

# **REDUCCIÓN Y EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS FACIALES EN IMÁGENES UTILIZANDO ANÁLISIS DISCRIMINANTE LINEAL (LDA) Y ANÁLISIS DEL COMPONENTE PRINCIPAL (PCA)**

---

Reduction and Extraction of Facial Features in Images Using Linear Discriminant Analysis (LDA) and Principal Component Analysis (PCA)

Francisco Emiliano Aguayo Serrano<sup>1</sup>, Jesús Carlos Pedraza Ortega<sup>1</sup>  
Marco Antonio Aceves Fernández<sup>1</sup>, Efrén Gorrostieta Hurtado<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad Autónoma de Querétaro

Autor de correspondencia  
microstudio.aguayo@gmail.com

## RESUMEN

En este trabajo de investigación se muestra la implementación de dos algoritmos para la reducción y la extracción de características en imágenes: el de Análisis del Componente principal (PCA) y el de Análisis Discriminante Lineal (LDA), en la base de datos pública conocida como Cohn-Kanade (CK+), como parte del avance del trabajo de investigación de la detección y clasificación de expresiones faciales con una Máquina de Soporte Vectorial (SVM). Se prueban estos dos algoritmos debido a que son los más utilizados en la literatura, donde se demuestra de forma empírica que realizan una buena reducción en la dimensión de los datos. En este trabajo, se reporta parte de la metodología empleada para la clasificación y detección de expresiones faciales, y se resalta la importancia de reducir la escala de los datos en un espacio dimensional. Resulta de gran relevancia saber si estos datos son realmente representativos del conjunto original, y si aportan imágenes que sean representativas de las expresiones que se busca clasificar (enojo, felicidad, tristeza, miedo, sorpresa, neutral). Se demuestra que, para este caso en específico, LDA lleva a cabo una mejor agrupación de los datos, porque se aporta una gran cantidad de imágenes que representan adecuadamente cada una de las expresiones faciales; además, se trata de un algoritmo supervisado.

**Palabras clave:** IAR, Reducción, Dimensionalidad, Extracción, PCA, LDA.

## ABSTRACT

This research paper shows the implementation of two algorithms for the reduction and extraction of characteristics in images: the Principal Component Analysis (PCA) algorithm and the Linear Discriminant Analysis (LDA) algorithm, in the public database known as Cohn-Kanade (CK +) as part of the progress of the research work on the detection and classification of facial expressions

with a Support Vector Machine (SVM). These two algorithms were chosen because they are the most used in the literature, where it is empirically demonstrated that they make a good reduction in the data dimension. This paper reports a part of the methodology used for the classification and detection of facial expressions, and remarks the importance of reducing the dimension of the data in a dimensional space. It is of great relevance to know if these data are really representative of the original set, and if they contribute with images that are representative of the expressions (anger, happiness, sadness, fear, surprise, neutral) to be compared. It is shown that for this specific case, LDA carries out a better grouping of data thanks to the fact that a large number of images that represent each of the facial expressions can be provided, additionally, it is a supervised algorithm.

**Keywords:** IAR, Dimensionality, Reduction, Extraction, PCA, LDA.

## INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se han propuesto diversas metodologías y estrategias para mejorar la clasificación de las expresiones faciales considerando 3 pasos generales: preprocesamiento, extracción de características y clasificación para imágenes 2D y 3D [1], [2], [3]. El reconocimiento de expresiones faciales es uno de los problemas más importantes para el ser humano, y al que se le ha puesto especial atención en la actualidad. Las expresiones faciales forman una pieza clave en la comunicación no verbal [4], y se ha demostrado que transmiten emociones e intenciones. Esta área es muy interesante y desafiante, ya que dichas expresiones son subjetivas e incluso parecidas en algunas situaciones; asimismo, ocasionan confusión cuando al momento de ser interpretadas. En los últimos años se han desarrollado diversos sistemas automáticos que ayudan a detectar diferentes expresiones faciales, este tipo de sistemas se caracterizan por realizar una estimación del estado emocional de una perso-



na. Tales sistemas realizan un entrenamiento a partir de un conjunto de imágenes, a las que se les aplica una etapa pre-procesamiento y, posteriormente, una extracción de características faciales. Dichas características se clasifican dentro de seis emociones consideradas como universales: felicidad, tristeza, enojo, disgusto, sorpresa y miedo; por último, se hace una predicción de la emoción que muestra la imagen. Esta técnica podría aplicarse en la publicidad, para analizar el rostro de una persona mientras visualiza ya sea un anuncio, un comercial de televisión o un producto en una tienda; también sería posible utilizarla como herramienta médica dirigida a personas con autismo o Alzheimer, donde resulta útil monitorear la expresión facial de un paciente ante un determinado estímulo, con el propósito de ayudar en el diagnóstico o seguimiento durante la enfermedad. Otra posible aplicación sería como herramienta en interrogatorios policíacos o en la evaluación psicológica de una persona.

Como ejemplo de un desarrollo de un marco de trabajo para la clasificación de expresiones faciales [5], se muestra la siguiente técnica, que consta de dos pasos: primero, una extracción de características y, posteriormente, su clasificación. A partir de una imagen de entrada, se localizan ciertos puntos de interés en un rostro con el propósito de dividirlo en siete triángulos, que serán los puntos de apoyo utilizados como descriptores base. Para la extracción de características locales y globales, se realiza una transformación de Fourier combinada con el algoritmo de Análisis Discriminante Lineal (LDA, por sus siglas en inglés), con la que se obtienen los discriminantes lineales. Después, en la parte de clasificación, se aplica un *kernel* propio en una Máquina de Soporte Vectorial (SVM, por sus siglas en inglés). Este marco de trabajo fue evaluado con las bases de datos JAFFE, Cohn-Kanade (CK) y FER-2013, donde se obtuvieron diferentes mediciones con éxito en cada una de las seis emociones evaluadas.

Una manera de implementar un sistema de reconocimiento de expresiones faciales,

es mediante la metodología [6]. En dicha metodología se aplica el algoritmo del Análisis del Componente Principal (PCA, por sus siglas en inglés) a una imagen recortada del rostro, con el objetivo de obtener sus componentes principales y reducir su dimensión. Después se lleva a cabo una extracción de características con ondas de Gabor o bien, con Patrones Locales Binarios (LBP por sus siglas en inglés). Una vez hecho esto, la información se almacena en una base de datos que luego se utiliza para realizar la clasificación de las expresiones con SVM, y así se predice en tiempo real la emoción que se muestra en la imagen (capturada con una cámara web). En el modelo propuesto se obtienen diferentes porcentajes de éxito en bases de datos públicas. Por el método de ondas de Gabor se obtuvo un porcentaje de 84.17 % en JAFFE, del 93.00 % en MMI, y del 85.83 % en Cohn Kanade. En la base de datos JAFFE se obtuvo el 88.00 %, un 88.16 % en MMI, y 96.83 % en Cohn Kanade, mediante la técnica de extracción de características LBP.

También es posible ver la implementación de un sistema automático de reconocimiento de expresiones faciales para rostros 3D en [7]. Aquí se combina la técnica de extracción de características faciales conocida como PCA, con un clasificador SVM. En dicho trabajo, se implementa un algoritmo SVM binario y otro multi-clase, con el fin de llevar a cabo la clasificación de las expresiones faciales. La tarea de extracción con 3D PCA se apoya del algoritmo Puntos de Referencia Medios (MLPs, por sus siglas en inglés), que ubica puntos en zonas del rostro y, a partir de estos puntos, realiza una alineación y extrae el rostro de una forma muy delimitada. En tal investigación se concluye que utilizar algoritmos de extracción de características, así como contar con un mayor número de rostros con más diversidad en las expresiones, es vital para llevar a cabo una mejor clasificación y ahorrar tiempo computacional. Por último, se muestra la posibilidad de mejora en el sistema, para clasificar expresiones en rostros

que muestran diferentes poses, grados de oclusión e iluminación.

En [8] se muestra una propuesta de esquema de tres pasos para un sistema de reconocimiento de expresiones faciales. El primer paso consiste en la extracción de características a través de la transformación ondulada tipo II (ripplelet-II), cuya implementación es híbrida, debido a que combina la extracción de características de apariencia y geométricas. El algoritmo ripplelet-II devuelve coeficientes de espacio dimensional alto, por tal motivo, en el segundo paso se combinan PCA y LDA con el fin de reducir la dimensión de los datos, esto devuelve un vector de 6 características y mejora el tiempo computacional. Como tercer y último paso, se clasifican las características mediante el algoritmo LS-SVM, donde se usa un kernel Función Radial Base (RBF, por sus siglas en inglés). Las pruebas y validaciones de este sistema se llevaron a cabo con bases de datos públicas conocidas como CK+ y JAFFE. A pesar de haber obtenido una tasa de éxito del 98.97 % y 99.46 % respectivamente, en dichas bases de datos públicas, no se documentan resultados con imágenes que no tengan condiciones de iluminación controladas; por ende, es de suponer que las imágenes de la vida real afectan el desempeño del sistema, esto demuestra la existencia de oportunidades de mejora.

La longitud de los datos a analizar es un problema en el rendimiento de muchos algoritmos de aprendizaje automático. Es por eso que el objetivo principal de este trabajo de investigación es reducir la cantidad de datos que un algoritmo

de aprendizaje máquina debe procesar. Se dice, entonces, que el conjunto de datos de entrada es  $d$ -dimensional, sin embargo, se busca proyectar un nuevo conjunto de datos  $k$ -dimensional, donde  $k < d$ , aquí es importante saber si el nuevo tamaño y el espacio de características representan bien a los datos. Para ilustrar lo anterior, se propone implementar dos algoritmos de extracción y reducción de características conocidos como Análisis del Componente Principal (PCA), propuesto por [9], y Análisis del Discriminante Lineal (LDA), propuesto por [10]. La investigación describe cada algoritmo para comprender su funcionamiento, y compara sus resultados con el propósito de tener un punto de partida para posteriormente elegir uno de ellos y aplicarlo a futuro con un algoritmo de clasificación; dichas implementaciones se basan en [11] para PCA y [12] para LDA.

## METODOLOGÍA

### Obtención de las imágenes

La primera adquisición de imágenes se realizó a partir de bases de datos públicas. La primera base de datos con la que se trabajó fue [13], conocida como Cohn-Kanade (CK+). Esta base de datos brinda una vasta colección de imágenes secuenciales de personas mostrando una expresión, tanto en forma de pose (no espontánea) como espontánea; se parte de una expresión que va de un estado neutral, hasta exhibir una expresión facial que denote una emoción en específico, tal y como se muestra en la figura 1.



**Figura 1.** Extracto de imágenes con signos de sorpresa de la base de datos pública Cohn-Kanade (CK+).



Esta base de datos tiene un número distinto de secuencias y expresiones en cada persona; asimismo, cada individuo cuenta con un número diferente de expresiones faciales denotando una misma emoción. Por ende, se decidió seleccionar de forma discrecional las imágenes que mejor representen una emoción en concreto. El procedimiento y criterios fueron los siguientes: 1) seleccionar tres imágenes de cada individuo que muestren diferentes intensidades de una emoción, 2) no tomar en cuenta que en cada tipo de expresión facial aparezca el mismo individuo (debido a la inconsistencia de la base de datos); 3) separar las imágenes tomando en cuenta únicamente las expresiones faciales.

Tal y como se muestra en la figura 2, se tienen separadas 66 imágenes del mismo tipo de emoción que reflejan 3 tipos de intensidades por persona: un total de 22 personas distintas mostrando una misma emoción con tres diferentes intensidades.

Tras haber extraído manualmente cada una de las imágenes de la base de datos Cohn-Kanade (CK+), se separaron dichas imágenes en 6 carpetas nombradas a partir del nombre de las emociones conocidas como enojo, felicidad, miedo, neutral, sorpresa y tristeza, tal y como se muestra en la figura 4. Así resultó una nueva base de datos con un total de 396 imágenes de 640 x 490 píxeles cada una.



**Figura 2.** Extracción de rostros con rasgos visibles de sorpresa.



**Figura 3.** Carpetas donde se almacenan las imágenes que forman la base de datos pública Cohn-Kanade (CK+).



**Figura 4.** Extracción de rostros con rasgos visibles de sorpresa.

## Extracción de rostros

Una vez obtenidas las imágenes en la etapa de adquisición, se procedió a la extracción del rostro de cada una de las imágenes de las bases de datos. Se desarrolló un algoritmo que realiza esta tarea de forma automática a partir del algoritmo propuesto por [14], las imágenes están almacenadas en el disco local en un directorio llamado BaseDeDatos. Dentro de este directorio se encuentran las demás carpetas con las imágenes clasificadas manualmente, tal como se muestra en la figura 3. Este algoritmo itera a través de cada una de las carpetas de la base de datos y procede a leer cada una de las imágenes que están almacenadas. Posteriormente, detecta el rostro y realiza un recorte de la zona de interés, la redimensiona a  $50 \times 50$  píxeles, la convierte a escala de grises y la almacena en la ubicación de salida. Al terminar de procesar todas las imágenes de una carpeta, se actualiza la ubicación de salida para guardar el siguiente conjunto de imágenes en otra carpeta y continuar con el proceso en el resto de carpetas e imágenes. El acervo total cuenta con 396 imágenes de  $50 \times 50$  píxeles, separadas en 6 carpetas.

Las razones para procesar las imágenes de esta forma fueron las siguientes:

- Detectar la zona del rostro ayuda a eliminar aquellas zonas de la imagen que no son relevantes para distinguir expresiones faciales.
- Una imagen de 2500 píxeles es una buena representación del rostro y no se pierde información relevante que ayude a identificar distintas expresiones faciales.
- A pesar de que algunas imágenes parecen estar en escala de grises, la imagen realmente tiene los 3 canales de color; al convertirla a escala de grises, se reduce considerablemente el tiempo de procesamiento.

## Preparar el conjunto de entrenamiento

El conjunto de nuevos datos formados consta de 396 filas y 2500 columnas. Las imágenes de  $50 \times 50$  píxeles forman las 2500 columnas, además se añade una columna de etiqueta adicional que es esencialmente una etiqueta de clase para indicar si la instancia de cada fila pertenece a una clase (1 enojo, 2 felicidad, 3 tristeza, 4 sorpresa, 5 miedo, 6 neutral). Cada componente de la fila contiene un valor entre 0 y 255, esto describe la intensidad de cada píxel, tal como se muestra en la figura 5.



	label	pixel0	pixel1	pixel2	pixel3	pixel4	pixel5	pixel6	pixel7	pixel8	...
83	2	34.0	23.0	21.0	24.0	19.0	21.0	31.0	31.0	40.0	...
84	2	58.0	73.0	53.0	31.0	35.0	28.0	19.0	19.0	19.0	...
386	6	62.0	83.0	79.0	76.0	77.0	53.0	49.0	53.0	53.0	...
387	6	62.0	80.0	79.0	81.0	76.0	59.0	48.0	51.0	53.0	...
388	6	65.0	80.0	79.0	82.0	75.0	63.0	49.0	53.0	55.0	...
389	6	53.0	65.0	67.0	66.0	56.0	36.0	15.0	14.0	13.0	...
390	6	54.0	68.0	65.0	65.0	54.0	31.0	15.0	15.0	13.0	...
391	6	55.0	67.0	66.0	62.0	50.0	24.0	14.0	15.0	16.0	...
392	6	23.0	23.0	22.0	25.0	32.0	37.0	41.0	43.0	74.0	...
393	6	24.0	19.0	20.0	23.0	27.0	34.0	40.0	39.0	71.0	...
394	6	22.0	20.0	20.0	27.0	30.0	39.0	41.0	41.0	70.0	...
395	6	127.0	134.0	87.0	63.0	63.0	55.0	39.0	64.0	88.0	...
0	1	1.0	63.0	38.0	50.0	47.0	34.0	34.0	35.0	46.0	...
1	1	64.0	82.0	56.0	40.0	50.0	48.0	33.0	30.0	41.0	...
2	1	61.0	73.0	41.0	43.0	49.0	38.0	31.0	35.0	41.0	...

Figura 5. Representación de las imágenes de la base de datos usada en forma de tabla.

## Análisis Discriminante Lineal

Es uno de los algoritmos supervisados más populares para la reducción de la dimensión de los datos en el preprocesamiento de grandes cantidades de información, que posteriormente es procesada por un algoritmo de clasificación de patrones o máquina de aprendizaje. El objetivo de este algoritmo es hacer una proyección de los datos originales dentro de un nuevo subespacio de características que sea de una menor dimensión, para lograr una buena reducción de la información y, al mismo tiempo, conseguir una mejor separación entre los datos.

Debido a que LDA toma en cuenta *a priori* la naturaleza de los datos —es decir, los clasifica antes—, maximiza la separación con el propósito de evitar el sobreajuste en el algoritmo de clasificación y, de esa manera, reduce los costos computacionales. La implementación del algoritmo de LDA puede ser resumida en los 5 pasos que se muestran a continuación:

1. Calcular los vectores promedio  $d$ -dimensional para cada clase  $\mu_i$ , así como el vector promedio de todas las imágenes  $\mu$ .

$$\mu_i = \frac{1}{n_i} \sum_{n \in D_i}^N x_k \quad (1)$$

Donde  $i$  representa la clase y  $x_k$  el elemento actual de la clase.

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2)$$

2. Calcular la matriz de dispersión dentro de la clase  $S_B$  y la matriz de dispersión entre clase  $S_W$ .

$$S_W = \sum_{i=1}^c \sum_{x \in X_i} (x_k - \mu_i)(x_k - \mu_i)^T \quad (3)$$

$$S_B = \sum_{i=1}^c N_i (\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T \quad (4)$$

3. Calcular los vectores propios y sus valores correspondientes de las matrices de dispersión.

$$Av = \lambda v \quad (5)$$

Donde  $A = S_W^{-1}S_B$ ;  $v$  es el vector propio y  $\lambda$  el valor propio.

4. Ordenar los vectores propios según el orden descendente de sus respectivos valores y elegir los  $k$  vectores propios con los valores más grandes para así formar la matriz  $W$  de  $d \times k$ , donde cada columna del vector  $W$  representa un vector propio.
5. Usar la matriz  $W$  para transformar los ejemplos (datos de entrada) en un nuevo subespacio de características. Para conseguir esto, se realiza la siguiente operación:  $Y = W \times X$ , donde  $X$  es la matriz  $d$ -dimensional que representa el conjunto de datos ( $n$  ejemplos), y  $Y$  es la matriz transformada de  $n$   $d$ -dimensional en un nuevo subespacio.

### Análisis del Componente Principal

El análisis del componente principal fue implementado por primera vez con fines de reconocimiento facial en [15]; se trata de un algoritmo no supervisado que realiza una transformación lineal. Dicha técnica tiene diversas aplicaciones, ya sea predicción de datos en mercado de valores, análisis de datos de expresión genética, reconocimiento facial, u otras. Al ser un algoritmo no su-

pervisado, el objetivo principal de PCA es identificar patrones en los datos, debido a que no se conoce su tipo *a priori*. El propósito de este algoritmo es encontrar una correlación entre las variables para separarlos y reducir el tamaño de los datos. Es decir, es posible declarar que PCA encuentra las direcciones de máxima varianza de datos de alta dimensión y los proyecta en un nuevo subespacio de características más pequeño, al mismo tiempo que conserva la mayor parte de la información, ya que el método PCA busca obtener las direcciones óptimas (vectores propios) que capturan la mayor varianza. En la figura 6 se muestran las 60 direcciones óptimas o ejes de componentes principales que se generaron con el método PCA en forma de imágenes para el conjunto de datos. Es imposible visualizar de una forma gráfica el primer componente desde el valor propio 1 hasta el valor propio 60, ya que se generan direcciones o componentes más complicados en la búsqueda para maximizar la varianza en el nuevo subespacio de características. La implementación del algoritmo de PCA puede ser resumida en los 4 pasos que se muestran a continuación:

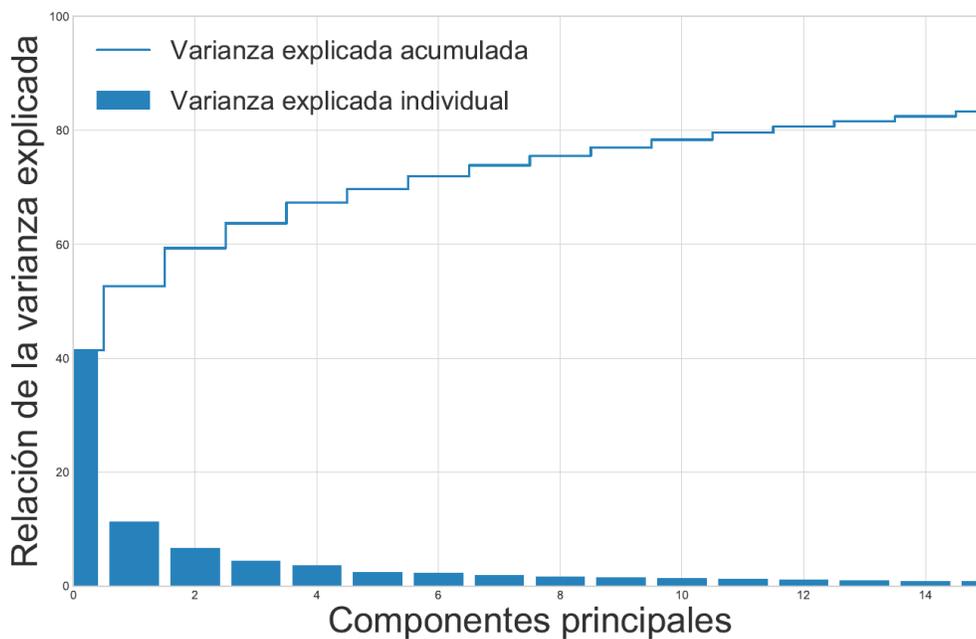
1. Obtener los vectores y valores propios de la matriz de covarianza o matriz de correlación.
2. Ordenar los valores propios en orden descendente y elegir los  $k$  vectores propios que corresponden a los  $k$  valores propios más grandes, donde  $k$  es el número de dimensiones del nuevo subespacio de entidad ( $k < d$ ).
3. Construir la matriz de proyección  $W$  de los  $k$  vectores propios seleccionados.
4. Transformar el conjunto de datos original  $X$  a través de  $W$ , para obtener un subespacio de característica  $k$ -dimensional  $Y$ .



**Figura 6.** Direcciones óptimas de los componentes principales que el algoritmo devuelve.

Los vectores propios son la dirección de la distorsión y los valores propios son el factor de escala para los vectores propios que describen la magnitud de la distorsión. Los vectores propios son importantes, ya que son los que forman los ejes del nuevo subespacio de características, y los valores propios de la magnitud son los nuevos ejes. En la figura 7, de las 2500 características o columnas

(píxeles), se muestra claramente que la mayor parte de la varianza es del 41.39 %, que puede explicarse sólo por el primer componente principal, el segundo componente principal contiene 11.28 % de información, mientras que el tercer componente contiene el 6.67 %. Los tres componentes juntos contienen el 63.72 % de la información.



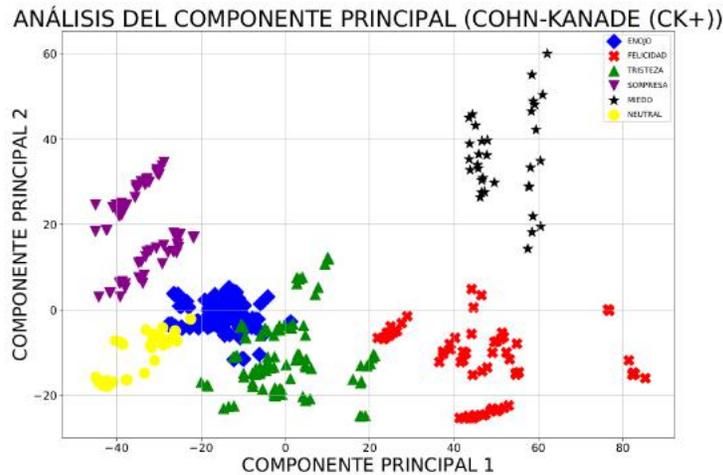
**Figura 7.** Distribución de las varianzas explicadas en los componentes principales.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

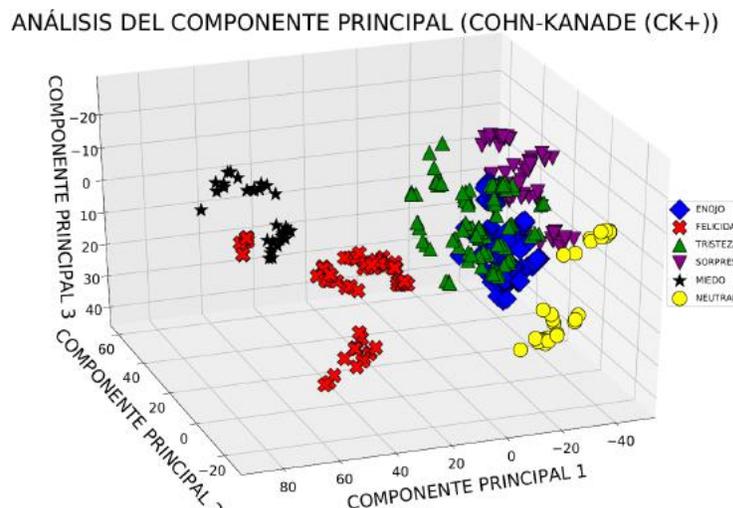
Tanto el Análisis discriminante lineal (LDA) como el PCA realizan una transformación lineal. PCA produce direcciones (componentes principales) que maximizan la varianza, mientras que LDA también busca encontrar las direcciones que maximicen la separación (discriminantes lineales) entre diferentes clases. LDA puede ser más útil en el problema de clasificación de patrones, debido a que PCA ignora las etiquetas de clase. En otras palabras, PCA proyecta todo el conjunto de datos en un subespacio de características diferentes, en cambio, LDA intenta determinar

un subespacio de características para distinguir entre patrones que pertenecen a diferentes clases.

En las figuras 8 y 9, es posible ver los primeros 2 y 3 componentes principales, respectivamente, que representan el 63.72 % de la información, dependiendo de los resultados que se deseen obtener. Como se sabe que PCA encuentra los ejes con la máxima varianza para todo el conjunto de datos, mientras que LDA intenta encontrar los ejes para la mejor capacidad de clase, en la práctica se realiza a menudo un LDA seguido de un PCA para la reducción de la dimensión de



**Figura 8.** Proyección de Cohn-Kanade (CK+) en un nuevo espacio de 2 dimensiones con PCA.



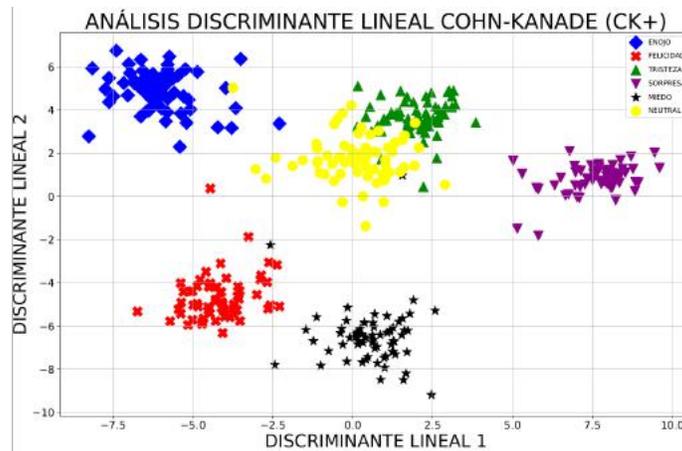
**Figura 9.** Proyección de Cohn-Kanade (CK+) en un nuevo espacio de 3 dimensiones con PCA.



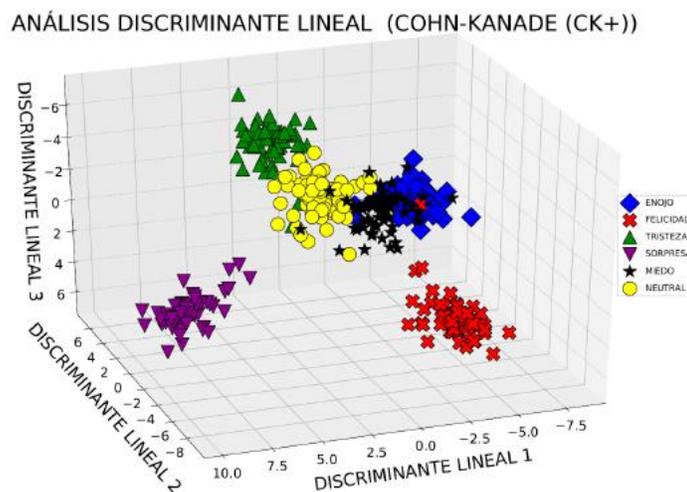
los datos. El objetivo de LDA es preservar la información de separación de clases sin dejar de reducir las dimensiones del conjunto de datos.

En la figura 10, es posible ver que los puntos de datos se agrupan mejor cuando se usa LDA, en comparación con la implementación de PCA con etiquetas de clase; ésta es una ventaja inherente para supervisar el método. Al contrastar las figuras 8 y 10, es claro que PCA representa la mayor variación en todo el conjunto de datos, mientras que el algoritmo

LDA y sus ejes explican la mayor variación entre las clases individuales. La implementación de LDA es muy similar a la de PCA, por lo cual se llama a los métodos de ajuste y transformación, que ajustan el modelo LDA con los datos, y luego se realiza una transformación mediante la reducción de dimensión de LDA. Sin embargo, dado que LDA es un algoritmo de aprendizaje supervisado, hay un segundo argumento que el usuario debe proporcionar para el método: las etiquetas de clase, es decir, las etiquetas de las emociones.



**Figura 10.** Proyección de Cohn-Kanade (CK+) en un nuevo espacio de 2 dimensiones con LDA.



**Figura 11.** Proyección de Cohn-Kanade (CK+) en un nuevo espacio de 3 dimensiones con LDA.

## CONCLUSIONES

El trabajo demostró que LDA fue superior a PCA al momento de reducir y extraer las características de las imágenes de la base de datos pública Cohn-Kanade (CK+), debido a que conocen las etiquetas de clase, aunque no siempre es así. Por ejemplo, en las comparaciones entre las precisiones de clasificación para el reconocimiento de imágenes, PCA tiende a superar a LDA si el número de muestras por clase es relativamente pequeño [16]. Varios experimentos en distintos trabajos muestran la superioridad de PCA sobre LDA, mientras que otros muestran lo contrario.

Cuando PCA supera a LDA, el número de muestras de entrenamiento por clase es pequeño, pero no es atípico de los tamaños de datos utilizados previamente por algunos investigadores.

Debido a que en este trabajo se reporta únicamente la parte de una metodología más compleja donde se busca detectar y clasificar expresiones faciales, la investigación se enfoca sólo en la extracción y reducción de las características en imágenes. Se plantea como trabajo futuro utilizar este avance como referencia; el siguiente paso es realizar una clasificación de expresiones faciales a través de una máquina de soporte vectorial con varios tipos de núcleos, y así llevar a cabo la detección de expresiones faciales en un sistema más elaborado.

## AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por la beca recibida durante los dos años en la Maestría en Ciencias de Inteligencia Artificial. Asimismo, a la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ) por el apoyo de la beca de inscripción durante el mismo periodo, así como por la infraestructura prestada. Por último, al investigador y profesor de tiempo completo, Dr. Jesús Carlos Pedraza Ortega, por dirigir este trabajo de investigación.

## REFERENCIAS

- [1] S. Li, W. Deng, "Deep facial expression recognition: A survey," *arXiv preprint arXiv:180408348*, 2018.
- [2] I.M. Revina and W.S. Emmanuel: "A survey on human face expression recognition techniques", *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences*, 2018.
- [3] F. Nonis, N. Dagnes, F. Marcolin and E. Vezzetti, "3d approaches and challenges in facial expression recognition algorithms: A literature review", *Applied Sciences*, vol. 9, no.18, pp. 3904, 2009.
- [4] Y. O. López, *Inteligencia emocional*. México D. F.: Plaza y Valdes, 2000.
- [5] J. H. Shah, M. Sharif, M. Yasmin, and S. L. Fernandes, "Facial expressions classification and false label reduction using lda and threefold svm," *Pattern Recognition Letters*, 2017.
- [6] S. Bellamkonda and N. Gopalan, "A facial expression recognition model using support vector machines" *Int. Jour. of Math. Sci. Comp.*, vol 4, pp. 56-65, 2018.
- [7] M. J. Leo and S. Suchitra, "Svm based expression-invariant 3d face recognition system," *Procedia computer science*, vol. 143, pp. 619–625, 2018.
- [8] N. B. Kar, K. S. Babu, A. K. Sangaiah, and S. Bakshi, "Face expression recognition system based on ripplelet transform type ii and least square svm," *Multimedia Tools and Applications*, vol. 78, no. 4, pp. 4789–4812, 2019.
- [9] S. Wold, K. Esbensen, and P. Geladi, "Principal component analysis chemometrics and intelligent laboratory systems 2," in *IEEE Conference on Emerging Technologies & Factory Automation Efta Volume*, vol. 2, no. 2, 1987.
- [10] R. A. Fisher, "The use of multiple measurements in taxonomic problems," *Annals of eugenics*, vol. 7, no. 2, pp. 179–188, 1936.
- [11] S. Raschka, *Python machine learning*. Packt Publishing Ltd, 2015.
- [12] S. Raschka, "Principal component analysis in 3 simple steps," Sebastianraschka.com, (Retrieved October, 2015).



[13] T. Kanade, J. F. Cohn, and Y. Tian, "Comprehensive database for facial expression analysis," in *Proceedings Fourth IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition (Cat. No. PR00580)*. IEEE, pp. 46–53, 2000.

[14] P. Viola and M. Jones, "Rapid object detection using a boosted cascade of simple features," *CVPR(1)*, vol. 1, no. 511-518, p. 3, 2001.

[15] K. Pearson, "LIII. on lines and planes of closest fit to systems of points in space," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 2, no. 11, pp. 559–572, 1901.

[16] A. C. Kak and A. Martinez, "Pca versus lda," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 23, no. 2, pp. 228–233, 2001.

