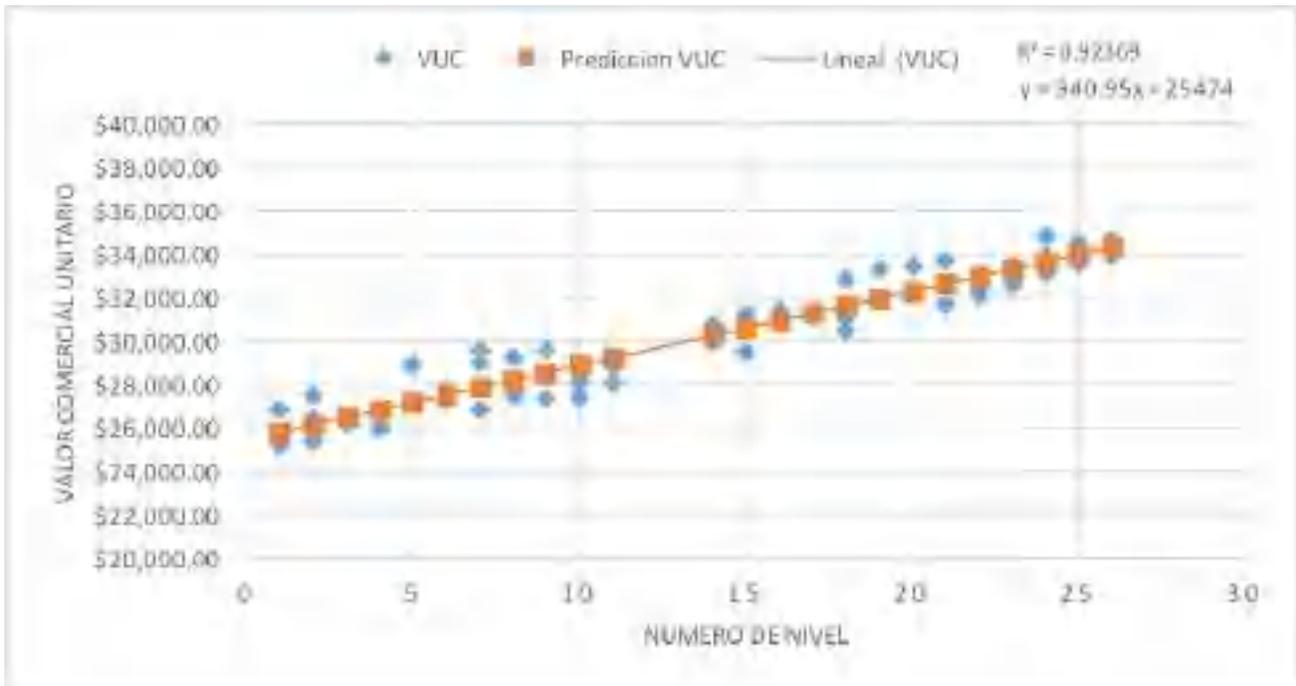


Figura 5. Gráfica de regresión lineal.

De la gráfica anterior se observa una dispersión de puntos consistente en un sentido positivo: a mayor nivel, mayor el valor comercial unitario. Con la realización del presente análisis se obtiene la ecuación y la recta generada para la obtención de los valores predictivos del condominio.

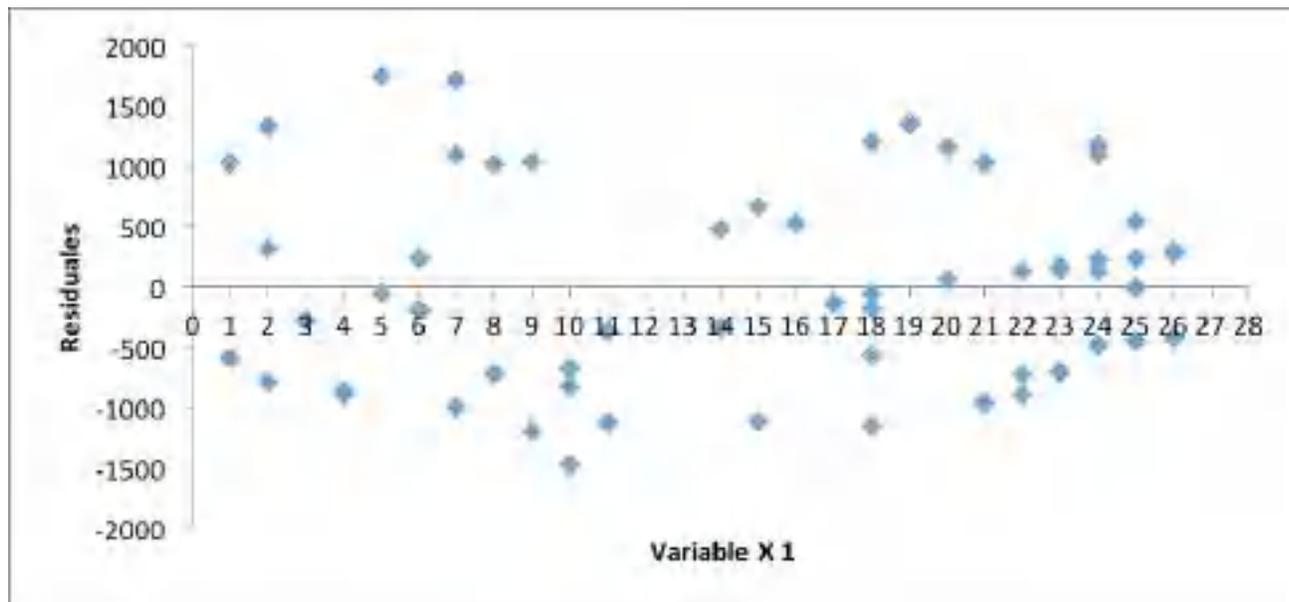


Figura 6. Gráfica de residuales.

En la Figura 6 se observa una variación máxima de 1746.95 positivo y 1467.40 negativo como puntos máximos, se entiende que el residuo es el valor real menos el valor esperado. Este valor esperado es el generado por la recta en la regresión lineal; asimismo, se muestra una dispersión de los puntos tanto positivos como negativos en una proporción similar y espaciados uniformemente con respecto a la recta, por lo que este modelo lineal nos indica gráficamente que es adecuado para estos datos.

DISCUSIÓN Y RESULTADOS

Se analiza la correlación que existe entre el valor comercial unitario y el número de nivel de las unidades habitacionales a través de la regresión lineal, en la que se estudia la dispersión de puntos, tendencia, pendiente y sentido de la recta, así como la ecuación generada, que permite el estimar el valor comercial de las unidades privativas con respecto al número de nivel (piso) como variable independiente.

Tabla 5. Estadístico de Regresión Lineal.

Estadística de la Regresión	
Coefficiente de correlación =	0.96108
Coefficiente de determinación =	0.92368
R ² ajustado =	0.92239
Error típico =	817.552
Observaciones =	61

Análisis de la Varianza					
	Grados de libertad	Suma de Cuadrados	Promedio de los Cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	1	477,338,332.6	477,338,332.6	714.158	1.16826E-34
Residuos	59	39,435,174.3	668,392.784		
Total	60	516,773,506.9			
	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	
Intercepción	25,473.619	222.362	114.558	5.195E-71	
Variable X 1	340.946	12.758	26.723	1.1683E-34	

Del resumen estadístico de la regresión lineal se pueden destacar los siguientes puntos:

- El Coeficiente de Correlación (Multiple R) de 0.96108 muestra una asociación lineal positiva y fuerte entre ambas variables.
- El Coeficiente de determinación (R Square) indica que el 92.368 % de variabilidad total es explicada por el modelo planteado.
- En la tabla de Análisis de Varianza (ANOVA), en virtud de que el "Valor Crítico de F" o "Significance F" presenta un valor menor del 0.05, que es el valor de significancia establecido para el presente estudio, el modelo tiene significancia estadística.

De dicha tabla obtenemos la siguiente ecuación con los datos del Intercepto y la Variable X:

$$y = 340.95x + 25474 \quad (1)$$

Después de llevar a cabo el análisis de la información de la base de datos se observa una tendencia en el aumento del valor unitario conforme aumenta el nivel de piso del departamento, tanto en la obtención de las características físicas de las unidades privadas, como la estimación de los valores co

merciales por operaciones traslativas de dominio y valores de mercado; con un Coeficiente de determinación (R Square) de 0.92368.

En la siguiente tabla se encuentran el nivel de piso, el valor estimado mediante la Ec. (1), la diferencia monetaria de valor que existe de un piso a otro consecutivo, y el porcentaje de diferencia. Con la obtención de los porcentajes de diferencia, calculados hasta el nivel de piso 28, se encuentra que el promedio de incremento porcentual por nivel es de 1.1360 %.



Tabla 6. Incremento porcentual con valor estimado mediante ecuación lineal.

Nivel de Piso	Valor Predicción	Diferencia de Valor	Diferencia Porcentual
1	\$25,814.95		
2	\$26,155.90	\$340.95	1.321 %
3	\$26,496.85	\$340.95	1.304 %
4	\$26,837.80	\$340.95	1.287 %
5	\$27,178.75	\$340.95	1.270 %
6	\$27,519.70	\$340.95	1.254 %
7	\$27,860.65	\$340.95	1.239 %
8	\$28,201.60	\$340.95	1.224 %
9	\$28,542.55	\$340.95	1.209 %
10	\$28,883.50	\$340.95	1.195 %
11	\$29,224.45	\$340.95	1.180 %
12	\$29,565.40	\$340.95	1.167 %
13	\$29,906.35	\$340.95	1.153 %
14	\$30,247.30	\$340.95	1.140 %
15	\$30,588.25	\$340.95	1.127 %
16	\$30,929.20	\$340.95	1.115 %
17	\$31,270.15	\$340.95	1.102 %
18	\$31,611.10	\$340.95	1.090 %
19	\$31,952.05	\$340.95	1.079 %
20	\$32,293.00	\$340.95	1.067 %
21	\$32,633.95	\$340.95	1.056 %
22	\$32,974.90	\$340.95	1.045 %
23	\$33,315.85	\$340.95	1.034 %
24	\$33,656.80	\$340.95	1.023 %
25	\$33,997.75	\$340.95	1.013 %
26	\$34,338.70	\$340.95	1.003 %
27	\$34,679.65	\$340.95	0.993 %
28	\$35,020.60	\$40.95	0.983 %
		Promedio %	1.136019 %

En comparación con el porcentaje de incremento mostrado en la Tabla 5, a través de los valores estimados mediante la ecuación lineal, se procede a la determinación del porcentaje de incremento mediante los valores unitarios comerciales. En la siguiente tabla se destaca el nivel de piso, el valor unitario comercial, la diferencia monetaria de valor que existe de un piso a otro consecutivo, y el porcentaje de diferencia.

En virtud de que para algunos niveles de piso se cuenta con más de un sujeto en el estudio de mercado, se consideró generalizar un V.C.U. por nivel a través del promedio de sujetos por nivel. Tomando como ejemplo el primer nivel, en éste se cuenta con dos sujetos (Departamento B1 101 y Departamento B1 103, como se muestra en la Tabla 3), con un V.U.C de \$26 843.38 y \$25 223.98 respectivamente; el valor promedio entre estos dos es de \$26 033.68; y se sigue la misma lógica para los niveles de piso subsecuentes. Sin embargo, para los niveles doce, trece, veintisiete y veintiocho, donde no hay sujetos, se obtuvo un valor mediante la ecuación lineal generada de la regresión lineal.

De esta manera, con la obtención de los porcentajes de diferencia, calculados hasta el nivel 28, se encuentra que el promedio de incremento porcentual por nivel es de 1.1293 % para un cálculo con el V.U.C. Esto contrasta con el 1.13602 % resultante del cálculo a través de la ecuación.

Tabla 7. Incremento porcentual con Valor Unitario Comercial (V.U.C.).

Nivel de piso	V.U.C. / Valor Predicción	Diferencia de Valor	Diferencia Porcentual
1	\$26,033.68		
2	\$26,449.21	\$415.53	1.5961 %
3	\$26,218.96	-\$230.25	-0.8705 %
4	\$25,963.76	-\$255.20	-0.9733 %
5	\$28,027.03	\$2,063.26	7.9467 %
6	\$27,539.13	-\$487.89	-1.7408 %
7	\$28,468.65	\$929.51	3.3752 %
8	\$28,353.05	-\$115.60	-0.4060 %
9	\$28,464.16	\$111.11	0.3919 %
10	\$27,898.58	-\$565.59	-1.9870 %
11	\$28,478.21	\$579.64	2.0777 %
12	\$29,565.40	\$1,087.19	3.8176 %
13	\$29,906.35	\$340.95	1.1532 %
14	\$30,325.83	\$419.48	1.4026 %



15	\$30,366.69	\$40.86	0.1347 %
16	\$31,456.03	\$1,089.34	3.5873 %
17	\$31,133.77	-\$322.26	-1.0245 %
18	\$31,461.12	\$327.35	1.0514 %
19	\$33,306.92	\$1,845.79	5.8669 %
20	\$32,904.14	-\$402.77	-1.2093 %
21	\$32,669.19	-\$234.95	-0.7140 %
22	\$32,479.99	-\$189.20	-0.5791 %
23	\$33,183.09	\$703.09	2.1647 %
24	\$33,938.25	\$755.16	2.2757 %
25	\$33,973.21	\$34.97	0.1030 %
26	\$34,273.39	\$300.18	0.8836 %
27	\$34,679.65	\$406.26	1.1854 %
28	\$35,020.00	\$340.35	0.9814 %
		Promedio %	1.1293 %

En la siguiente tabla se muestra una comparativa entre el valor unitario promedio, obtenido de los valores de mercado, valores de operación de traslado de dominio y el valor unitario generado a través de la ecuación, del cual se observa una diferencia promedio porcentual de 0.107 %. Así, el modelo lineal predice valores semejantes a los valores reales. Es importante destacar que las unidades privativas que se encuentran en los niveles 4, 5, 10 y 19 presentan una diferencia de valor mayor al 3 %, lo cual se puede generar por factores como la variabilidad de los precios

en el mercado inmobiliario, pues para estos niveles los valores fueron obtenidos de operaciones traslativas de dominio en diferentes fechas de contrato, por lo tanto interviene el criterio y negociación entre el comprador y vendedor, así como la actualización de los valores de operación a través del INPC, entre otras.

Tabla 8. Comparativa entre el Valor Unitario Comercial y el Valor estimado mediante ecuación.

Nivel de Piso	VU Sup. Privativa promedio / nivel	Valor Predicción	Diferencia de Valor	% Diferencia de valor
1	\$26,033.68	\$25,814.95	\$218.73	0.847 %
2	\$26,449.21	\$26,155.90	\$293.31	1.121 %
3	\$26,218.96	\$26,496.85	-\$277.89	-1.049 %
4	\$25,963.76	\$26,837.80	-\$874.04	-3.257 %
5	\$28,027.03	\$27,178.75	\$848.28	3.121 %
6	\$27,539.13	\$27,519.70	\$19.43	0.071 %
7	\$28,468.65	\$27,860.65	\$608.00	2.182 %
8	\$28,353.05	\$28,201.60	\$151.45	0.537 %
9	\$28,464.16	\$28,542.55	-\$78.39	-0.275 %

10	\$27,898.58	\$28,883.50	-\$984.92	-3.410 %
11	\$28,478.21	\$29,224.45	-\$746.24	-2.553 %
12		\$29,565.40		
13		\$29,906.35		
14	\$30,325.83	\$30,247.30	\$78.53	0.26 0%
15	\$30,366.69	\$30,588.25	-\$221.56	-0.72 4%
16	\$31,456.03	\$30,929.20	\$526.83	1.703 %
17	\$31,133.77	\$31,270.15	-\$136.38	-0.436 %
18	\$31,461.12	\$31,611.10	-\$149.98	-0.474 %
19	\$33,306.92	\$31,952.05	\$1,354.87	4.240 %
20	\$32,904.14	\$32,293.00	\$611.14	1.892 %
21	\$32,669.19	\$32,633.95	\$35.24	0.108 %
22	\$32,479.99	\$32,974.90	-\$494.91	-1.501 %
23	\$33,183.09	\$33,315.85	-\$132.76	-0.398 %
24	\$33,938.25	\$33,656.80	\$281.45	0.836 %
25	\$33,973.21	\$33,997.75	-\$24.54	-0.072 %
26	\$34,273.39	\$34,338.70	-\$65.31	-0.190 %
27		\$34,679.65		
28		\$35,020.60		
Promedio	\$30,140.25	\$30,417.78	\$35.01	0.107 %

CONCLUSIONES

Se observa una tendencia en el aumento del valor del bien según la elevación del nivel de piso, un valor agregado intangible del cual es necesario su medición, cuantificación y consideración para avalúos con unidades privativas de estas características.

Una vez concluido lo anterior, se podrá estimar la diferencia de valor de las unidades privativas con respecto al nivel de piso en el que se encuentren ubicados en el condominio vertical, lo que ayudará a dar una mayor precisión en el desarrollo de avalúos para el condominio sujeto de estudio, ya que dicha estimación funcionará como un factor de ajuste para la homologación en la realización de estudios de mercado. Para el caso del presente estudio, se presentó un incremento promedio de 1.1293 % por cada nivel. Sin embargo, se deberá considerar que el comportamiento podría no ser lineal para los departamentos ubicados en la planta baja, ya que intervienen factores diversos al resto de departamentos por cuestiones de accesibilidad a patios, amenidades, tiempos de acceso y otras.

Es importante considerar que la correlación entre el nivel de piso y el valor unitario puede verse afectada por la variabilidad de los precios en el mercado inmobiliario provocado por la diferencia de criterio en promotores de venta, oferta y demanda, fecha de contrato y actualización de los valores de operación a través del INPC, entre otras.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco la atención y orientación a lo largo de la presente investigación a la Maestra Verónica Leyva Picazo, MGPA. José Luis Alcántara Obregón, M.C. Héctor Ortiz Monroy, M.C. Luis Eduardo Gutiérrez Álvarez y M.V.B. Wendy Alejandra Quintas Frías, por su disposición con un punto de vista experto en la materia, así como a todo el cuerpo de docentes que imparten clases en la maestría de Valuación de Bienes por todas sus enseñanzas en la materia. De igual manera a la Dirección Municipal de Catastro a través de su representante, el Ing. Sergio Alberto Mi-



reles Ugalde, por la disposición en impulsar la investigación de proyectos académicos en pro de la mejora continua.

[9] M. d. Queretaro, «Servicios en Línea Municipio de Queretaro,» Trasanet, 2019. [En línea]: <https://traslanet.queretarociudad-digital.gob.mx>.

REFERENCIAS

[1] D. O. d. I. Federación, «METODOLOGÍA de los servicios valuatorios regulados por el Instituto de Administración y Avalúos de Bienes Nacionales para estimar el valor referido de los activos: bienes inmuebles (urbanos, en transición y agropecuarios).,» 13 2018. [En línea]: http://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5516121&fecha=14/03/2018.

[2] I. Industrial, «IngenieriaIndustrialOnline,» 2016. [En línea]: <https://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/pronostico-de-ventas/regresion-lineal/>.

[3] Q. S. LEGISLATURA, «CÓDIGO URBANO DEL ESTADO DE QUERÉTARO,» 2018, QUERETARO, 2018.

[4] P. MUNICIPAL, REGLAMENTO DE CONSTRUCCIÓN PARA EL MUNICIPIO DE QUERÉTARO, Queretaro, *Reforma* 2004.

[5] Genotipo, «Juriquilla Towers,» Genotipo, 2019. [En línea]: <http://juriquillatowers.com/>. [Último acceso: 5 Septiembre 2019].

[6] I. R. M. d. I. Torre, «La valuación del intangible de un inmueble antiguo e integrarlo en un avalúo comercial: caso en la zona centro de San Luis Potosí,» Mayo 2013. [En línea]: http://www.academia.edu/8589989/LA_VALUACION_DEL_INTANGIBLE_DE_UN_INMUEBLE_ANTIGUO_E_INTEGRARLO_EN_UN_AVALUO_COMERCIAL_CASO_EN_LA_ZONA_CENTRO_DE_SAN_LUIS_POTOSI.

[7] INDAABIN, «Glosario en términos en materia de avalúos,» 2019. [En línea]: https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/446970/Glosario_de_Terminos_20_03_2019.pdf.

[8] INDAABIN, «Diario Oficial,» 29 enero 2009. [En línea]: https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/66862/69-Procedimiento_Tecnico_PT-TU.pdf.

HEURÍSTICAS PARA RUTAS DEL TRANSPORTE PÚBLICO COLECTIVO EN LA CIUDAD DE QUERÉTARO

Heuristics for the Collective Public
Transportation Routes in the City of Querétaro

Salvador Malagón¹, Arturo González Gutiérrez^{1*}

¹Universidad Autónoma de Querétaro

*Autor de correspondencia
aglez@uaq.mx

RESUMEN

Las redes de transporte han existido desde que el ser humano era nómada, migrando en busca de mejores condiciones para que después apareciesen los primeros asentamientos, incluso entonces las redes de transporte pasaron de ser únicamente rutas de migración a vías de comunicación para transportar e intercambiar bienes. En la actualidad los humanos vivimos en megaciudades con dinámicas particulares de traslado de personas, lo que da lugar, entre otros, a sistemas de transporte público colectivo. Es común que se persigan tres objetivos: maximizar la capacidad de ciudadanos que se pueden trasladar, maximizar la conectividad en la ciudad y minimizar el costo de la movilidad. Maximizar el beneficio mientras se minimiza el costo es complicado, pero se puede alcanzar un equilibrio mediante la implementación de estrategias modernas de diseño y el aprovechamiento de nuevas tecnologías. Dentro de las ciencias de la computación y, en específico en el área de inteligencia artificial, existen mecanismos de optimización para problemas de enrutamiento geométrico, como es el caso del diseño de las rutas que recorren los autobuses en el sistema QroBus. El presente artículo plantea la analogía entre el problema del Corredor de Longitud Mínima (MLC por sus siglas en inglés), clasificado como NP-Duro y considerado computacionalmente intratable, y el proceso de diseño de las rutas de transporte. Las instancias sobre las cuales se ejecutan los algoritmos metaheurísticos se construyen a partir de información geográfica y demográfica, con la intención de diseñar rutas en función del diseño de la ciudad de Querétaro y la distribución poblacional. Los resultados obtenidos se contrastan con el diseño de las rutas de transporte del sistema Qrobus.

Palabras clave: Inteligencia Artificial, Algoritmos, MLC, Heurísticas, Optimización, Movilidad, Transporte.

ABSTRACT

Transport networks have existed since human beings were nomadic, migrating in search of better conditions until the first settlements later appeared, and even then transport networks went from being only migration routes to communication routes used to transport and exchange goods. Nowadays, humans live in megacities with particular dynamics of transportation, which gives rise to collective public transportation systems, among others. It is common to pursue three objectives: maximizing the capacity of citizens who can move, maximizing the connectivity in the city and minimizing the cost of mobility. Maximizing the benefit while minimizing the cost it is complicated, but a balance can be achieved through the implementation of modern design strategies and the use of new technologies. Within the computer sciences, and specifically in the area of artificial intelligence, there are mechanisms for optimizing geometric routing problems, such as the design of the routes that buses follow in the QroBus system. This article proposes an analogy between the Minimum Length Corridor problem (MLC), classified as NP-Hard and considered computationally intractable, and the process of designing the routes that buses follow. The instances on which the Metaheuristic algorithms are executed are built from geographic and demographic information, with the intention of designing routes based on the design of the city of Querétaro and its population distribution. The results obtained are compared with the design of the transport routes of the Qrobus system.

Keywords: Artificial Intelligence, Algorithms, MLC, Heuristics, Optimization, Mobility, Transportation.

INTRODUCCIÓN

La primera compañía de transporte público colectivo se creó en Nantes, Francia, en el año 1826 por Stanislav Brady bajo el nombre *Entreprise Generale des Omnibus* [1].



Es posible argumentar que los sistemas de transporte público diseñados en redes distribuidas y con múltiples transbordos en lugar de rutas individuales satisfacen de mejor manera la dinámica de transporte de las ciudades. (Jago Dodson et al, 2011) [2].

El problema de planificación de la red de transporte público ha sido identificado y explicado en detalle por Thompson (1977), Nielsen (2005) y Mees (2000; 2010) [3], [4], [5]. El trabajo de Mees muestra que los servicios de transporte público pueden ofrecer un mayor nivel de servicio, si proporcionan una red interconectada de transferencias para que el pasajero seleccione de la red completa la combinación de segmentos de ruta necesarios para emprender su viaje. Este enfoque de planificación de red significa no proporcionar rutas dedicadas para satisfacer las demandas específicas individuales de los pasajeros, en su lugar se debe proporcionar una red de servicios de transporte que permita una amplia gama de viajes potenciales. En general se puede argumentar que una red bien diseñada consta de cinco principios:

1. Estructuras de redes simples y directas: El principio fundamental es proporcionar rutas directas y simples cuyo recorrido puede recordarse fácilmente, ya sea individualmente o dentro de la red.

2. Existe una jerarquía de líneas en una red: Las redes de transporte público requieren una jerarquía de líneas interconectadas que difieren en capacidad y velocidad con escala de operación.

3. Existe un plan de velocidad, consistencia y confiabilidad: Esto involucra vehículos que pueden viajar rápido a lo largo de rutas con una dependencia mínima de otro tráfico o intersecciones para garantizar la fiabilidad. Esto requiere intervenciones para apoyar la prioridad de Vehículos de transporte público a través del derecho de paso, carriles dedicados y prioridad en las intersecciones. Las líneas deben operar en horarios consistentes y patrones de detención que se apliquen en períodos más amplios. Las líneas que operan horarios consistentes permiten que los tiem-

pos de servicio se memoricen más fácilmente que los patrones inconsistentes y, por lo tanto, pueden evitar la necesidad de consultar horarios.

4. Coordina transferencias convenientes: Proporcionar una estructura básica de líneas que funcionan a alta frecuencia para que los tiempos de espera en las paradas en estas líneas sean mínimos y no se requieran horarios.

5. Proporciona información clara y concisa: La información clara y accesible para los pasajeros es un elemento clave de las redes de transporte público. Las paradas deben proporcionar información suficiente para que los pasajeros puedan ubicar la parada dentro de la red de transporte público y navegar entre rutas.

Esta estrategia de sistema de red para la planificación del sistema de transporte público apunta a crear una red ubicua que sea capaz de ofrecer una multiplicidad de combinaciones de origen-ruta-destino. Es conveniente hacer un análisis de la red de transporte público en nuestro caso de estudio, la ciudad de Querétaro, y tratar de identificar en su diseño la presencia de los cinco principios mencionados anteriormente.

Diagnóstico de servicio de transporte público colectivo

De acuerdo con los datos del Instituto Queretano del Transporte (IQT) [6] la demanda total promedio de viajes en un día hábil en la Zona Metropolitana de Querétaro (ZMQ) es de 593.7 mil usuarios, mientras que para el sábado resultó de 440 mil y el domingo de 270 mil usuarios. En un día hábil un autobús da un promedio de 6.13 vueltas, es decir, inicia la ruta desde un punto determinado y regresa a ese mismo punto para comenzar nuevamente. Durante el sábado se tiene un promedio de 6.04 vueltas al día por autobús y en domingo un promedio de 5.71 vueltas al día por autobús. Para atender a los usuarios en estos recorridos existen 1,050 paradas, con una distancia promedio entre ellas

de 450 metros, así como otros lugares de ascenso y descenso que funcionan por costumbre o comodidad de los usuarios (IQT, 2016). Una estadística que es especialmente relevante para este caso de estudio es el Índice de sobreposición, el cual se entiende como el grado en que algunas rutas del transporte público están sobrepuestas entre sí, lo que genera congestión vial y saturación del servicio. El índice se obtiene al dividir el número total de kilómetros recorridos por las rutas (2,968.37), entre el número de kilómetros utilizados por la red vial (747.94). Para la ZMQ en el año 2015 resultó ser de 3.96 rutas/km.

Después de analizar estos datos, es claro que hay rubros en los que no tenemos injerencia, como incrementar el número de vueltas promedio diarias, también hay otros rubros en los que si podemos proponer una solución, concretamente disminuir el índice de sobreposición de rutas, a través de distribuir de mejor manera el número de kilómetros utilizados por la red vial, o incluso incrementar la cobertura de la red con un diseño eficiente. Por tanto, es posible afirmar que se trata de un problema de optimización de enrutamiento geométrico.

Problema del Corredor de Longitud Mínima

Para el problema del Corredor de Longitud Mínima (MLC por sus siglas en inglés, *Minimum Length Corridor Problem*) se establece un límite rectangular R dividido en un conjunto P de polígonos que corresponden a la periferia de R . El propósito del problema MLC es definir una solución C consistente en un conjunto de segmentos de línea (aristas) denominado corredor, que incluya al menos un punto del límite rectangular R y al menos un punto (vértice) de cada polígono P , con una longitud total mínima. Fig. (1)

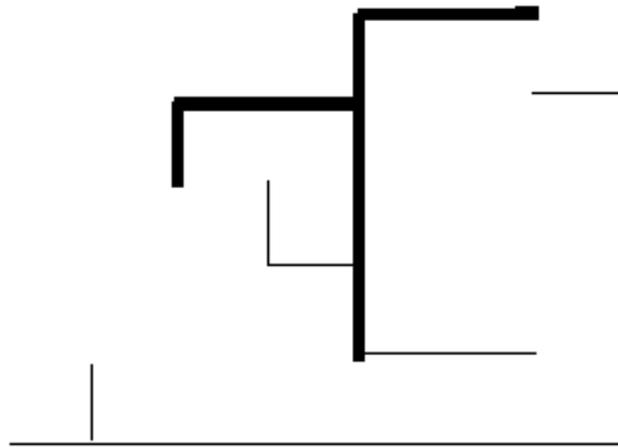


Figura 1. Descripción gráfica del problema MLC.

El problema MLC es un problema de optimización de enrutamiento geométrico, N. Katoh planteó por primera vez el problema MLC en la 12ª Conferencia Canadiense sobre Geometría Computacional [8]. La solución al problema MLC guarda similitud con un árbol extendido de costo mínimo pues se busca minimizar el costo del corredor.

Problema NP-Duro

Hasta hace poco no se sabía nada sobre la complejidad y la posible aproximación de soluciones óptimas del problema, entonces, Bodlaender et al. [9] y González-Gutiérrez y González [10] simultánea e independientemente informaron que el problema es NP-Duro. El caso de los problemas P vs NP hace referencia a una clase computacional de problemas en la que cualquier solución dada a un problema NP puede ser verificada en tiempo polinómico, pero no hay manera eficaz de encontrar una solución a partir de una fórmula general; es decir, el tiempo requerido para resolver cualquier problema NP-Duro se incrementa muy rápidamente conforme el tamaño del problema crece.

El término P se refiere al conjunto de problemas de optimización que se pueden resolver en tiempo polinomial en una Máquina de Turing Determinística, mientras que el tér-



mino NP se refiere al conjunto de problemas de optimización que se pueden resolver en tiempo polinomial en una Máquina de Turing No-Determinística. De ello, resulta claro que $P \neq NP$, Garey [11]. Esto implica que existe un conjunto de problemas de optimización, los cuales están en NP, pero no en P. A esta categoría se le ha llamado NP-Duros. (Fig. 2)

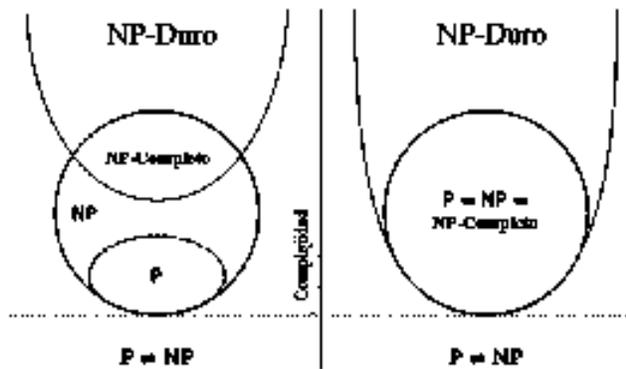


Figura 2. Problemas P y NP.

El problema con el que se está tratando es una generalización del problema MLC, que se clasifica como un problema NP-Completo y las implicaciones de abordar un problema de tal complejidad son motivos académicos importantes; Además, se ha establecido que los problemas de optimización que pertenecen a la categoría NP-Duro se consideran intratables computacionalmente hablando, ya que no existe un algoritmo eficiente que produzca una solución óptima para cualquier instancia. La naturaleza de los problemas NP-Duro y su dificultad hace evidente suponer que debe ser tratado con técnicas de Inteligencia Artificial.

Por tanto, se define a la red de transporte Público de la ciudad de Querétaro como el caso de estudio específico sobre el cual se desarrollarán los algoritmos heurísticos presentados en este artículo. Concretamente, el problema del MLC consiste en usar las calles de la Ciudad de Querétaro como el conjunto de líneas L que dividen a la ciudad en polígonos P (manzanas), de tal manera que las rutas de transporte público den cobertura a

la totalidad de la población mientras se recorre una distancia mínima. La tesis abordará el servicio de transporte desde la perspectiva del manejo de la información disponible para proponer modificaciones, a partir de la implementación de algoritmos que aproximen un aprovechamiento óptimo de los recursos existentes, para beneficiar directamente a los usuarios del transporte público y a los concesionarios del servicio, además de una larga lista de beneficios indirectos derivados de un incremento en la eficiencia de la red de transporte público.

Una vez establecido que el problema MLC es un problema de optimización NP-Duro, no es posible afirmar que es ineficiente o intratable, pues puede ser tratable para ciertas instancias. De la misma forma en que un problema grande puede dividirse en problemas más pequeños, un algoritmo para un problema complejo puede construirse combinando algoritmos para problemas simples; por tanto, la complejidad del algoritmo puede ser acotada por la composición de complejidades de otras funciones o algoritmos. Luego, cualquier algoritmo construido a partir de algoritmos polinomiales será un algoritmo de orden polinomial.

Algoritmos Heurísticos

Un algoritmo es una secuencia finita de operaciones utilizada para realizar una tarea, cuya implementación ofrece una solución a un problema. Podemos diferenciar entre algoritmos deterministas y algoritmos no deterministas. Un algoritmo es determinista si en un conjunto de problemas, todas las ejecuciones del algoritmo producen el mismo resultado final (además, todos los resultados intermedios también son iguales). Un algoritmo es no determinista si se introduce aleatoriedad en el proceso de encontrar la solución y por lo tanto los resultados finales e intermedios no tienen por qué coincidir. Al resolver problemas de optimización en respuesta a la precisión, existe la siguiente clasificación:

- Algoritmos de Aproximación: Un algoritmo de aproximación no necesariamente produce soluciones óptimas. Lo que garantiza es un rango de precisión.

- Algoritmos Heurísticos: Son algoritmos que producen soluciones sin ninguna garantía de ser óptimos, a su vez, por lo general tienen un tiempo de ejecución mucho menor, pues generalmente están acotados por la suma de funciones y algoritmos polinómicos.

METODOLOGÍA

Los algoritmos heurísticos son también llamados algoritmos aproximados, algoritmos basados en el conocimiento o simplemente heurísticas, por lo que su clasificación es bastante complicada, aunque se puede agrupar partiendo de dos conceptos simples: Métodos constructivos y Métodos de búsqueda. Los primeros son capaces de construir una solución a un problema dado, y la forma de construir la solución depende fuertemente de la estrategia seguida. Los segundos parten de una solución factible dada por el diseñador y a partir de ella intentan mejorarla.

El método empleado en la construcción de los algoritmos heurísticos descritos en este artículo es el método constructivo, y se siguen dos estrategias clave: la descomposición y la reducción. Primero se divide sistemáticamente el problema en subproblemas más pequeños. Este proceso se repite (generalmente de forma recursiva) hasta que se tenga un tamaño de problema en el que la solución a dicho subproblema es trivial. Después el algoritmo combina las soluciones obtenidas hasta que se tenga la solución al problema original. Finalmente, se identifican las características que contienen las soluciones buenas conocidas y se asume que la solución óptima también las tendrá. De esta forma se pueden reducir drásticamente las etapas necesarias para resolver cualquier instancia.

En el capítulo de metodología se describen las etapas de diseño, usando como

instancia únicamente el primer distrito de la ZMQ, pues es necesario incluir una tabla donde se muestre cómo se construyen los polígonos de la instancia además de una tabla de adyacencias para los vértices del grafo equivalente de la instancia. En el capítulo de resultados se hace referencia a los resultados obtenidos para la totalidad de la ZMQ al seguir la metodología descrita.

Instancias

En el contexto de problemas computacionales y matemáticos, una instancia hace referencia a un problema que, aunque pertenezca a una clasificación general, cuenta con características específicas. Hablando del ámbito de la programación orientada a objetos, es posible diseñar un tipo de entidad asignándole distintas propiedades y funciones. Tal y como si se estuviese diseñando un escritorio de oficina, se debe decidir si tendrá cajones o no, cuál será la longitud y altura, el material con el que se construirá y el color; aunque existe una clase de muebles bien definida llamada "Escritorios de oficina", una instancia de esa clase es un escritorio de madera con 2 cajones. Concretamente, las instancias para este caso de estudios son grafos conexos no dirigidos, divididos en polígonos a partir de características poblacionales y geográficas de la ZMQ, mediante el uso de una base de datos del Instituto Nacional Electoral.

Cartografía de la Zona Metropolitana de Querétaro

La base de datos recopilada por el Instituto Nacional Electoral (INE) y administrada por el Instituto Electoral del Estado de Querétaro (IEEQ) será empleada para la construcción del repositorio cartográfico, donde se incluye información relativa a la distribución del espacio dentro de la ciudad de Querétaro y a la distribución poblacional para poder realizar un cálculo adecuado de densidad poblacional y la posterior subdivisión en polígonos



con densidad poblacional equivalente, con los cuales se realizará el diseño de las rutas de transporte.

La base de datos está diseñada con la siguiente jerarquía territorial.

MRM: Mapa Electoral de la República Mexicana con División de Circunscripciones Plurinominales: Este producto cartográfico representa la división electoral federal de la República Mexicana y muestra las 32 entidades federativas agrupadas en cada una de las cinco Circunscripciones Plurinominales.

CES: Condensado Estatal Distrital: En este producto se representa la conformación distrital de cada una de las 32 entidades federativas.

PDS: Plano Distrital Seccional: Se trata de un plano que representa cada uno de los 300 distritos electorales federales.

CEM: Carta Electoral Municipal: Es la representación del área rural de un municipio.

PUS: Plano Urbano Seccional: Este producto cartográfico representa el espacio urbano de una localidad tipificada como urbana.

PSI: Plano por Sección Individual: Este producto cartográfico representa las manzanas y rasgos físicos correspondientes a sólo una sección electoral federal de localidad urbana.

En la base de datos del INE se encuentran los planos por sección individual de todo el territorio del estado de Querétaro, un ejemplo de estos mapas seccionales es el de la sección 417, donde se encuentra el Centro universitario de la Universidad Autónoma de Querétaro. (Fig. 3)



Figura 3. Plano de sección individual (Sección 417).

Densidad Poblacional

El estado de Querétaro se compone por 15 distritos y, a su vez, la ZMQ está integrada por 7 de esos distritos estatales (I, II, III, IV, V, VI y VII). Estos 7 distritos están divididos en 417 secciones con una población total (en padrón electoral) de 562,882 personas. Con los mapas de las secciones individuales es posible construir un mapa general como el que se muestra a continuación. (Fig. 4)

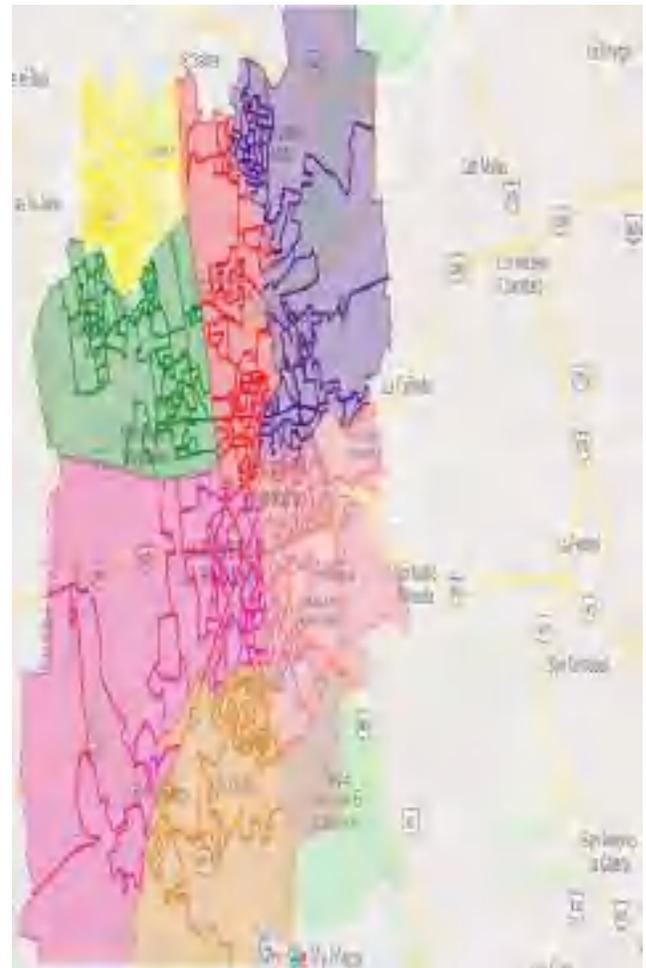


Figura 4. Plano de la Zona Metropolitana de Querétaro.

Cada una de las 417 secciones que componen a la ZMQ tiene una densidad poblacional distinta, por lo que es necesario redistribuir los límites de las secciones para balancear la densidad poblacional dentro de cada nuevo polígono, con la intención de posterior-

mente obtener un grafo equivalente que represente adecuadamente la distribución de la población para brindar un servicio de transporte entre zonas más eficiente. A continuación, se muestra el mapa del distrito I, compuesto por 62 secciones. (Fig. 5)

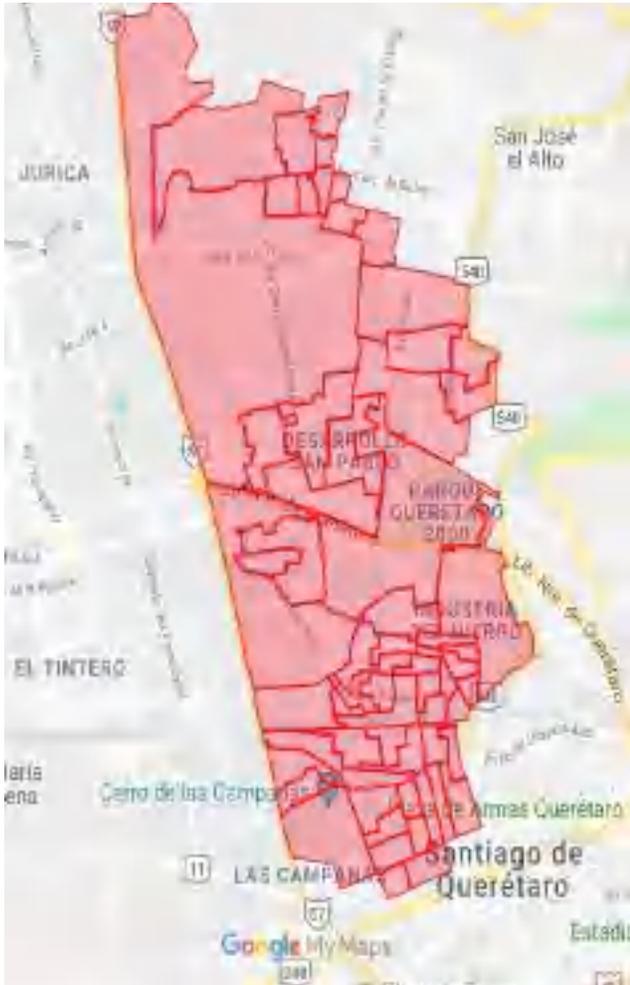


Figura 5. Distrito I de ZMQ.

Para el Distrito I, se procedió a medir la superficie de cada sección para obtener la densidad poblacional al dividir la cantidad de personas entre la superficie en km^2 . Posteriormente se dividieron algunas secciones en dos (327, 338, 380) y se unieron otras, pasando de un total de 62 polígonos a solamente 11, con una densidad poblacional más balanceada. La tabla 1 muestra la forma en que se organizaron las secciones:

Tabla 1. Composición de polígonos con densidad poblacional balanceada.

Polígono	Sección	Población	Superficie Km ²	Densidad poblacional	
				Por sección	Por Polígono
1	278	14003	6.098	2296.33	9122.34
	700	1122	0.081	13851.85	
	701	1182	0.059	20033.90	
	702	1031	0.128	8054.69	
	703	1155	0.081	14259.26	
	730	439	0.13	3376.92	
	731	868	0.064	13562.50	
	732	1317	0.234	5628.21	
2	305	4327	0.306	14140.52	9308.55
	318	4809	0.54	8905.56	
	320	2391	0.49	4879.59	
3	698	1175	0.212	5542.45	8053.53
	699	1288	0.118	10915.25	
	277	6019	0.757	7951.12	
	287	1516	0.198	7656.57	
	288	2872	0.329	8729.48	
	296	1427	0.247	5777.33	
	303	5090	0.763	6671.04	
4	319	4474	0.4	11185.00	7849.98
	327	3203	2.082	1538.42	
	328	2987	0.507	5891.52	
	332	1612	0.1	16120.00	



Polígono	Sección	Población	Superficie Km ²	Densidad poblacional	
				Por sección	Por Polígono
5	326	2129	1.549	1374.44	8897.55
	347	1339	0.249	5377.51	
	348	1202	0.095	12652.63	
	349	1787	0.251	7119.52	
	361	988	0.055	17963.64	
6	327	3203	2.082	1538.42	10218.66
	338	2867	1.037	2764.71	
	350	1127	0.076	14828.95	
	354	1046	0.074	14135.14	
	363	1230	0.069	17826.09	
7	362	958	0.079	12126.58	8824.92
	368	1145	0.11	10409.09	
	369	944	0.384	2458.33	
	370	793	0.071	11169.01	
	371	887	0.085	10435.29	
	380	1302	0.205	6351.22	
8	338	2867	1.037	2764.71	9588.52
	365	886	0.065	13630.77	
	366	601	0.045	13355.56	
	367	657	0.069	9521.74	
	378	643	0.059	10898.31	
	379	816	0.077	10597.40	
	380	1302	0.205	6351.22	

Polígono	Sección	Población	Superficie Km ²	Densidad poblacional	
				Por sección	Por Polígono
9	382	1318	0.209	6306.22	7167.79
	383	857	0.141	6078.01	
	384	727	0.103	7058.25	
	391	557	0.084	6630.95	
	392	991	0.115	8617.39	
	393	1550	0.278	5575.54	
	394	1279	0.201	6363.18	
	398	617	0.139	4438.85	
	411	497	0.163	3049.08	
	412	578	0.12	4816.67	
10	413	778	0.127	6125.98	5914.56
	414	746	0.075	9946.67	
	415	844	0.184	4586.96	
	417	789	0.61	1293.44	
	418	925	0.095	9736.84	
	419	627	0.073	8589.04	
	426	1151	0.13	8853.85	
11	429	842	0.087	9678.16	8835.584
	430	1143	0.143	7993.01	

Teoría de Grafos

La teoría de Grafos es una herramienta de las ciencias de la computación que permite construir modelos matemáticos partiendo de problemas aplicados, el primer y más notorio ejemplo del uso de esta herramienta de abstracción es el caso del problema de los puentes de Königsberg, abordado por Leonhard Euler en 1736 en la publicación "*Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*" (La solución de un problema relativo a la geometría de la posición) en la cual se demuestra la posibilidad

de encontrar o no una solución a dicho problema mediante el uso de grafos. Este trabajo sentaría las bases para definir posteriormente la teoría de grafos. Para dar solución a un problema de enrutamiento geométrico, como es el caso del diseño de rutas de transporte, resulta conveniente hacer uso de esta misma herramienta. A continuación se presentan definiciones a varios conceptos de la teoría de grafos [11].

Vértice: Es la unidad base de un Grafo y está compuesto por un par de coordenadas $v = \{x, y\}$. Un vértice v pertenece al grafo G y se denota como $v \in G$. Un conjunto de vértices en un grafo se denomina familia de vértices. El grado de un vértice hace referencia a la cantidad de aristas que inciden en él.

Arista: La conexión entre vértices. Si v y w son vértices diferentes, entonces vW representa la arista que los conecta. Un conjunto de aristas en un grafo se denomina familia de aristas.

Incidencia: Una arista es incidente a un vértice si ésta comienza o termina en él. La arista vW incide en los vértices v y w .

Adyacencia: Dos vértices son adyacentes si existe una arista que los une. Los vértices v y w son adyacentes si existe una arista vW . De la misma forma, dos aristas son adyacentes si comparten un vértice. Al caracterizar un grafo se suele incluir una lista o matriz de adyacencias.

Peso de Arista: El peso es una cantidad asignada a una arista en un grafo ponderado. El peso puede hacer referencia a costo, distancia, capacidad o cualquier otra característica medible para comparar aristas.

Polígono: Un área planar definida por vértices y aristas pertenecientes a un grafo ponderado y no puede ser dividido en subáreas.

Ruta: Una secuencia de vértices unidos por aristas de tal forma que satisfacen criterios específicos de diseño.

El árbol extendido (*spanning tree*) de un grafo conexo es un subgrafo acíclico conexo que contiene todos los vértices del grafo. Si las aristas del grafo tienen asignado un costo, un árbol extendido de costo mínimo (MCST por sus siglas en inglés *minimum cost spanning tree*) es uno donde el costo está definido como

la suma de los pesos de todas sus aristas [12]. Existen algoritmos que resuelven el problema MCST a partir de un grafo conexo no dirigido; el más popular de ellos es el de Prim.

Mediante el uso de la teoría de grafos, se procede a seleccionar coordenadas geográficas que representarán vértices sobre los cuales incidirán las aristas, que en este caso de estudio representan a las calles de la ZMQ. El peso de las aristas hará referencia a la distancia euclidiana de los dos vértices sobre los que incide. Las coordenadas geométricas que se seleccionen deberán corresponder a puntos compartidos por dos o más polígonos, además de algunas otras coordenadas geográficas que ayuden a reconstruir con fidelidad la forma en que están dispuestas las calles y avenidas de la ZMQ.

A continuación se muestra el mapa del Distrito I con la redistribución de polígonos y la selección de vértices necesarios para su representación en forma de grafo. (Fig. 6)

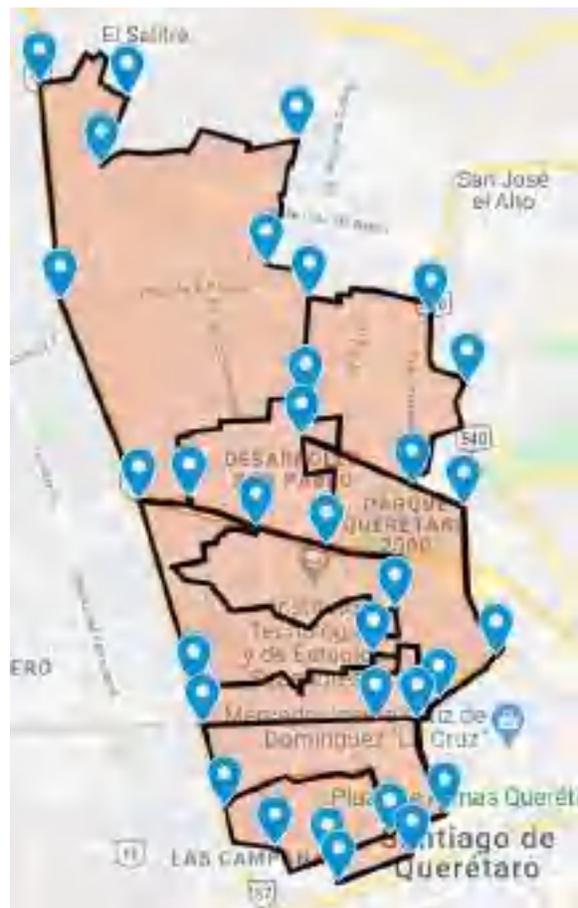


Figura 6. Distrito I con polígonos balanceados.



Construcción de grafo

Con los marcadores azules se construye un archivo que contenga las etiquetas de cada vértice (números del 1 al 32), así como la latitud y longitud de su ubicación geográfica; además, se construye una lista de adyacencias para caracterizar por completo el grafo equivalente del Primer Distrito de la ZMQ (Tabla 2).

Tabla 2. Coordenadas geográficas y lista de adyacencias de vértices.

Vértice	Latitud	Longitud	Vértices Adyacentes			
1	-100.43269	20.66123	2	6	-	-
2	-100.42397	20.65995	1	3	-	-
3	-100.42646	20.65345	2	4	-	-
4	-100.40689	20.65587	3	5	-	-
5	-100.41012	20.64416	4	7	-	-
6	-100.43065	20.64074	1	13	-	-
7	-100.40568	20.64116	5	8	9	-
8	-100.39351	20.63957	7	32	-	-
9	-100.40619	20.63167	7	10	12	-
10	-100.40652	20.62792	9	11	14	-
11	-100.39554	20.62342	32	10	17	-
12	-100.41785	20.62212	9	13	15	-
13	-100.42283	20.62196	6	12	19	-
14	-100.40410	20.61772	10	15	16	-
15	-100.41108	20.61937	12	14	16	-
16	-100.39719	20.61173	14	15	20	-
17	-100.39032	20.62134	11	18	-	-
18	-100.38698	20.60734	17	22	-	-
19	-100.41734	20.60452	13	20	23	-
20	-100.39937	20.60748	16	19	21	22
21	-100.39914	20.60139	20	23	24	-
22	-100.39269	20.60316	18	20	24	-
23	-100.41634	20.60082	19	21	25	-
24	-100.39496	20.60151	21	22	26	-
25	-100.41421	20.59302	23	27	28	-
26	-100.39221	20.59240	24	27	-	-
27	-100.39773	20.59050	25	26	29	31
28	-100.40913	20.58926	25	29	-	-
29	-100.40384	20.58831	27	28	30	-
30	-100.40283	20.58604	29	31	-	-
31	-100.39552	20.58852	27	30	-	-
32	-100.39006	20.63297	8	11	-	-

Con esta información se reconstruye un grafo conexo no dirigido equivalente al Distrito I de la ZMQ (Fig.7). Este grafo equivalente al primer distrito de la ZMQ constituye una instancia sobre la cual es posible probar algoritmos que produzcan soluciones útiles para el diseño de las rutas de transporte público en la ZMQ. Entonces, el primer paso es implementar el algoritmo de Prim para conocer el MCST de este grafo y, posteriormente, usar ese valor de costo como la función objetivo que se busca minimizar.

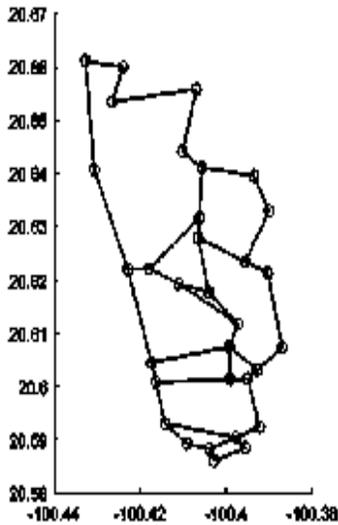


Figura 7. Grafo equivalente del Distrito I.

El algoritmo de Prim (Fig. 8) construye un MCST arista por arista, a través del uso de una lista de vértices que ya han sido conectados entre sí. En cada ciclo selecciona la arista con el costo menor entre un vértice nuevo y uno perteneciente a la lista de vértices ya conectados; luego de $n - 1$ ciclos —donde n es el número de vértices en el grafo— se habrán conectado todos los vértices con el costo mínimo asignado a las aristas que los unen, lo que constituye un MCST. El costo de las aristas se traduce en la longitud en kilómetros que recorrería la ruta de transporte público colectivo para brindar servicio a la totalidad del primer distrito.

```

Algoritmo de PRIM
n ← |V|
T ← ∅
TV ← {a}
E ← ∅
n ← n - 1
while (E ≠ ∅) and (T ≠ n - 1) do
    Sea (u,v) la arista de costo mínimo tal que u ∈ TV y v ∉ TV
    E ← E ∪ {(u,v)}
    Agregar (u,v) a T
    Agregar v a TV
    IF (T) == (n - 1) THEN
        T es el árbol de costo mínimo
    end
end
end
    
```

n: Cantidad de Vértices del grafo
 T: Conjunto de Aristas seleccionadas
 TV: Conjunto de vértices ya en el árbol
 E: Conjunto de Aristas de E

Figura 8. Algoritmo de Prim.

Al implementar el algoritmo de Prim en el grafo equivalente del primer distrito de la ZMQ, se obtiene el siguiente MCST (Fig. 9);

sin embargo, el MCST no es una solución válida para el problema MLC, pues el algoritmo de Prim conecta el 100 % de los vértices en el grafo, mientras que el objetivo del problema MLC es conectar al menos un vértice de cada polígono contenido en el grafo, por lo tanto, se busca reducir el porcentaje de vértices conectados en el MCST resultante sin privar de cobertura a ningún polígono del grafo [13].

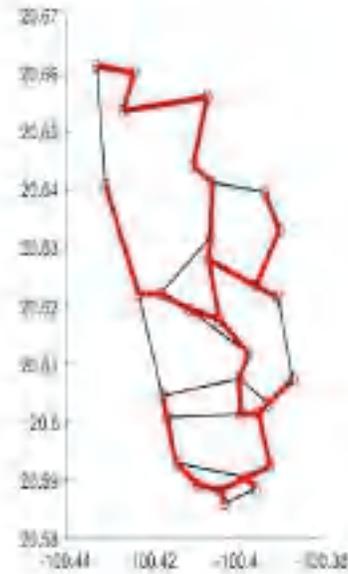


Figura 9. MCST de Distrito I de ZMQ por Prim.

Algoritmo Heurístico p-MLC-m

El algoritmo p-MLC-m tiene la intención de seleccionar únicamente los vértices necesarios para cumplir con los requerimientos de diseño del problema MLC. En una primera etapa, el algoritmo p-MLC-m discrimina vértices con grado menor a 3; es decir, vértices que inciden en menos de tres aristas del grafo, posteriormente obtiene el centroide de los vértices restantes y asigna un peso a las aristas en función del vértice incidente más lejano al centroide. El radio discriminatorio será el mínimo posible, siempre y cuando permita que el subgrafo incluya todos los polígonos. Este criterio permite al algoritmo discriminar nuevamente vértices que resultan innecesarios de acuerdo con la lógica de



diseño del problema MLC. Luego de este proceso se implementa el algoritmo de Prim para obtener un subgrafo que contiene un MCST. El paso final consiste en eliminar sin recursividad todos los vértices hoja (aque- llos vértices que inciden únicamente en una arista del MCST), siempre y cuando exista al menos un vértice de cada polígono; de este modo se obtiene una solución al problema MLC. (Fig. 10)

```

Algoritmo p-MLC-m
n ← |V|
T ← M/MLL
x ← 1
R ← ∅
TV ← {u}
E ← ∅

para i = 1 hacia n hacer
  g ← Grado de v
  r ← Distancia de v hacia el centroide
  si g < 2 && r < R entonces
    Agregar v a TV
  fin
fin

mientras (R ≠ 0) hacia (1) hacer
  Sea (u,v) la arista de menor peso tal que u ∈ TV y
  v ∉ TV
  E ← E ∪ {(u,v)}
  Agregar (u,v) a T
  Agregar v a TV
  si |T| == n - 1 entonces
    T ← el árbol de costo mínimo
  fin
fin

para i = 1 hacia |TV| hacer
  g ← Grado de v
  si g < 2 && v ≠ único vértice de un polígono entonces
    Eliminar v de TV
  fin
fin
  
```

Figura 10. Algoritmo p-MLC-m.

Luego de implementar el algoritmo p-MLC-m obtenemos una solución al problema MLC en el grafo equivalente al primer Distrito de la ZMQ (Fig. 11 a, b) que, si bien no es la solución óptima, sí es una buena solución y nos permite construir una ruta de transporte público colectivo a partir de ella. También se considera al grafo como no dirigido, pues las rutas de transporte recorrerán un circuito; es decir, comenzaran y terminaran en el mismo punto, lo que implica que en el trayecto se recorrerán las calles en ambos sentidos.

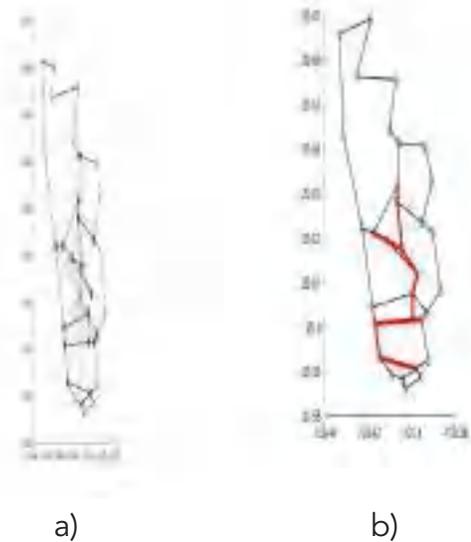


Figura 11. a) Vértices de subgrafo y su distancia al centroide, b) Solución al problema MLC en el Primer Distrito de la ZMQ.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La metodología descrita en el capítulo anterior fue replicada en la ZMQ en conjunto, es decir, las 417 secciones se reconfiguraron en polígonos con una densidad poblacional balanceada, y se obtuvo como resultado un total de 129 polígonos (Fig. 12).

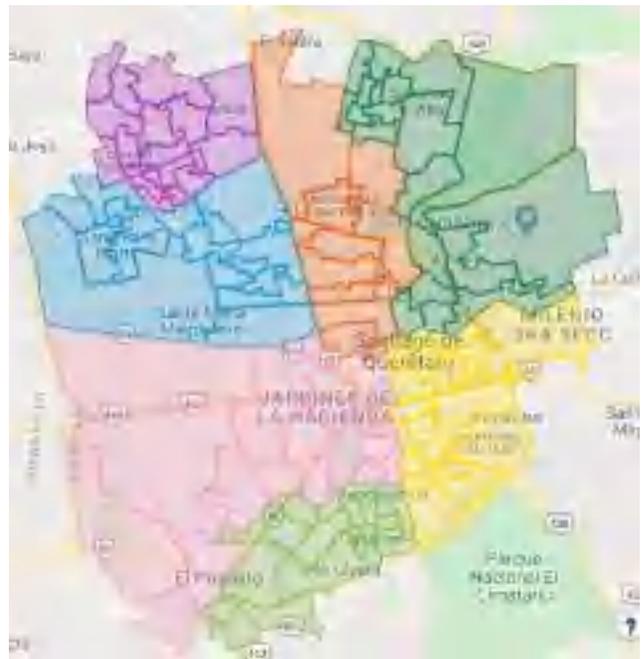


Figura 12. ZMQ dividida en 129 polígonos con densidad poblacional balanceada.

La desviación estándar de la densidad poblacional en las 417 secciones es de 5316.1 personas/ km^2 , mientras que la desviación estándar en los 129 polígonos es de 3280.9 personas/ km^2 (Fig. 13).

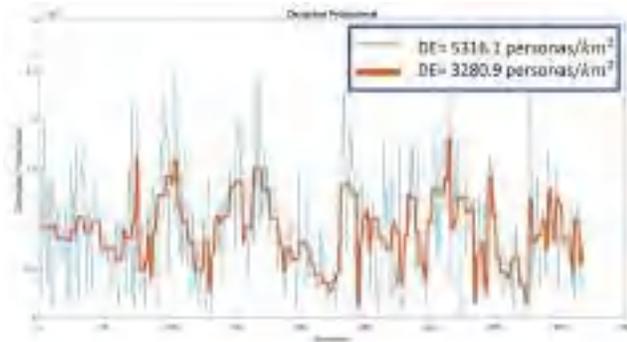


Figura 13. Desviación estándar de densidad poblacional por secciones y polígonos.

El grafo equivalente consta de 286 vértices y 572 aristas (Fig. 14).

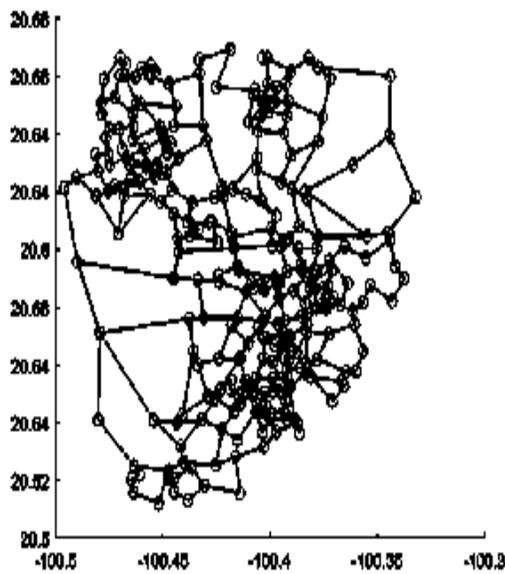


Figura 14. Grafo equivalente de la ZMQ.

Con la implementación del algoritmo p-MLC-m en el grafo equivalente de la ZMQ, se obtiene un MCST que es solución factible al problema MLC y brinda cobertura a los 129 polígonos del grafo, haciendo uso únicamente del 55.59 % de los vértices; es decir, 159 de 286. (Fig. 15).

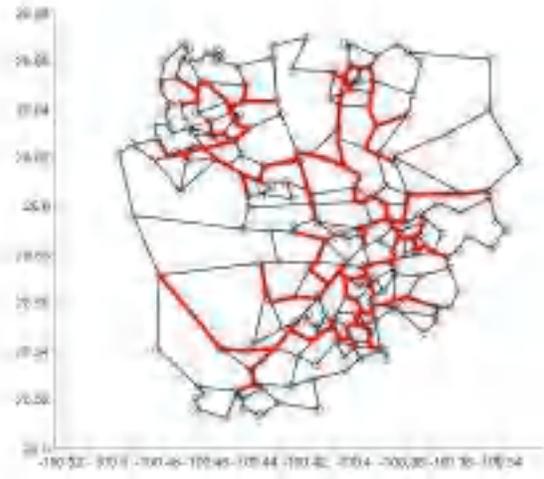


Figura 15. Solución al problema MLC en la ZMQ.

Con esta solución es posible dividir el MCST en rutas de transporte público colectivo al destinar una ruta a conjuntos de ramas (aristas) del MCST, lo que resulta en 7 rutas (Fig. 16)



Figura 16. Rutas de Transporte público colectivo.



El diseño de las Rutas obtenidas a través de técnicas de inteligencia artificial nos permite hacer la siguiente comparativa con el sistema QroBus (Tabla 3 y Figura 17 a, b):

Tabla 3. Comparativa entre Rutas QroBus y MLC.

Característica	QroBus	MLC
Número de Rutas Distintas	76	7
Número total de kilómetros recorridos por las rutas	2968.37	243.38
Extensión Carretera usada por la red de rutas	747.94 km	121.69 km
Distancia Promedio de Ruta	39.05 km	34.76 km
Índice de Sobreposicionamiento	3.96 rutas/km	2 rutas/km

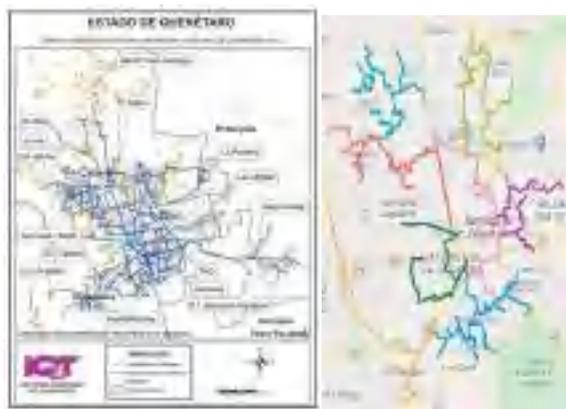


Figura 17. a) Sistema QroBus b) Sistema MLC.

CONCLUSIONES

El MCST producido con la heurística p-MLC-m del grafo equivalente de la ZMQ es una solución al problema MLC, clasificado como NP-Duro. El diseño de las rutas de transporte público colectivo mediante el uso de técnicas de inteligencia artificial, como las heurísticas de optimización de enrutamiento geométrico, permite una traza eficiente de

las mismas. Si bien no son rutas óptimas, debido a la naturaleza del problema, sí se obtienen mejoras substanciales al diseño del periodo 2016-2021 de las rutas del transporte público colectivo de la ZMQ.

El MCST producido por la heurística p-MLC-m, no debe comprenderse como la configuración final de una red de transporte: es una guía que garantiza el recorrido más corto entre zonas de la ciudad de particular interés, que en este caso de estudio hacen referencia a la manera en que está distribuida la población; sin embargo, en otra configuración se podría hacer referencia a la distribución en el espacio de universidades, hospitales o centros comerciales, por ejemplo.

El MCST producido por la heurística p-MLC-m está basado en la totalidad de la ZMQ y puede ser subdividido en una cantidad distinta de rutas, en este caso se dividió en una ruta por distrito. Es posible que en un trabajo futuro se proponga una ruta con jerarquía mayor que conecte los distritos y después implementar el algoritmo p-MLC-M no a la totalidad de la ZMQ, sino de manera individual a cada distrito, en ese caso se producirían 7 distintos MCST y, por lo tanto, otras configuraciones de rutas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su apoyo durante toda esta investigación.

ACRÓNIMOS

- IEEQ Instituto Electoral del Estado de Querétaro
- INE Instituto Nacional Electoral
- IQT Instituto Queretano del Transporte
- MCST *Minimum Cost Spanning Tree*
- MLC *Minimum Length Corridor*
- p-MLC-M *Point - Minimum Length Corridor - Map*
- ZMQ Zona Metropolitana de Querétaro

REFERENCIAS

- [1] Bibliothèque nationale de France (2018). [Online]. Available: https://data.bnf.fr/12889967/compagnie_generale_des_omnibus_paris/#other-pages-databnf.
- [2] J. Stone, J. Dodson, P. Mees, M. Burkes, "The principles of public transport network planning: a review of the emerging literature with select examples," *Grith University: Urban Resarch Program*, vol. 15, 2011.
- [3] G. Thompson, J. Kooner, and R. Massman, *Fundamentals of Successful Transit, County of San Diego, San Diego*, 1976.
- [4] G. Nielsen, J. Nelson, C. Mulley, G. Tegner, G. Lind and T. Lange, "Public Transport Planning the Networks" *HiTrans Best Practice Guide 2*, 2005.
- [5] P. Mees, *A Very Public Solution: Transport in the Dispersed City*, Australia: Melbourne University Press, Melbourne, 2000
- [6] Instituto Queretano del Transporte, Programa Estatal de Transporte, Querétaro QRO., 2016
- [7] E. D. Demaine and J. O'Rourke, "Open problems from the 13th. Canadian Conference on Computational Geometry," *Proceedings of the 13th Canadian Conference on Computational Geometry*, 2000. [Online] Available: <http://theory.csail.mit.edu/~edemaine/papers/CCCG2000Open/>
- [8] H. L. Bodlaender, C. Feremans, A. Grigoriev, E. Penninkx, R. Sitters, and T. Wolle. "On the minimum corridor connection and other generalized geometric problems," *In Proc. 4th. WAOA*, vol. 4368 of LNCS.
- [9] A. González-Gutiérrez and T. F. González, "Complexity of the minimum length corridor problem", *Computational Geometry: Theory and Applications*, (2006), 72-103.
- [10] M. R. Garey and D. S. Johnson, *Computers and Intractability, A Guide to the Theory of NP-Completeness*, New York, U.S.A., W.H. Freeman and Company, 1979.
- [11] O. Cardozo, E. Gómez, M. Porras, "Teoría de grafos y sistemas de información geográfica", *Revista Transporte y territorio*, No. 1, 2009.
- [12] Anany Levitin, *The Design & Analysis of Algorithms*, 3rd Edition, New Jersey: Pearson, 2012.
- [13] A. González, "Meta-Heuristic Algorithms, Lecture #6: Minimum Cost Spanning tree", School of Engineering, Autonomous University of Querétaro, 2020

La presente edición especial de
Perspectivas de la Ciencia y la Tecnología
fue maquetada en Diseño Editorial de la Facultad de Ingeniería
de la Universidad Autónoma de Querétaro
por Alejandro Zamorano Gómez
El cuidado de la edición estuvo a cargo de
Daniela Pérez y Soid Lazlo Ruiz.
Se publicó en junio de 2021
en Santiago de Querétaro, Qro., México.

