

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LAS CARACTERÍSTICAS ESTÁTICAS DE COJINETES DE GAS POROSO MEDIANTE EL MODELO DARCY-FORCHHEIMER

NUMERICAL ANALYSIS OF THE STATIC
CHARACTERISTICS OF POROUS GAS BEARINGS
USING THE DARCY-FORCHHEIMER MODEL

Azael Sadi Durán Castillo*
Juan Carlos Jáuregui Correa

Universidad Autónoma de Querétaro,
Santiago de Querétaro, México.

*aduranyps@gmail.com

Abstract

This work shows the numerical analysis of the static characteristics of a porous gas bearing by solving the modified Reynolds equation with the nonlinear Darcy-Forchheimer model to describe the flow through the porous medium. The finite difference method, with difference at the center, and the Newton-Raphson iterative algorithm were used for its solution because of the nonlinearity of the problem. The ratio of the steps between the circumferential and longitudinal dimensions and the initial assumption are the main conditions for the model to converge to a solution. The maximum number of nodes accepted by the algorithm was 36 000. The accuracy of the results was acceptable in comparison with published works, which contributes to the development of porous gas bearing technology.

Keywords: load capacity, stiffness coefficient, aerostatic bearing, gas bearings, porous medium.

Resumen

Este trabajo muestra el análisis numérico de las características estáticas de un cojinete de gas poroso mediante la solución de la ecuación de Reynolds modificada con el modelo no lineal de Darcy-Forchheimer para describir el flujo a través del medio poroso. Se utilizó el método de diferencias finitas, con diferencia en el centro, y el algoritmo iterativo de Newton-Raphson como solución debido a la naturaleza no lineal del problema. La relación de los pasos entre las dimensiones circunferencial y longitudinal y la suposición inicial son las condiciones principales para que el modelo converja en una solución. La cantidad máxima de nodos aceptados por el algoritmo fue 36 000. El nivel de precisión de los resultados fue aceptable en comparación con trabajos publicados, lo cual aporta un esfuerzo más en el desarrollo de la tecnología de los cojinetes de gas poroso.

Palabras clave: capacidad de carga, coeficiente de rigidez, cojinete aerostático, cojinetes de gas, medio poroso.





Introducción

La palabra *cojinete* designa la superficie de contacto sobre los cuales se transmite una carga [1]; su función principal es soportarla mientras permite el movimiento relativo entre el rotor y estator de una máquina. Los cojinetes se clasifican en deslizantes (o de superficie lisa) y rodantes (de bolas o rodamientos) [2]. Para su funcionamiento, es necesaria una lubricación que reduzca el calentamiento y desgaste de elementos que tienen un movimiento relativo entre sus superficies de contacto [3]. Los lubricantes líquidos son comunes, pero pueden también ser sólidos o gaseosos [1].

En la actualidad, los aceites derivados del petróleo son los lubricantes por antonomasia; por desgracia, la disposición final de dicho material supone un desafío ecológico, por lo que es necesario buscar otras alternativas. Una propuesta son los cojinetes de gas, los cuales emplean gas como fluido lubricante, usualmente dióxido de carbono, hidrógeno, helio o vapor de agua y, en mucho mayor medida dada su disponibilidad, aire. Los beneficios que ofrece este sistema son la reducción de la fricción y el desgaste, así como el manejo de condiciones extremas de temperatura y la irradiación [4].

Por su funcionamiento, los cojinetes de gas se clasifican en:

- **Aerostáticos o externamente presurizados:** emplean una película de aire a presión con espesor micrométrico para soportar piezas móviles y resistir cargas externas.
- **Aerodinámicos o autoactivados:** la presión en el claro del cojinete se genera por el movimiento relativo (puede ser un deslizamiento tangencial, movimiento normal o de presión o una combinación de estos) de las superficies que lo contienen [5].

“...los cojinetes de gas requieren dispositivos controladores de flujo. Existen cuatro tipos principales de estos limitadores: de orificio, de ranura, de estría y de poro.”

Los cojinetes de gas requieren dispositivos controladores de flujo (o limitadores), los cuales garantizan que una película estable de fluido exista entre las superficies del cojinete y el rotor, y también proveen rigidez a la capa lubricante [1]. Existen cuatro tipos principales de limitadores de flujo: de orificio, de ranura, de estría y de poro. El de tipo poroso, debido a su constitución material de pasajes diminutos y sinuosos, puede lograr un perfil de presión uniforme dentro de la holgura del rodamiento; por lo tanto, ofrece rigidez, amortiguación y estabilidad neumática sustancialmente altas en comparación con otros tipos de limitadores [5].



El estudio de los cojinetes de gas poroso (PGB, *porous gas bearing*) comenzó a principios de los años sesenta. De 1965 a 1967, Sneck et al. publicaron tres artículos [6], [7] y [8], los cuales fundamentan el marco teórico para el análisis de PGB. Los autores formularon soluciones analíticas para la tasa de flujo y la capacidad de carga del PGB en condiciones aerostáticas y produjeron una verificación experimental tanto para la capacidad de carga como para los coeficientes de flujo. Asimismo, señalaron la importancia de la rugosidad de la superficie que modifica la holgura nominal del PGB para producir concordancia con la carga y el flujo medidos.

Más tarde, [8] señalaron que la velocidad superficial del eje contribuye a la capacidad de carga de los PGB y presentó soluciones definitivas para el funcionamiento con números de velocidad muy grandes ($\Lambda_\Omega \gg 1$). Sneck y colaboradores [6], [7], [8] no estudiaron el efecto de la frecuencia sobre los coeficientes de rigidez del rodamiento, e ignoraron los coeficientes de amortiguación. Mori et al. [9], [10] desarrollaron una solución similar, aunque para un fluido incompresible, y produjeron fórmulas predictivas para la capacidad de carga y el flujo de gas que coincidían con los resultados experimentales para PGB de longitud finita $L/D \sim 1/2$. Tanto Sneck et al. como Mori et al. encontraron que la capacidad de carga del PGB era una fracción de $W^* = ((p_s - p_a) \times (ld))$; es decir, el producto de la diferencia de presión ($p_s - p_a$) menos el área proyectada del rodamiento. Habiendo introducido una holgura equivalente a la capa del material poroso, $c_K = (12kt_p)^{1/3}$, Mori et al. [10] informaron una capacidad máxima de carga aerostática $\sim (0.7 W^*)$ para el rango $(\frac{c_K}{c}) \sim 0.6 - 1.0$. Por lo tanto, el número de flujo de alimentación práctico es mucho menor que uno.

$$\Lambda_k \sim (R/t_p)^2 \gg 1$$

En 1979, Gargiulo [11] presentó un estudio integral que incluía tanto los parámetros de rendimiento en estado estacionario como los coeficientes de fuerza dinámica. Se basó en un análisis de perturbación que produce expresiones analíticas en función de Λ_Ω , Λ_ω y Λ_k , e incluye el efecto del volumen de porosidad del material. Para volúmenes porosos muy pequeños, reportó el incremento de la rigidez del rodamiento a medida que aumenta la frecuencia, mientras que el coeficiente de amortiguación disminuye de manera constante. Sus hallazgos respaldan los publicados por Lund [12] en 1968 respecto a los cojinetes de gas aerostático compensados por orificio.



Grandes volúmenes porosos podrían conducir a una rigidez directa negativa, pero no a una amortiguación negativa, en oposición a los reportes de Rao y Majumdar [13]. No fue sino hasta la década de 2000 que PGB encontró su aplicación comercial [14]; en 2006, Miyatake et al. [15] evaluaron la estabilidad de un rotor apoyado en PGB recubierto con una capa superficial ~300 veces más restrictiva que la del propio medio poroso. Belforte et al. [16] tasaron la permeabilidad y el coeficiente inercial de un material poroso para un sistema de alimentación de una almohadilla de empuje aerostática cilíndrica. De este modo, la fabricación de materiales porosos cargados en la superficie fue un gran avance para los PGB, ya que prácticamente eliminaron el potencial de martillo neumático [17].

Actualmente se continúan estudiando a detalle los cojinetes gaseosos, por ejemplo, Li et al. [18] presentaron un análisis teórico, numérico y experimental del comportamiento híbrido de los PGB mediante el método de diferencias finitas en tres dimensiones con un volumen pequeño de control cuyos resultados se corroboraron de manera experimental. San Andrés et al. [19] desarrollaron un modelo analítico y otro de elementos finitos para predecir el comportamiento de dos PGB comerciales; sus resultados fueron exitosos. Gu et al. [20] investigaron las características estáticas de un cojinete externamente presurizado con inserto poroso, basándose en el método de diferencias finitas con un esquema para mallas no uniformes y las técnicas de relajación y de nodo virtual; las conclusiones a las que llegaron concuerdan con la literatura. Nicolletti et al. [21] propusieron la ecuación de Reynolds modificada con el modelo de Darcy-Forchheimer para mostrar que el parámetro adimensional Φ afecta la capacidad de carga definida por la no linealidad del sistema, considerando la velocidad de inyección de aire. La mayoría de estos estudios recae en el modelo de Darcy para describir el comportamiento del flujo a través del medio poroso y, aunque los modelos predictivos son aceptables respecto a los resultados experimentales, la precisión todavía es perfectible. En este artículo se evalúa la capacidad del modelo extendido de Darcy-Forchheimer para determinar el comportamiento estático de un PGB.



Teoría de cojinetes de gas poroso

Cojinete de gas poroso

- Dimensiones del PGB:
 - Diámetro del cojinete ($D = 2R$)
 - Diámetro del eje ($d = 2r$)
 - Longitud (l)
 - Claro ($c = R - r$)
 - Espesor de la película lubricante ($h = c + e_x \cos\theta + e_y \sin\theta$), donde e_x y e_y son las componentes de la excentricidad (e) del eje
- Parámetros del medio poroso:
 - Permeabilidad (k)
 - Coeficiente de inercia (β)
 - Espesor (t_h)
- Condiciones de operación:
 - Presión de suministro del fluido (p)
 - Presión atmosférica (p_a)
 - Velocidad de rotación (Ω)
- Características físicas del fluido de trabajo:
 - Densidad (ρ)
 - Viscosidad (μ)

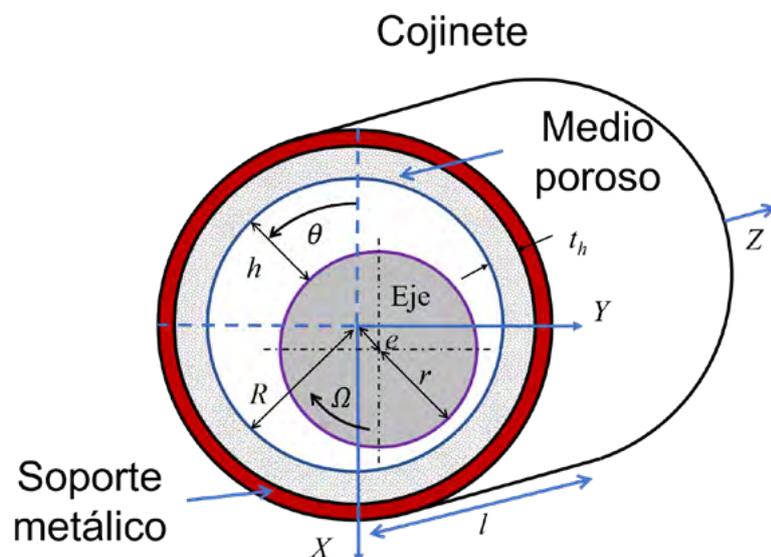


FIGURA 1.
Diagrama esquemático de un cojinete de gas poroso.

Ecuación de Reynolds de lubricación

La ecuación de Reynolds de lubricación, Ecuación (1), describe el comportamiento de la película de gas lubricante en un cojinete de gas [22].

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\rho h^3}{12\mu} \vec{\nabla} p \right) = \frac{\Omega r}{2} \frac{\delta(\rho h)}{\delta x} + \frac{\delta(\rho h)}{\delta t} + f(\phi) \quad (1)$$

Donde:

$\vec{\nabla}$ denota el operador nabla.

$f(\phi)$ es la función que determina el comportamiento del flujo a través del medio poroso.

En nuestro caso, se presupone que el flujo a través del medio poroso está gobernado por la Ley de Darcy-Forchheimer: se atribuye una relación lineal entre el flujo y la diferencia de presión a la entrada y la salida del medio poroso (Ley de Darcy). Sin embargo, el comportamiento de la inercia del fluido se considera no lineal. La Ecuación (2) ofrece la representación matemática del modelo [23].

$$\frac{\Delta P}{\Delta x} = \frac{\mu}{k} v + \beta \rho v^2 \quad (2)$$

Se asume el problema de forma bidimensional y que el flujo en la película lubricante del cojinete es isotérmico, compresible, laminar y estable. Además, se considera un gas ideal con densidad $\rho = p/(R_g T)$, donde R_g es la constante universal de los gases ideales y T es la temperatura del gas. Entonces, el perfil de presión (p) está dado por la Ecuación (3):

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{p h^3}{12} \frac{\delta p}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(\frac{p h^3}{12} \frac{\delta p}{\delta z} \right) = \frac{\Omega r}{2} \frac{\delta(\rho h)}{\delta x} + \frac{\mu}{2\beta k} \mp \sqrt{\left(\frac{\mu}{2\beta k} \right)^2 + \frac{(p_s^2 - p^2)}{2\beta R T t_h}} \quad (3)$$

Donde:

x y z son las coordenadas circunferencial y axial, respectivamente;

k , es el coeficiente de permeabilidad;

t_h expresa el espesor del medio poroso;

p_s es la presión de suministro;





Debido a que el perfil de presión es periódico alrededor de la circunferencia del cojinete, la presión $p(\theta, z) = p(\theta + 2\pi, z)$, y sobre los extremos axiales del cojinete la presión, $p(\theta, 0) = p(\theta, 1) = p_a$. La expresión de la Ecuación (3) en su forma adimensional resulta:

$$\frac{\delta}{\delta\theta} \left(PH^3 \frac{\delta P}{\delta\theta} \right) + \frac{r^2}{l^2} \frac{\delta}{\delta z} \left(PH^3 \frac{\delta P}{\delta z} \right) = \Lambda_\Omega \frac{\delta(PH)}{\delta\theta} + \Lambda_{k\beta} (1 \mp \sqrt{1 + \Lambda_R(\alpha^2 - P^2)}) \quad (4)$$

Donde:

$$x = r\theta$$

$$z = Zl$$

$$p = Pp_a$$

$$h = Hc$$

$$\alpha = p_s / p_a \text{ (} p_a \text{ es la presión atmosférica)}$$

$$\Lambda_\Omega = 6\mu\Omega r^2 / p_a c^2$$

$$\Lambda_{kb} = 6\mu^2 r^2 R_g T / k\beta p_a c^3$$

$$\Lambda_r = 2p_a^2 k^2 \beta / \mu^2 R_g T t_h$$

Tras desarrollar las derivadas parciales, la ecuación de Reynolds adimensional para un **PGB** se convierte en:

$$3H^2 \frac{\partial H}{\partial \theta} P \frac{\partial P}{\partial \theta} + PH^3 \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} + H^3 \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{r^2}{l^2} \left(PH^3 \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + H^3 \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right) = \Lambda_\Omega \left(P \frac{\partial H}{\partial \theta} + H \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \Lambda_{k\beta} (1 \mp \sqrt{1 + \Lambda_R(\alpha^2 - P^2)}) \quad (5)$$

A diferencia de los cojinetes hidrodinámicos lubricados con aceite, donde se adopta el parámetro adimensional de Sommerfeld como referencia para estimar la capacidad de carga, los **PGB** carecen de un parámetro homólogo debido a la no linealidad de su sistema y su dependencia del flujo. Por lo tanto, la capacidad de carga en un cojinete de gas se obtiene a partir del perfil de presiones calculados con las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} F_x &= \int_0^1 \int_0^{2\pi} p \sin \theta \, dx \, dz \\ F_y &= \int_0^1 \int_0^{2\pi} p \cos \theta \, dx \, dz \\ F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \end{aligned} \quad (6)$$

El coeficiente de rigidez estática se calcula a partir de la ecuación:

$$K_s = \frac{F}{\Delta x} \quad (7)$$

Solución numérica del modelo

La solución numérica de la ecuación adimensional de Reynolds modificada (5) se realiza por medio del método de las diferencias finitas. Las derivadas parciales son reemplazadas por diferencias finitas centradas en tres puntos con una precisión de segundo orden, cuyas aproximaciones se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right)_{i,j} &\approx \frac{P_{i+1,j}-P_{i-1,j}}{2\Delta\theta} \\ \left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_{i,j} &\approx \frac{P_{i,j+1}-P_{i,j-1}}{2\Delta Z} \\ \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2}\right)_{i,j} &\approx \frac{P_{i+1,j}-2P_{i,j}+P_{i-1,j}}{\Delta\theta^2} \\ \left(\frac{\partial^2 P}{\partial Z^2}\right)_{i,j} &\approx \frac{P_{i,j+1}-2P_{i,j}+P_{i,j-1}}{\Delta Z^2} \end{aligned} \quad (8)$$

Sustituyendo la Ecuación (8) dentro de la Ecuación (5), resulta:

$$\begin{aligned} 3H^2 \frac{\partial H}{\partial \theta} P_{i,j} \left(\frac{P_{i+1,j}-P_{i-1,j}}{2\Delta\theta}\right) + H^3 P_{i,j} \left(\frac{P_{i+1,j}-2P_{i,j}+P_{i-1,j}}{\Delta\theta^2}\right) + H^3 \left(\frac{P_{i+1,j}-P_{i-1,j}}{2\Delta\theta}\right)^2 + \frac{r^2}{l^2} \left[H^3 P_{i,j} \left(\frac{P_{i,j+1}-2P_{i,j}+P_{i,j-1}}{\Delta Z^2}\right) + \right. \\ \left. H^3 \left(\frac{P_{i,j+1}-P_{i,j-1}}{2\Delta Z}\right)^2 \right] = \Lambda_\Omega \left[P_{i,j} \frac{\partial H}{\partial \theta} + H \left(\frac{P_{i+1,j}-P_{i-1,j}}{2\Delta\theta}\right) \right] + \Lambda_{k\beta} \left(1 \mp \sqrt{1 + \Lambda_R(\alpha^2 - P_{i,j}^2)} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Después de multiplicar toda la ecuación por $(\Delta\theta^2\Delta Z^2) / H^3$ y ordenar los términos:

$$\begin{aligned} a_1 P_{i-1,j}^2 + a_2 P_{i,j-1}^2 + a_3 P_{i,j}^2 + a_4 P_{i+1,j}^2 + a_5 P_{i,j+1}^2 + a_6 P_{i,j} P_{i-1,j} + a_7 P_{i,j} P_{i,j-1} + a_8 P_{i,j} P_{i+1,j} + a_9 P_{i,j} P_{i,j+1} \\ + a_{10} P_{i-1,j} P_{i+1,j} + a_{11} P_{i,j-1} P_{i,j+1} + a_{12} P_{i-1,j} + a_{13} P_{i,j} + a_{14} P_{i+1,j} + a_{15} = a_{15} \sqrt{1 - \Lambda_R(\alpha^2 - P_{i,j}^2)} \end{aligned} \quad (10)$$

Donde:

$$\begin{aligned} a_1 = a_4 = -\frac{\Delta Z^2}{4}; \quad a_3 = 2\Delta Z^2 + \frac{2r^2}{l^2} \Delta\theta^2; \\ a_2 = a_5 = -\frac{r^2 \Delta\theta^2}{4l^2}; \quad a_6 = -\Delta Z^2 + \frac{3}{2} \frac{\Delta\theta \Delta Z^2}{H} \frac{\partial H}{\partial \theta} \\ a_7 = a_9 = -\frac{r^2 \Delta\theta^2}{l^2}; \quad a_8 = -\Delta Z^2 - \frac{3}{2} \frac{\Delta\theta \Delta Z^2}{H} \frac{\partial H}{\partial \theta} \\ a_{10} = \frac{\Delta Z^2}{2}; \quad a_{11} = \frac{r^2 \Delta\theta^2}{2l^2}; \quad a_{13} = -\frac{\Lambda_\Omega \Delta\theta^2 \Delta Z^2}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \theta} \\ a_{12} = -a_{14} = -\frac{\Lambda_\Omega \Delta\theta \Delta Z^2}{2H^2}; \quad a_{15} = \frac{\Lambda_{k\beta} \Delta\theta^2 \Delta Z^2}{H^3} \end{aligned} \quad (11)$$





El dominio se divide en una malla bidimensional como se muestra en la Figura 2. Se aplica la Ecuación (10) a cada uno de los puntos rojos y azules para articular un sistema de ecuaciones cuadráticas. Este conjunto se puede resolver a través del algoritmo iterativo de Newton-Raphson, el cual requiere calcular el Jacobiano para cada ecuación. Esto se obtiene mediante la siguiente matriz:

$$J_f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x) \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(x) \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_m}{\partial x_2}(x) \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n}(x) \end{bmatrix} \quad (12)$$

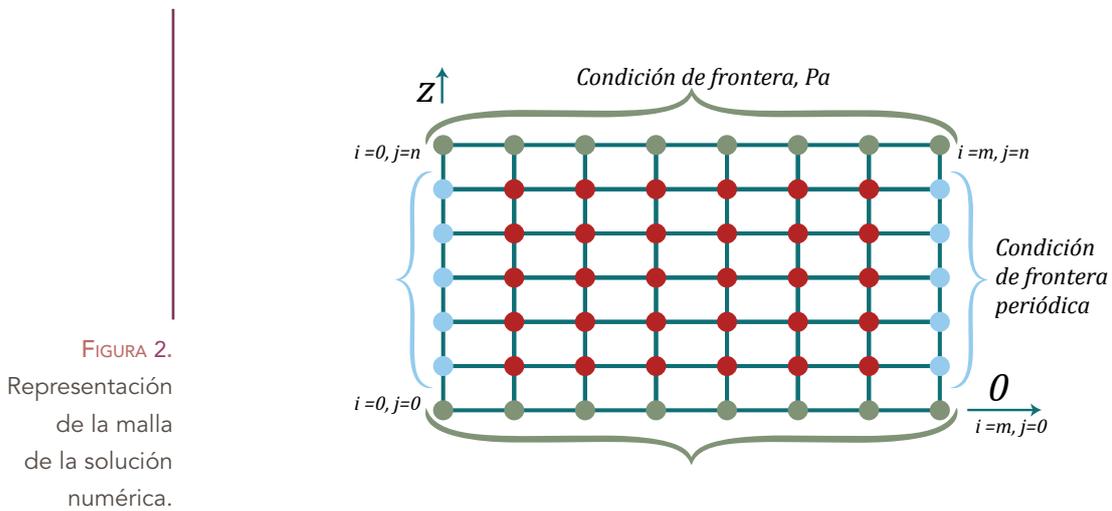


FIGURA 2.
Representación
de la malla
de la solución
numérica.

Para los nodos verdes $j = 0$ y $j = n$, la presión es preestablecida por la condición de frontera adimensional, $p_{i,0} = p_{i,n} = 1$, mientras que la condición de frontera periódica se impone en los nodos azules con $i = 0$ e $i = m$, $p_{0,j} = p_{m,j}$.

El diagrama de flujo de solución para la ecuación de Reynolds se muestra en la Figura 3 modificada con la ecuación de Darcy-Forchheimer mediante el método de diferencias finitas. Ahora bien, se inicia ingresando las características geométricas del cojinete de gas, las características del medio poroso y las condiciones de operación, así como el número de pasos en los que se dividirá el dominio. Se calculan las constantes de la Ecuación (11) ($a_1 - a_{15}$). Se indican la tolerancia y la cantidad de iteraciones máximas en caso de que el algoritmo no converja en una solución. Se ingresa una solución inicial y se evalúa dicha solución dentro del sistema de ecuaciones cuadráticas obtenidas, así como su Jacobiano. A partir de ello, se determina una nueva solución y se evalúa su exactitud con respecto a la solución anterior.



Debido a la no linealidad del problema, es esencial para el algoritmo tener una proporción balanceada entre la cantidad de nodos a lo largo de las dos dimensiones y determinar una solución inicial adecuada para alcanzar la convergencia. El proceso iterativo se detiene una vez que la diferencia entre la nueva solución y la anterior sea menor que la tolerancia establecida o cuando se alcanza el número máximo de iteraciones. En este trabajo, la solución convergió en menos de 40 iteraciones.

Resultados y discusión

Se programó en Octave el código del algoritmo descrito en la sección anterior para determinar el perfil de presión del cojinete de gas poroso. En la Tabla 1 se muestran los parámetros extraídos de [19] para el análisis del modelo numérico. Los coeficientes de permeabilidad y de inercia fueron tomados de [24].

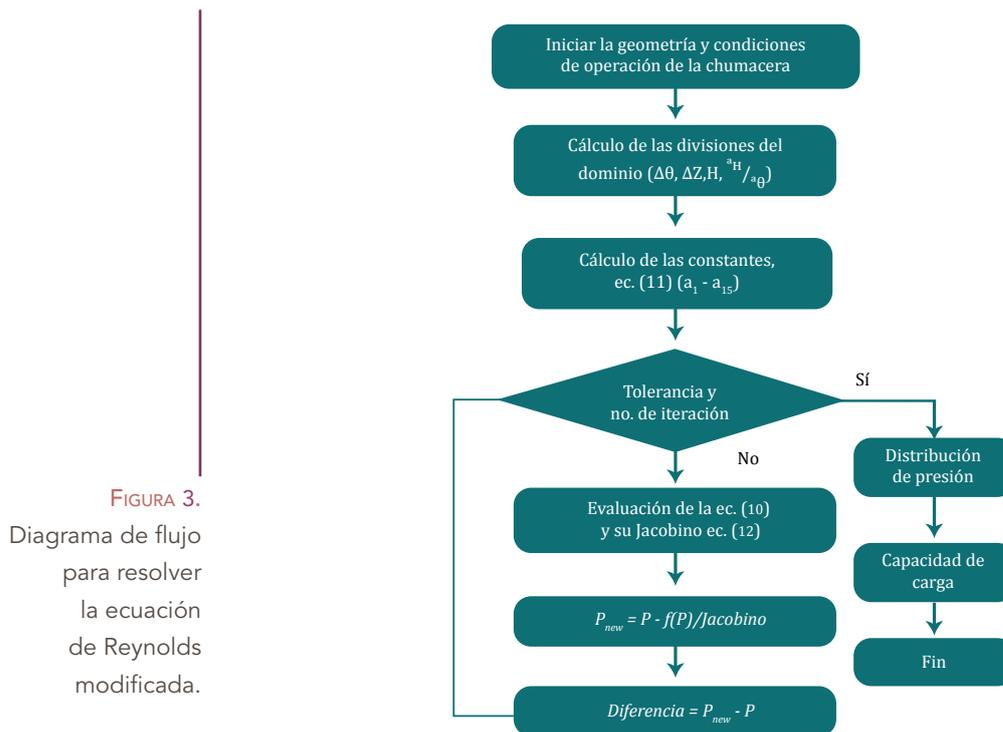


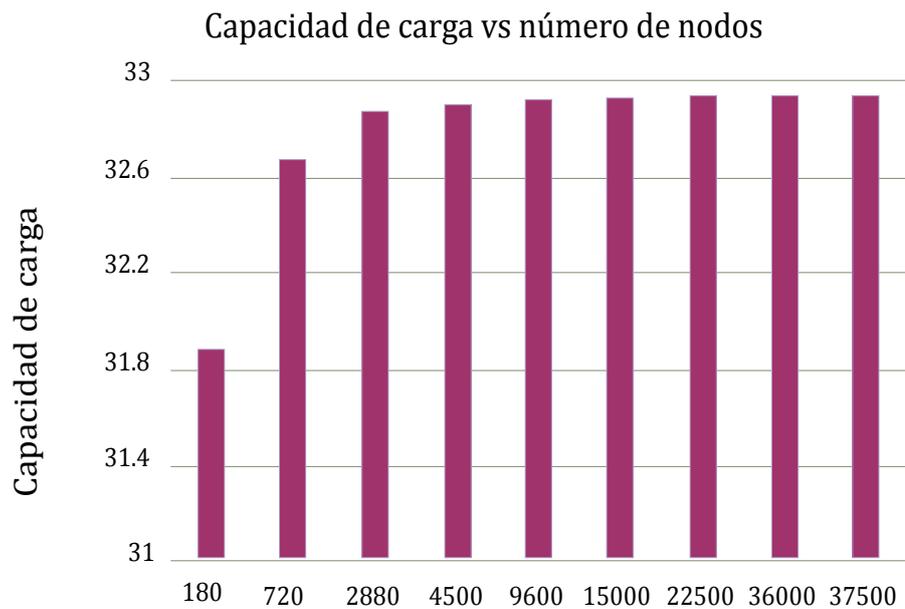
TABLA 1. Parámetros del cojinete de gas poroso [19].

CARACTERÍSTICA	DIMENSIÓN	UNIDAD
Longitud	88.8	mm
Diámetro interno del cojinete	76.2	mm
Espesor del medio poroso	2.71	mm
Claro	10	μm
Presión de suministro	6	bar
Permeabilidad del medio poroso	1.86×10^{-15}	m ²



La Figura 4 muestra la capacidad de carga versus el número de nodos; los cálculos se computaron tomando un claro de $10\ \mu\text{m}$ y una excentricidad de $1\ \mu\text{m}$. Se observa que la capacidad de carga incrementa a medida que el número de nodos aumenta, hasta llegar a un valor estable de $32.9\ \text{N}$ en una malla de 4500 nodos. A tamaños mayores de malla, el aumento en el cálculo de capacidad de carga es despreciable. La cantidad máxima de nodos que el hardware aceptó fue de $36\ 000$, con una dimensión de malla de 225 y 160 , de manera circunferencial y axial respectivamente.

FIGURA 4.
Análisis de sensibilidad del tamaño de malla. Presión de suministro $6\ \text{bar}$, claro $10\ \mu\text{m}$ y excentricidad $1\ \mu\text{m}$.



La Figura 5(a) muestra la presión máxima en el plano medio del cojinete en $p_{(z=1/2)}/p_a$, considerando una relación de excentricidad $\varepsilon = 0.1$. Se observa cómo la presión máxima disminuye a medida que el claro aumenta. En la Figura 5(b), el coeficiente de rigidez estática (K_s) alcanza un valor máximo ($147.87\ \text{mn/m}$) a $c = 14\ \mu\text{m}$, y decrece rápidamente cuando c tiende a 0 . Por otro lado, para $c > 60\ \mu\text{m}$ la relación de presión máxima en $p_{(z=1/2)}/p_a$ tiende a 1 y el coeficiente de rigidez estática tiende a 0 ; esto es, el cojinete pierde capacidad de carga. En la Figura 5(c) se muestra un aumento casi lineal del flujo hasta $c < 20\ \mu\text{m}$, llegando a una región no lineal en $20 < c < 60\ \mu\text{m}$; para valores $c > 60\ \mu\text{m}$, el flujo se mantiene prácticamente constante hasta alcanzar un valor máximo de $0.9\ \text{g/s}$. Aunque no se pueden comparar directamente estos resultados con los publicados en [19] debido a la diferencia de los modelos de flujo a través del medio poroso, las tendencias de las gráficas concuerdan con las detalladas en dicha referencia.

En la Tabla 2 se muestran las características dimensionales de un cojinete de gas poroso extraídas de [20] para comparar las superficies de presión



obtenidas a un claro nominal de $10\ \mu\text{m}$ y $50\ \mu\text{m}$, manteniendo un espesor de película lubricante mínimo de $1\ \mu\text{m}$. El coeficiente de inercia del material poroso se obtuvo de [25] con el coeficiente de permeabilidad aproximado al de [20].

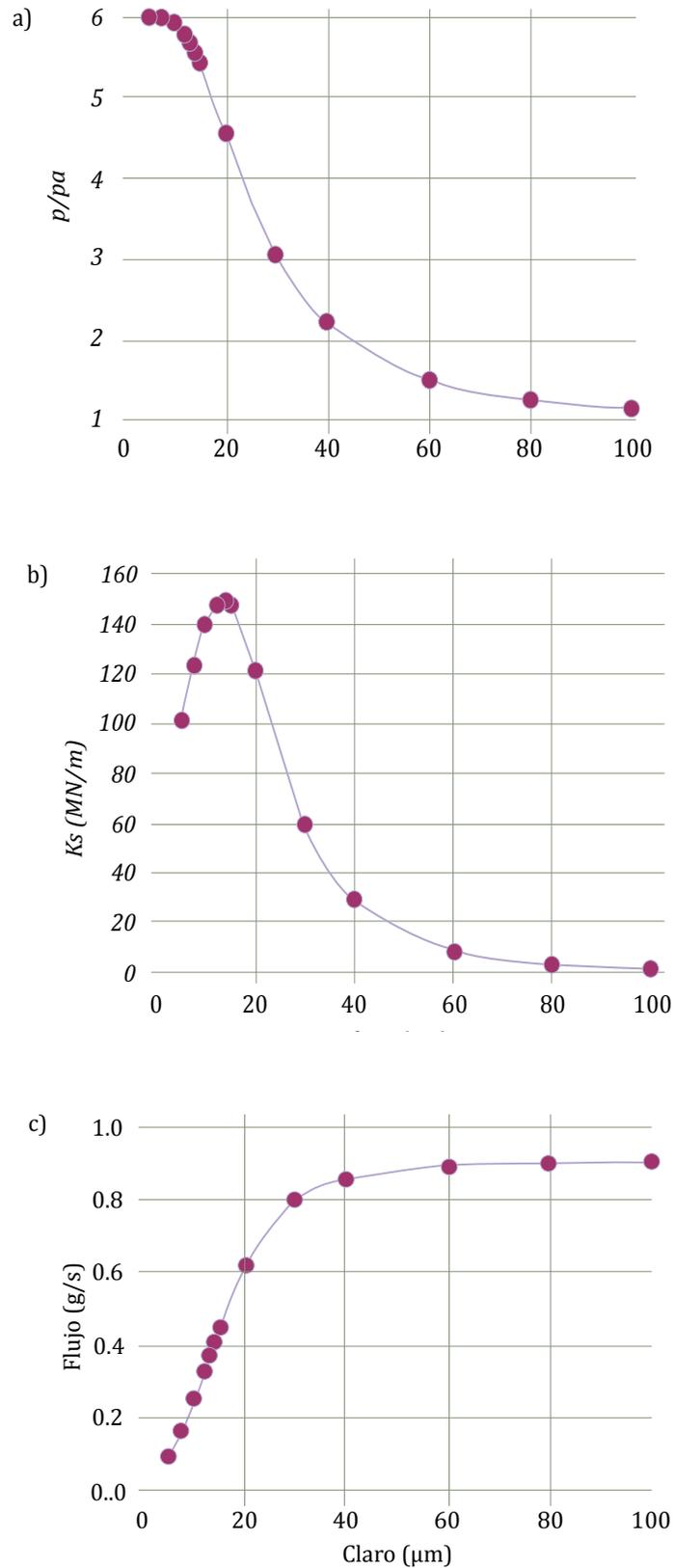


FIGURA 5.

(a) Presión máxima en el plano medio $p_{(z=l/2)}/p_a$ del cojinete;
(b) Coeficiente de rigidez estática K_s ;
(c) Flujo de aire vs variación del claro.

Presión de suministro: 6 bar; relación de excentricidad (ε): 0.1.



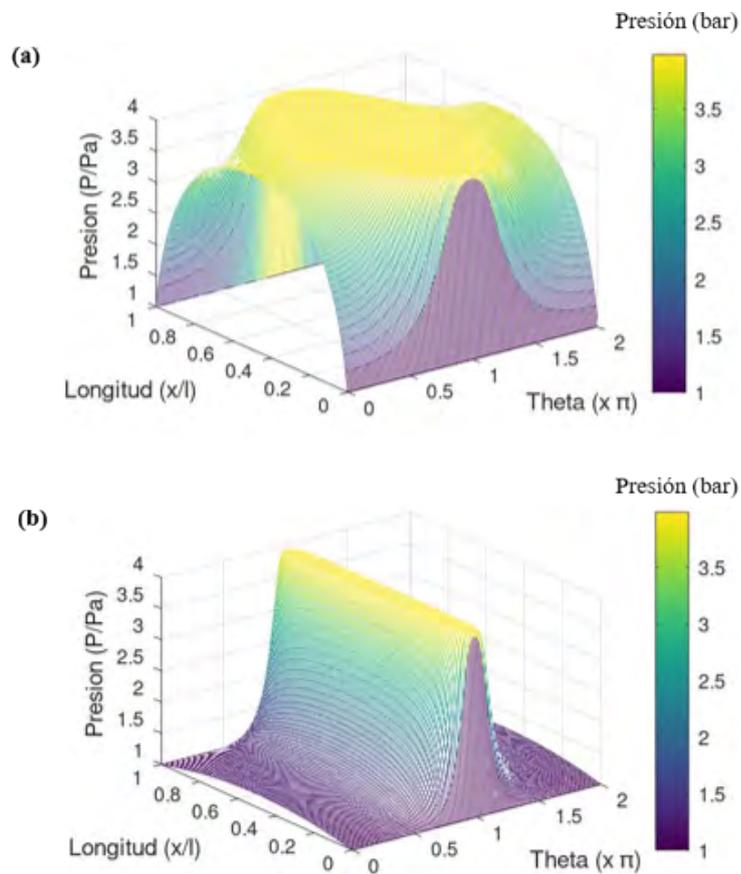
TABLA 2.
Parámetros del cojinete
de gas poroso [20].

CARACTERÍSTICA	DIMENSIÓN	UNIDAD
Longitud	38	mm
Diámetro interno del cojinete	15	mm
Espesor del medio poroso	5	mm
Presión de suministro	4	bar
Permeabilidad del medio poroso	1×10^{-13}	m^2
Coefficiente de inercia del medio poroso	5.62×10^8	m

La Figura 6 muestra las gráficas de las superficies de presión; éstas se encuentran en concordancia con las publicadas en la referencia, aunque hay diferencias alrededor de los extremos del cojinete en $Z = 0$ y $Z = 1$. Las discrepancias son atribuibles al esquema de diferencias para malla no uniforme utilizado en [20].

Es evidente que, al incrementar el claro, la presión máxima tiene variaciones pequeñas y se manifiesta alrededor de los 180° , donde se localiza el espesor mínimo de la película lubricante. La máxima presión alcanzada fue de 3.999 bar, ligeramente menor que la presión de suministro. No obstante, la presión tiene un estrepitoso decaimiento en la dirección circunferencial del cojinete. Tal caída indica que el gradiente de presión fluctúa significativamente al variar el claro del cojinete.

FIGURA 6.
Comparación del campo de presión de la película lubricante a diferentes claros nominales con espesor mínimo de película de 0.001 mm (a) $c = 0.01$ mm, y (b) $c = 0.05$. Presión de suministro: 4 bar.





La Tabla 3 muestra las características de un cojinete de gas poroso de [18]. Se analizó el comportamiento aerostático ($\Omega = 0$ krpm) y aerodinámico ($\Omega = 60$ krpm) del cojinete de gas poroso, con un claro $c = 40 \mu\text{m}$ y una relación de excentricidad $\varepsilon = 0.6$. Los resultados muestran una tendencia similar en las superficies de presión (Figura 7 a - b), empero con valores ligeramente mayores a los reportados. En el plano medio $p(z = 1/2)/p_a$ del cojinete en el modo aerostático, las presiones adimensionales máxima y mínima calculadas son $P_{\text{max}} = 2.5392$ y $P_{\text{min}} = 1.6662$ respectivamente. Estos valores contrastan con las $P_{\text{max}} = 2.1205$ y $P_{\text{min}} = 1.4016$ publicadas. Mientras tanto, en el modo híbrido la presión máxima es $P_{\text{max}} = 3.0932$ y la presión mínima $P_{\text{min}} = 1.4024$, en contraste con las $P_{\text{max}} = 2.3255$ y los $P_{\text{min}} = 1.330$ publicadas.

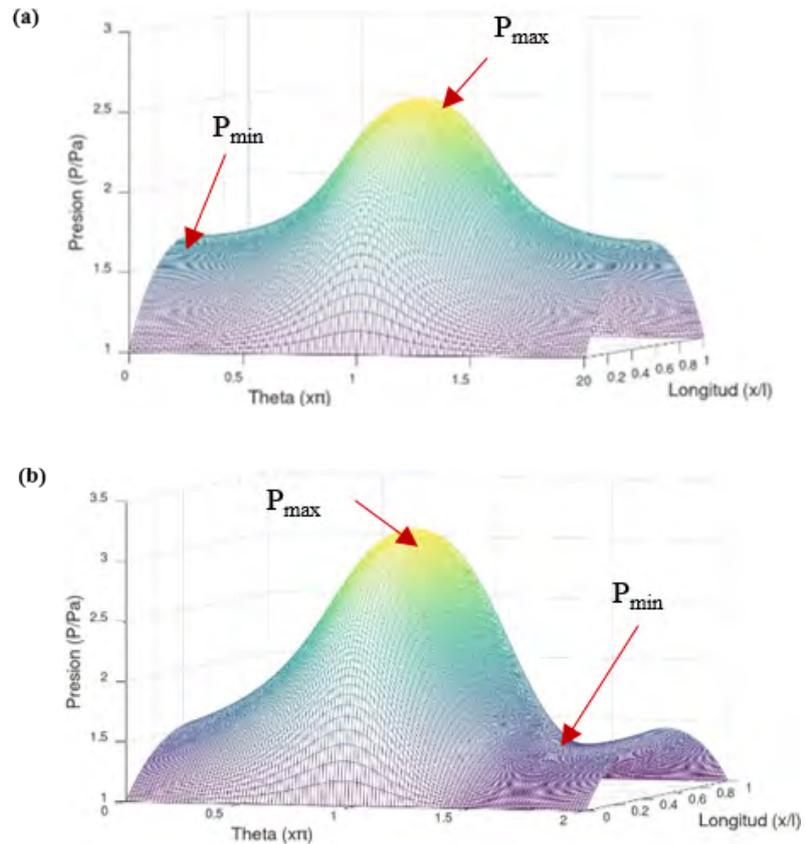


FIGURA 7.

Distribución de la presión adimensional de la película en estado estable de (a) condición aerostática y (b) condición híbrida, $\Omega = 60$ krpm (c) perfil de presión en las dos condiciones. Presión de suministro: 3 bar.

TABLA 3.

Parámetros del cojinete de gas poroso [18].

CARACTERÍSTICAS	DIMENSIÓN	UNIDAD
Longitud	57	mm
Diámetro interno del cojinete	25	mm
Claro	40	μm
Espesor del medio poroso	2.5	mm
Presión de suministro	3	bar
Permeabilidad del medio poroso	1×10^{-15}	m^2
Coefficiente de inercia del medio poroso	2.1×10^{10}	m
Velocidad de rotación	60,000	rpm



Conclusiones

El estudio de los cojinetes de gas poroso, ya sea teórico, numérico o experimental es un problema complicado debido al comportamiento no lineal del fluido compresible a través del medio poroso.

Se propone el uso del modelo de Darcy-Forchheimer para determinar el comportamiento del flujo a través de un cojinete de gas poroso, cuyo diseño se basa en el magno método de solución numérico de diferencias finitas con el algoritmo Newton-Raphson. Las principales barreras para la convergencia del modelo son escoger la relación de nodos en dirección circunferencial y axial, además de ingresar una solución inicial adecuada para llegar a una solución congruente.

Los resultados concuerdan con los encontrados en la literatura. Esto nos da una base para seguir evaluando el comportamiento de los cojinetes de gas y establecer los parámetros que intervienen en el estudio rotodinámico de turbomaquinaria donde se utilizarán.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Universidad Autónoma de Querétaro por el apoyo recibido, y el primer autor agradece al CONAHCYT por la beca otorgada durante los estudios de doctorado.

Nomenclatura

- p = Presión, Pa.
- p_a = Presión atmosférica, Pa.
- x = Coordenada circunferencial, m.
- z = Coordenada axial, m.
- R = Radio del cojinete, m.
- r = Radio del eje, m.
- c = Claro radial del cojinete ($c = R - r$), m
- e = Excentricidad, m.
- h = Espesor de la película lubricante, m.
- ε = Relación de excentricidad, adimensional.
- H = Espesor de la película lubricante, adimensional.



- θ = Coordenada circunferencia, rad.
 Z = Coordenada axial, adimensional.
 P = Presión adimensional.
 ρ = Densidad del aire, 1.2 kg/m^3 .
 μ = Viscosidad, $1.85 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.
 R_g = Constante universal de los gases ideales, $8.314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$.
 T = Temperatura del gas, $^{\circ}\text{C}$.
 k = Coeficiente de permeabilidad, m^2 .
 t_p = Espesor del medio poroso, m.
 Ω = Velocidad de rotación, rad/s .
 F_x = Componente horizontal de la fuerza, N.
 F_y = Componente vertical de la fuerza, N.

Referencias

- [1] R. C. Juvinall y K. M. Marshek, *Fundamentals of machine component design*, Hoboken, NJ: Wiley & Sons, 2020.
- [2] P. Childs, "Journal bearings", en *Mechanical Design Engineering Handbook*, 2a ed., Reino Unido: Butterworth-Heinemann, 2019, pp. 167-230, DOI: 10.1016/b978-0-08-102367-9.00005-6
- [3] R. G. Budynas y J. Keith Nisbett, *Shigley's mechanical engineering design*. 11a ed., Estados Unidos: Mcgraw-Hill Education, 2020.
- [4] J. W. Powell, *Design of Aerostatic Bearings*, Estados Unidos: Machinery Publishing, 1970.
- [5] Q. Gao, W. Chen, L. Lu, D. Huo, y K. Cheng, "Aerostatic bearings design and analysis with the application to precision engineering: State-of-the-art and future perspectives", *Tribology International*, vol. 135, pp. 1-17, 2019, DOI: 10.1016/j.triboint.2019.02.020
- [6] H. J. Sneck, y R. C. Elwell. "The externally pressurized, porous wall, gas-lubricated journal bearing. II", *ASLE Transactions*, vol. 8, no 4, pp. 339-345, 1965, DOI: 10.1080/05698196508972105
- [7] H. J. Sneck, y K. T. Yen. "The externally pressurized, porous wall, gas-lubricated journal bearing", *ASLE Transactions*, vol. 7, no 3, pp. 288-298, 1964, DOI: 10.1080/05698196408972058
- [8] H. J. Sneck, y K. T. Yen, "The externally pressurized, porous wall, gas-lubricated journal bearing-III", *ASLE Transactions*,



- vol. 10, no 3, pp. 339-347, 1967, DOI 10.1080/05698196708972192
- [9] H. Mori, H. Yabe, H. Yamakage, y J. Furukawa, "Theoretical Analysis of Externally pressurized porous Journal Gas Bearing (1st Report)", *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, vol. 33, no. 254, pp. 1718-1726, 1967, DOI: 10.1299/ki-kai1938.33.1718
- [10] H. Mori, H. Yabe, y H. Yamakage, "Theoretical Analysis of Externally Pressurized Porous Journal Gas Bearings: 2nd Report, Journal Bearing with Solid Sleeve Parts", *Bulletin of the JSME*, vol. 12, no. 54, pp. 1512-1518, 1969, DOI: 10.1299/jsme1958.12.1512
- [11] E. P. Gargiulo, "Porous wall Gas Lubricated Journal bearings: Theoretical investigation", *Journal of Lubrication Technology*, vol. 101, no. 4, pp. 458-465, 1979, DOI: 10.1115/1.3453395
- [12] J. W. Lund, "Calculation of stiffness and damping properties of gas bearings", *Journal of Lubrication Technology*, vol. 90, no. 4, pp. 793-803, 1968, DOI: 10.1115/1.3601723
- [13] N. S. Rao y B. C. Majumdar, "Dynamic stiffness and damping coefficients of aerostatic, porous, journal bearings", *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 20, no. 5, 1978, DOI: 10.1243/JMES_JOUR_1978_020_049_02
- [14] NEWWAY air bearing, Air bearing application and design guide (revision e, january 2006). [En línea]. Disponible: https://www.newwayairbearings.com/sites/default/files/new_way_application_and_design_guide_%20Rev_E_2006-01-18.pdf
- [15] M. Miyatake, S. Yoshimoto, y J. Sato, "Whirling instability of a rotor supported by aerostatic porous journal bearings with a surface-restricted layer", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, vol. 220, no. 2, pp. 95-103, 2006, DOI: 10.1243/13506501JET89
- [16] G. Belforte, T. Raparelli, V. Viktorov, y A. Trivella, "Permeability and inertial coefficients of porous media for air bearing feeding systems", *Journal of Tribology*, vol. 129, no. 4, pp. 705-711, 2007, DOI: 10.1115/1.2768068
- [17] Y. Otsu, M. Miyatake, y S. Yoshimoto, "Dynamic characteristics of aerostatic porous journal bearings with a Surface-Restricted layer", *Journal of Tribology*, vol. 133, no. 1, 2010, DOI: 10.1115/1.4002730
- [18] W. Li, S. Wang, Z. Zhao, K. Zhang, K. Feng, y W. Hou, "Numerical and experimental



- investigation on the performance of hybrid porous gas journal bearings", *Lubrication science*, vol. 33, no. 2, pp. 60-78, 2020, DOI: 10.1002/lis.1527
- [19] L. S. Andrés, J. Yang, y A. Devitt, "Porous Gas Journal Bearings: An Exact Solution Revisited and Force Coefficients for Stable Rotor-dynamic Performance", *Applied Sciences*, vol. 11, no. 17, p. 7949, 2021, DOI: 10.3390/app11177949
- [20] Y. Gu, J. Cheng, C. Xie, L. Li, y C. Zheng, "Theoretical and Numerical Investigations on Static Characteristics of Aerostatic Porous Journal Bearings", *Machines*, vol. 10, no. 3, p. 171, 2022, DOI: <https://doi.org/10.3390/machines10030171>
- [21] R. Nicoletti, Z. De Castro Silveira, y B. De Moraes Purquerio, "Modified Reynolds equation for aerostatic porous radial bearings with quadratic Forchheimer Pressure-Flow assumption", *Journal of Tribology*, vol. 130, no. 3, 2008, DOI: 10.1115/1.2919776
- [22] J. Wang, "Design of gas bearing systems for precision applications", Tesis de doctorado. Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, Países Bajos, 1993, DOI: <https://doi.org/10.6100/ir391172>
- [23] P. Forchheimer, "Wasserbewegung durch Boden", *Z. Ver. Deutsch. Ing.* vol. 45, pp. 1782-1788, 1901.
- [24] H. Liu y Y. Xu, "Gas-Permeability Measurement in Porous Graphite Under Steady-State Flow", *SSRN Electronic Journal*, 2021, DOI: 10.2139/ssrn.3990054
- [25] J. Kim, J. Ha, J. Lee, y I. Song, "Effect of pore structure on gas permeability constants of porous alumina", *Ceramics International*, vol. 45, no. 5, pp. 5231-5239, 2019, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2018.11.219>