

VARIABILIDAD DE LA ENERGÍA DE OLA POR MEDIO DEL ESPECTRO DE PIERSON-MOSKOWITZ PARA EL ANÁLISIS DE PLATAFORMAS MARINAS

Wave energy variability based on the Pierson-Moskowitz spectrum for offshore platform analysis

Iván Fermín Arjona Catzim^{1*}, Jaime Moisés Horta Rangel¹,
Guadalupe Moisés Arroyo Contreras¹, Miguel Ángel Pérez Lara y Hernández¹,
Carlos Alberto Pedro Rivas Nieto¹, Emmanuel Valencia Jiménez¹

¹Universidad Autónoma de Querétaro

*Autor de correspondencia:
ivan.arjona90@gmail.com

RESUMEN

A diferencia de las estructuras en tierra firme, una plataforma marina se encuentra expuesta a condiciones climáticas extremas, debido principalmente a los vientos intensos y el oleaje que estos generan. El presente trabajo forma parte de un proyecto de investigación que pretende conocer los efectos dinámicos simultáneos causados por las condiciones mencionadas anteriormente sobre una plataforma tipo Jacket. Se analizaron las variaciones de la intensidad del viento a lo largo del tiempo al considerar dos alturas de referencia respecto al nivel medio del mar (msnmm), así como sus efectos sobre la densidad de energía de una ola, obtenidas a través del espectro de Pierson-Moskowitz. Por lo anterior, fueron planteados dos casos de estudio: el primero (Caso A) considera las acciones del viento a una altura de 10.00 msnmm, mientras que el segundo (Caso B) se establece a 19.50 msnmm. La ventana de tiempo se determinó entre 1 y 3600 segundos, conforme a las recomendaciones del American Petroleum Institute (API 2A - WSD), y en concordancia con la ecuación establecida por estos para perfiles de vientos y ráfagas. Las velocidades iniciales del viento son las proporcionadas por Petróleos Mexicanos (PEMEX) para tormentas de invierno y huracanes, en las NRF-003-PEMEX-2007 para una profundidad media de 66.10 m. Los resultados sugieren que existe una diferencia importante en la energía contenida en la ola del Caso A con respecto al Caso B, teniendo diferencias de un 20% aproximadamente. Asimismo, se observó una variación significativa entre las frecuencias pico obtenidas en ambos casos, principalmente en los segundos finales.

Palabras clave: estructura costa afuera, Plataforma Jacket, perfil de viento, espectro de Ola, Pierson-Moskowitz

ABSTRACT

Unlike inland structures, an offshore platform is a structure exposed to extreme weather conditions, mainly due to the strong winds and the waves they generate. This work is part of a research project that aims to know the simultaneous dynamic effects caused by the conditions mentioned above on a jacket platform. In it, the variations in wind intensity over time were analyzed considering two reference heights with respect to mean sea level (MSL), as well as the effects they have on the energy density of a wave, obtained through the Pierson-Moskowitz spectrum. The first case (Case A) considers the effects of wind at a height of 10.00 m MSL, while the second (Case B) is set at 19.50 m MSL. The time window was established between 1s and 3600s according to the recommendations of the American Petroleum Institute (API 2A-WSD) and in accordance with the equation established by them for wind and gust profiles. The initial wind speeds are those provided by Petróleos Mexicanos (PEMEX) for winter storms and hurricanes, in NRF-003-PEMEX-2007 for an average depth of 66.10 m. The results suggest that there is an important difference in the energy contained in the wave in Case A with respect to Case B, with differences of approximately 20%. A significant variation was also observed between the peak frequencies obtained in both cases, mainly in the final seconds.

Keywords: offshore structure, Jacket platform, wind profile, wave spectrum, Pierson-Moskowitz

INTRODUCCIÓN

Una plataforma marina o costa afuera es toda aquella que se encuentra sin conexión permanente a tierra firme y que, por el he-



cho de estar ubicadas en un ambiente oceánico, se expone a condiciones ambientales extremas. Aunque están destinadas principalmente a la exploración y producción de hidrocarburos, su uso no es limitativo, al tener aplicaciones militares, de comunicación y, recientemente, en el campo de la generación de energía. Por otra parte, estas estructuras deben ser concebidas de tal forma que puedan ser construidas en tierra para posteriormente ser transportadas e instaladas en su lugar de operación [1].

De forma general, las cargas a las que está expuesta una plataforma marina se pueden dividir en: cargas muertas, cargas vivas, de construcción e instalación, de operación, térmicas, sísmicas, accidentales (por impacto de embarcaciones) y ambientales. En esta última destacan las cargas por viento, por oleaje y corrientes submarinas. Cabe mencionar que, debido a la naturaleza de su ubicación, es necesario considerar de forma adicional los efectos de empuje vertical y amortiguamiento ejercidos por el mar sobre la estructura sumergida [2].

En lo que refiere al viento, éste juega un papel importante en el estudio de plataformas costa afuera. Por un lado, el considerar u omitir sus acciones en el análisis estructural puede hacer variar los desplazamientos totales en un 10% aproximadamente, por el otro, las fuerzas del oleaje que inciden sobre la subestructura de la plataforma tienen una relación directa con el viento que las genera, por lo que, al aumentar su velocidad se espera un aumento en las cargas por oleaje [3].

El presente artículo de investigación tiene como objetivo determinar la influencia del tiempo en la intensidad de la velocidad del viento al considerar dos alturas convencionales de referencia (10.00 m y 19.50 m) con respecto al nivel medio del mar, así como al conocer la influencia que generan estos cambios en la velocidad sobre la densidad de energía de una ola, calculada por medio

del espectro de Pierson-Moskowitz y relacionada con la transmisión de fuerzas a la estructura. Por tal motivo, tanto los valores de tiempo utilizados como la ecuación para "Perfiles de viento y ráfagas" se tomaron siguiendo las recomendaciones del American Petroleum Institute en [4].

MARCO TEÓRICO

Descripción del problema

Como se mencionó anteriormente, por su ubicación, las plataformas marinas se encuentran expuestas a situaciones extremas causadas principalmente por el ambiente marino. Si bien los métodos de análisis tradicionales se enfocan en resolver el problema en forma estática y desacoplada, es decir, analizando los efectos que actúan en la subestructura de forma independiente a los de la superestructura, en la realidad no es así, ya que el viento y el oleaje tienen una fuerte dependencia.

Por tales motivos, se ha planteado un proyecto de investigación enfocado en analizar de forma dinámica el comportamiento de una plataforma metálica costa afuera tipo Jacket, al tener en cuenta las acciones simultáneas del viento y el mar sobre toda la estructura (véase Figura 1). Se propone su ubicación en una de las zonas de interés de PEMEX denominada Activo de Explotación Litoral de Tabasco y delimitada por las coordenadas N 19°, W 93°30', N 18°26' y W 92°, a una profundidad promedio de 66.10 m con respecto al nivel medio del mar. Con base en esta información, es posible establecer parámetros iniciales indispensables para el estudio de estructuras en ambientes marinos como son: altura de ola, velocidad máxima promedio del viento a 10 msnmm, en una hora, marea de tormentas, velocidad de corriente, marea astronómica y periodo de ola [5].

Cabe mencionar que los efectos del viento y el mar no son constantes a lo largo del tiempo, por lo tanto, sería necesario el uso de mediciones in situ que nos permitan conocer el comportamiento real de dichos fenómenos, no obstante, en muchas ocasiones esta información no se encuentra disponible. Por otra parte, es posible realizar aproximaciones relativamente aceptables a través de ecuaciones basadas en modelos estadísticos, sin embargo, pueden llegar a ser muy sensibles a los datos de entrada [6]. Con base en lo anterior se plantea el presente artículo, con el objetivo de conocer la influencia de dichas variaciones en el tiempo sobre la magnitud de la velocidad del viento y, subsecuentemente, en la frecuencia fundamental de una ola.

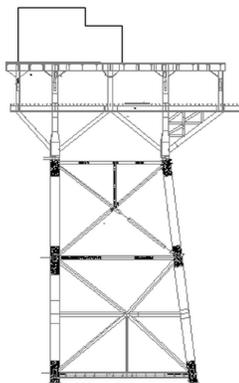


Figura 1. Vista lateral plataforma tipo Jacket propuesta para la investigación.
Fuente: Elaboración propia.

Velocidad y cargas de viento

En principio, las cargas de viento para estructuras costa afuera pueden ser estimadas a partir de los modelos de tierra firme, con la particularidad de que la rugosidad en mar abierto es menor a la presente en tierra, dando como resultado una variación más lenta en el perfil de viento como se puede ver en la Figura 2 [7]. Adicionalmente, se ha

encontrado que, para cualquier localización, la velocidad del viento fluctúa tanto en intensidad como en forma a través del tiempo. Por tal motivo, el periodo de tiempo a elegir para cada estudio debe considerar el tiempo mínimo que tarda en reaccionar la estructura, el cual dependerá a su vez de su forma y tamaño [8].

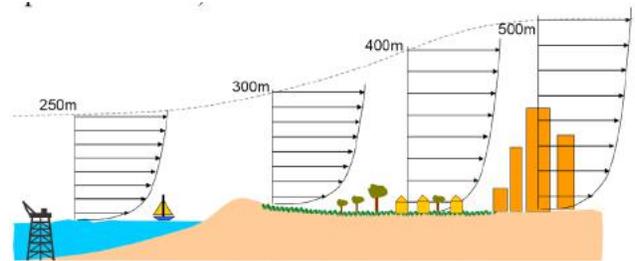


Figura 2. Perfiles de viento para diferentes rugosidades del terreno. En la imagen se puede observar que para una misma velocidad del viento son necesarias diferentes alturas dependiendo de la rugosidad [7].

Para el caso de una plataforma marina, se considera que las fuerzas del viento actúan directamente sobre la porción de la subestructura que se encuentra fuera del mar, así como en la totalidad de la subestructura y sus componentes. La velocidad del viento puede clasificarse en: i) ráfagas con duración promedio menor a un minuto y ii) vientos sostenidos con duración mayor a un minuto. Al tener en cuenta lo anterior, el API nos proporciona una serie de ecuaciones con las cuales podemos ajustar la velocidad del viento para cualquier elevación o duración, que se muestra en las Ecuaciones 1-4 [4].

$$u(z, t) = U(z) \times [1 - 0.41 \times Iu(z) \times \ln(\frac{t}{t_0})] \quad (1)$$

$$U(z) = U_0 \times [1 + C \times \ln(\frac{z}{32.8})] \quad (2)$$

$$C = 5.73 \times 10^{-2} \times (1 + 0.0457 \times U_0)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$Iu(z) = 0.06 \times [1 + 0.0131 \times U_0] \times (\frac{z}{32.8})^{-0.22} \quad (4)$$



Donde $u(z,t)$ es la velocidad de diseño del viento a una altura z (ft) sobre el nivel medio del mar correspondiente a un periodo promedio de tiempo t (s) y que varía de $t=1$ hasta $t_0=3600$ segundos, $U(z)$ (ft/s) es la velocidad promedio del viento a una hora a la altura z (ft) elegida, C es un factor adimensional, $I(z)$ corresponde a la intensidad de la turbulencia a la altura z (ft) seleccionada y U_0 (ft/s) es la velocidad promedio del viento en una hora a 32.8 ft con respecto al nivel del mar. La selección del periodo de tiempo puede basarse en las recomendaciones dadas por API, que se muestran en la Tabla 1 [4].

Tabla 1. Recomendaciones para la selección del periodo de tiempo t (s) [4].

Tiempo (s)	Recomendación
3	Apropiado para determinar las cargas estáticas máximas en elementos pequeños.
5	Adecuado para calcular las cargas totales en elementos cuya máxima dimensión horizontal es menor a 50m.
15	Adecuado para calcular las cargas estáticas totales en elementos cuya máxima dimensión horizontal es mayor a 50m.
60	Apropiado para determinar las cargas estáticas máximas por viento en la superestructura, asociadas a las fuerzas máximas de oleaje en estructuras con respuestas dinámicas a la excitación del viento pero que no requieren un análisis dinámico completo.
3600	Recomendada para obtener las cargas máximas estáticas asociadas a las fuerzas máximas de oleaje en estructuras con respuesta dinámica al viento despreciable.

Descripción espectral de una ola

Al igual que con el viento, en la realidad no existen olas con igual periodo y amplitud a lo largo del tiempo. En un tren de olas se presentan diferentes alturas, frecuencias y perfiles que varían según la dirección que tomen a

partir de la zona de generación, así como por los fenómenos de refracción, debido principalmente al cambio de profundidades en el fondo marino, o de reflexión, definida como el rebote parcial o total de la energía de ola al incidir en un obstáculo [9]. Por lo anterior, se han desarrollado diferentes teorías que tratan de representar de forma cada vez más precisa el comportamiento de las partículas de agua de una ola a partir de suposiciones que facilitan la aproximación a las condiciones antes mencionadas (véase Apéndice) [10].

Por otro lado, es posible obtener una descripción espectral del comportamiento estocástico del mar, ya que se ha encontrado una relación entre éste y la frecuencia de la ola f (Hz) [7]. Un espectro se puede definir como una expresión gráfica de un registro de valores máximos de un fenómeno. De este modo, es posible plantear el Espectro de Energía de Oleaje como la suma de ondas senoidales con diferentes frecuencias. Es importante mencionar que la mayoría de estos modelos contemplan condiciones de mar totalmente desarrolladas, es decir, que abarcan teóricamente la totalidad de los periodos dentro de un intervalo $(0, \infty)$ [11]. Entre los diferentes espectros de oleaje podemos mencionar el Espectro de Pierson-Moskowitz y el de la Joint North Sea Wave Project (JONSWAP, por sus siglas en inglés), sin embargo, este último está calibrado para el Mar del Norte, por lo que el primero es el más adecuado para las condiciones planteadas en este proyecto de investigación. El Espectro de Pierson-Moskowitz tiene la particularidad de estar calibrado para velocidades del viento a 19.50 m, $U_{19.5}$ (m/s), y se describe por medio de la Ecuación 5 [12].

$$S(f) = \frac{\alpha g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp \left[\frac{-5}{4} \left(\frac{f_{PM}}{f} \right)^4 \right] \quad (5)$$

Donde $S(f)$ (m^2s) es el espectro de energía de ola para diferentes frecuencias f (Hz), g (m/s^2) es la aceleración de la gravedad y se considera

como $g=9.81 \text{ m/s}^2$, α es una constante adimensional obtenida a partir de la Ecuación 6 [2], y f_{PM} (Hz) es la frecuencia pico de Pierson-Moskowitz y está definida por Ecuación 7 [13].

$$\alpha = 4\pi^3 \left(\frac{H_s}{gT_0^2} \right)^2 \quad (6)$$

$$f_{PM} = \frac{0.137g}{U_{19.5}} \quad (7)$$

Donde H_s (m) es la altura de ola significativa y T_0 (s) es el periodo promedio de la ola, sin embargo, es aceptado de forma convencional un valor de $\alpha=8.1 \times 10^{-3}$ [7]. Adicionalmente, para determinar las fuerzas que actúan sobre un elemento estructural expuesto a las acciones de una ola, es necesario establecer la varianza total del espectro de oleaje (EPM), la cual es equivalente al área bajo la curva y se expresa por medio de la Ecuación 8 [12].

$$E_{PM} = \frac{\alpha g^2}{5(2\pi f_{PM})^4} \quad (8)$$

Donde g (m/s) y f_{PM} (Hz) representan las mismas variables que en las ecuaciones anteriores. Cabe mencionar que, la importancia de calcular adecuadamente la frecuencia pico del espectro recae en que nos permite conocer en primera instancia si nuestra estructura corre riesgo de entrar en resonancia, al coincidir la frecuencia fundamental de ésta con la de la ola.

MATERIALES Y MÉTODOS

A continuación, se describe el procedimiento seguido para cumplir con el objetivo planteado en el presente trabajo, al partir de obtener los perfiles de viento y ráfagas para posteriormente determinar las frecuencias

pico asociadas a dichas velocidades. Finalmente se establece la variación en la densidad de energía de ola para cada uno de los tiempos recomendados por el API [4].

Determinación de perfiles de viento y ráfagas

Inicialmente se plantearon dos casos de estudio denominados Caso A, asociado a una altura de referencia $z=10.00$ msnmm, y Caso B, en el cual se considera un valor de $z=19.50$ msnmm. Dichas elevaciones fueron seleccionadas por ser los valores a los que están calibrados los modelos matemáticos utilizados para el estudio del comportamiento del viento y el mar. Como se mencionó anteriormente, es posible obtener la velocidad del viento a cualquier altura y tiempo a partir de otra velocidad de referencia, por medio de las Ecuaciones 1-4. Con estas consideraciones, se generaron los perfiles de viento correspondientes a los casos de estudio, partiendo de los valores de entrada para tormentas de invierno y huracanes proporcionados en [5] para la zona de interés definida anteriormente, a una profundidad promedio de 66.10 m que fue medida mediante el nivel de aguas tranquilas (véase Tabla 2).

Tabla 2. Parámetros iniciales para el diseño de una plataforma ubicada en el Activo Zona Litoral de Tabasco [5].

Parámetro	Valor recomendado
Velocidad del viento a 10m U_0 (m/s)	32.17
Altura máxima de la ola H_{Max} (m)	17.20
Periodo de la ola T (s)	12.18

A partir de dichos datos se evaluaron los perfiles correspondientes a los dos casos de estudio en un periodo comprendido entre $1 \leq t$ (s) ≤ 3600 . Lo anterior con la intención de tener un panorama completo de lo que ocurre



con la velocidad del viento desde que es generado hasta transcurrir una hora y, de esta forma, establecer un criterio claro para la selección adecuada del periodo de tiempo promedio a utilizar en posteriores trabajos.

Frecuencia pico y espectro de Pierson-Moskowitz

Una vez conocidos los perfiles de viento para los dos casos planteados, se procedió a conocer el comportamiento de las frecuencias pico relacionadas a la velocidad del viento a cada instante de tiempo. Cabe mencionar que el valor de la velocidad del viento en la Ecuación 7 se establece para $z=19.50$ m, sin embargo, se evaluó también para $z=10.00$ m, con la finalidad de establecer las diferencias que se presentan al utilizar una altura de referencia diferente.

Finalmente, se calcularon los espectros de Pierson-Moskowitz al tener en cuenta las frecuencias pico correspondientes a los valores de $t(s)=3, 5, 15, 60$ y 3600 , tanto para el Caso A como para el Caso B. Lo anterior se llevó a cabo con la intención de determinar la variación que puede existir en la densidad de la energía de ola, asociada a la selección de un adecuado periodo de tiempo, así como la altura a la cual se mide. Ya que lo anterior repercutiría directamente sobre la transmisión de cargas de la ola a la estructura, al formar parte de las variables involucradas en las ecuaciones de transferencia de fuerzas del oleaje.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se presentan los resultados obtenidos siguiendo la metodología planteada en los apartados anteriores. En la Figura 3 se pueden encontrar los perfiles de viento para los Casos A y B, con respecto a $t(s)$. En ella se observa que existe una dis-

minución en la velocidad del viento conforme va aumentando el tiempo, lo que es más notorio en el primer minuto, presentándose una diferencia de aproximadamente 15% con respecto a los valores en $t(s) = 1$. Dicho comportamiento se puede explicar gracias al término exponencial en las Ecuaciones 1 y 2. En la primera, implica que si el cociente $t/t_0 \leq 1s$ se generará un factor de amplificación sobre $U(z)$, mientras que, al superar dicho valor, el factor pasará a ser de reducción. Para la segunda, si $z(m)$ se encuentra más cerca al nivel del mar y por debajo de los 10 m, implicaría que la velocidad en ese punto sea menor a aquellas ubicadas a elevaciones $z(m)$ mayores a 10 m. Por otra parte, se observa que la diferencia entre la velocidad, en ambos casos, al considerar un mismo valor de tiempo, aumenta de un 5% para $t(s)=1$ hasta un 8% en $t(s)=3600$.

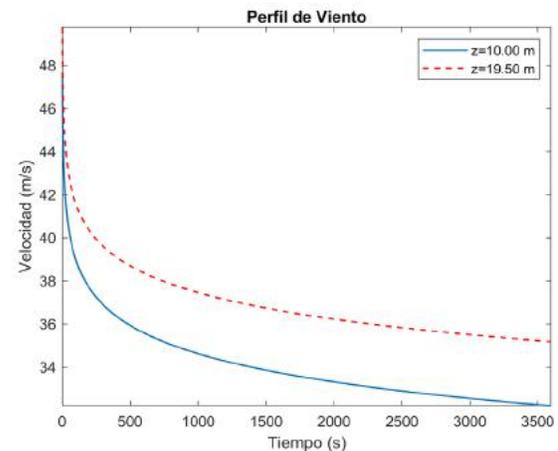


Figura 3. Perfiles de viento para valores de $z(m)$ constantes y valores de $t(s)$ variables, obtenidos por el autor.

Con respecto a la frecuencia pico, podemos observar que, conforme va aumentando el tiempo, también lo hacen los valores (véase Figura 4). Esto corresponde a los resultados obtenidos de los perfiles de viento, ya que las frecuencias son inversamente proporcionales a la velocidad. Dicho comportamiento

corresponde a lo esperado en la realidad, ya que, al aumentar la intensidad de la velocidad del viento, se espera una mayor excitación de las partículas de agua, lo cual se refleja en olas con mayor amplitud y de menor frecuencia. Adicionalmente, se puede mencionar el hecho de que, al igual que en los perfiles de viento, las variaciones entre los valores del Caso A y Caso B tienen un comportamiento exponencial, presentando diferencias de entre un 5% al inicio para llegar a un 8% en los segundos finales.

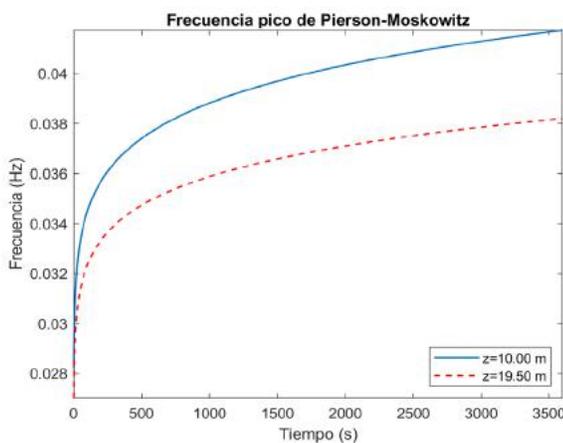
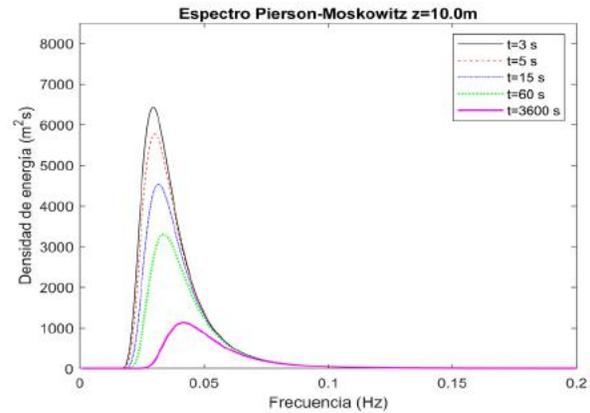


Figura 4. Frecuencia pico de Pierson-Moskowitz para velocidades asociadas a $z=10.00\text{m}$ y $z=19.50\text{m}$ y $t(\text{s})$ variable, obtenidas por el autor.

Por otra parte, los resultados obtenidos en la densidad de energía de la ola, reflejan una importante diferencia al variar tanto la duración del viento como la elevación de referencia (véase Figura 5). Con respecto al tiempo, podemos mencionar que existe una disminución en la densidad de energía máxima alcanzada en el espectro para cada una de las magnitudes de $t(\text{s})$ seleccionadas, llegando a valores máximos en los primeros segundos y disminuyendo su magnitud hasta cinco veces en los segundos finales. En cuanto a la altura de referencia, se puede observar que, para mismos valores de tiempo, las magnitudes del Caso A son sustancialmente ma-

yores, logrando alcanzar valores hasta 20% superiores.

a)



b)

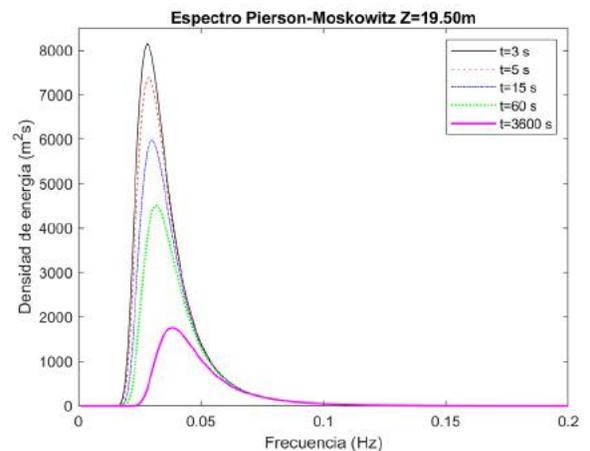


Figura 5. Espectros de Pierson-Moskowitz para velocidades asociadas a a) $z=10.00\text{m}$ y b) $z=19.50\text{m}$ a diferentes valores de $t(\text{s})$, obtenidas por el autor.

CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos es posible establecer una relación entre la densidad de energía de una ola y la velocidad del viento para diferentes periodos promedio tiempo. De forma general se puede decir que, debido a que para valores de $t(\text{s})$ iniciales, es decir, $t(\text{s})=3, 5$ y 15 , la densidad de energía es mayor que las presentes en $t(\text{s})=60$ y



3600. Es de suma importancia elegir un valor promedio de $t(s)$ adecuado para el elemento que estemos analizando, con mayor razón si se trata de estructuras sensibles a los efectos dinámicos del viento, como es el caso de las plataformas flotantes. Cabe mencionar la importancia que tiene la correcta selección de la altura de referencia, ya que como se observó en la Figura 5, aun considerando un mismo valor de tiempo, los valores obtenidos pueden variar significativamente, con una diferencia del 20% aproximadamente.

Con referencia a las frecuencias pico, se concluye que, al depender principalmente de la velocidad de viento, éstas tendrán un comportamiento asociado al que presente el perfil de viento utilizado para su obtención. Se encontró una diferencia de un 5% a un 8% entre los casos estudiados. Por otra parte, los valores máximos de las frecuencias, de 0.028 a 0.041 Hz, quedan fuera de las frecuencias esperadas para una plataforma tipo Jacket.

Finalmente, es necesario recalcar la sensibilidad de los modelos utilizados tanto para conocer los perfiles de viento como los espectros de oleaje, ya que, para variaciones relativamente pequeñas en el tiempo y por consiguiente la velocidad del viento, pueden obtenerse resultados con diferencias significativas.

APÉNDICE

Debido al comportamiento irregular del oleaje, se han desarrollado diversas teorías con el objetivo de conseguir resultados aproximados a la realidad. Éstas se diferencian entre sí por las simplificaciones adoptadas para definir el perfil de una ola, las cuales se basan principalmente en asumir que la superficie libre de la ola mantiene su forma permanentemente, lo que significa que no existen corrientes subyacentes y que no están contaminadas. Adicionalmente se tiene

en cuenta que la dirección de propagación es horizontal, que el fluido es incompresible y no viscoso, y que el flujo es irrotacional [3].

Con base en lo anterior, es posible obtener un potencial de velocidad (ϕ) asociado a las partículas de agua, sujeta a que la superficie satisfaga la forma lineal de la ecuación de onda de Laplace (Ecuación 9), considerando un plano XZ [10].

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (9)$$

La Ecuación 9 puede ser resuelta al tener en cuenta las siguientes condiciones de frontera:

-Interfaz Aire-Agua: esta contempla dos condiciones, la primera, denominada condición cinemática, establece que la velocidad de la partícula de agua debe ser tangencial a la superficie (η) (véase Ecuación 10). La segunda, llamada condición dinámica, plantea que la presión en la superficie libre, expresada en términos de la ecuación de energía de Bernoulli, es constante (véase Ecuación 11) [3].

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = \eta \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] = f(t) \quad \text{en } z = \eta \quad (11)$$

- Al lecho marino: considera que en el fondo marino la velocidad vertical es cero (véase Ecuación 12).

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = -d \quad (12)$$

Las componentes verticales y horizontales de la velocidad y la aceleración de las partículas de agua en función del potencial de velocidad se pueden expresar por medio de las Ecuaciones 13-16 [3].

$$V_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (13)$$

$$V_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (14)$$

$$a_x = \frac{\partial v_x}{\partial t} \quad (15)$$

$$a_z = \frac{\partial v_z}{\partial t} \quad (16)$$

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por proveer los fondos para llevar a cabo esta investigación. Asimismo, agradecen a la Universidad Autónoma de Querétaro, en especial a la Dirección de Investigación y Posgrado de la Facultad de Ingeniería por hacer posible realizar este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] T. H. Dawson, *Offshore Structural Engineering*, 1st ed. USA: Prentice-Hall, Inc., 1983.
- [2] C. A. Brebbia and S. Walker, *Dynamic Analysis of Offshore Structures*, 1st ed. London, UK, 1979.
- [3] A. Mohamad, A. Al-Kadhimi, and M. Shaker, "Dynamic Behavior of Jacket type Offshore Structure," *Jordan J. Civ. Eng.*, vol. 6, no. 4, pp. 412–419, 2012.
- [4] API, *Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms -Working Stresss Design*, 21st ed. Washington, D.C., US: API Publishing Services, 2007, p. 274.
- [5] PEMEX, *Diseño y Evaluación de Plataformas Marinas Fijas en el Golfo de México*. Mexico, 2008, p. 82.

[6] T. Sarpkaya, *Wave Forces on Offshore Structures*, 1st ed. New York,US: Cambridge University Press, 2010.

[7] N. Haritos, "Introduction to the Analysis and Design of Offshore Structures-An Overview," *Electron. J. Struct. Eng.*, vol. 7, pp. 55–65, 2007.

[8] B. J. Muga and J. F. Wilson, *Dynamic Analysis of Ocean Structures*, 1st ed. New York,US: Plenum Press, 1970.

[9] K. G. Ocaña Espinosa de los Montero, "Modelación Física de Rompeolas Sumergidos con Oleaje Irregular," Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 2010.

[10] T. Sarpkaya and M. Isaacson, *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*, 1st ed. Van Nostrand Reinhold Company, 1981.

[11] A. Frias and G. Moreno, *Ingeniería de Costas*. México: Limusa México, 1988.

[12] S. Group, *Ocean Wave Modeling*, 1st ed. Boston, MA: Springer Science & Business Media, 1985.

[13] N. Haritos, "Modelling ocean waves and their effects on offshore structures," in *Australian Earthquake Engineering Society 2010 Conference*, 2010, pp. 1–7.