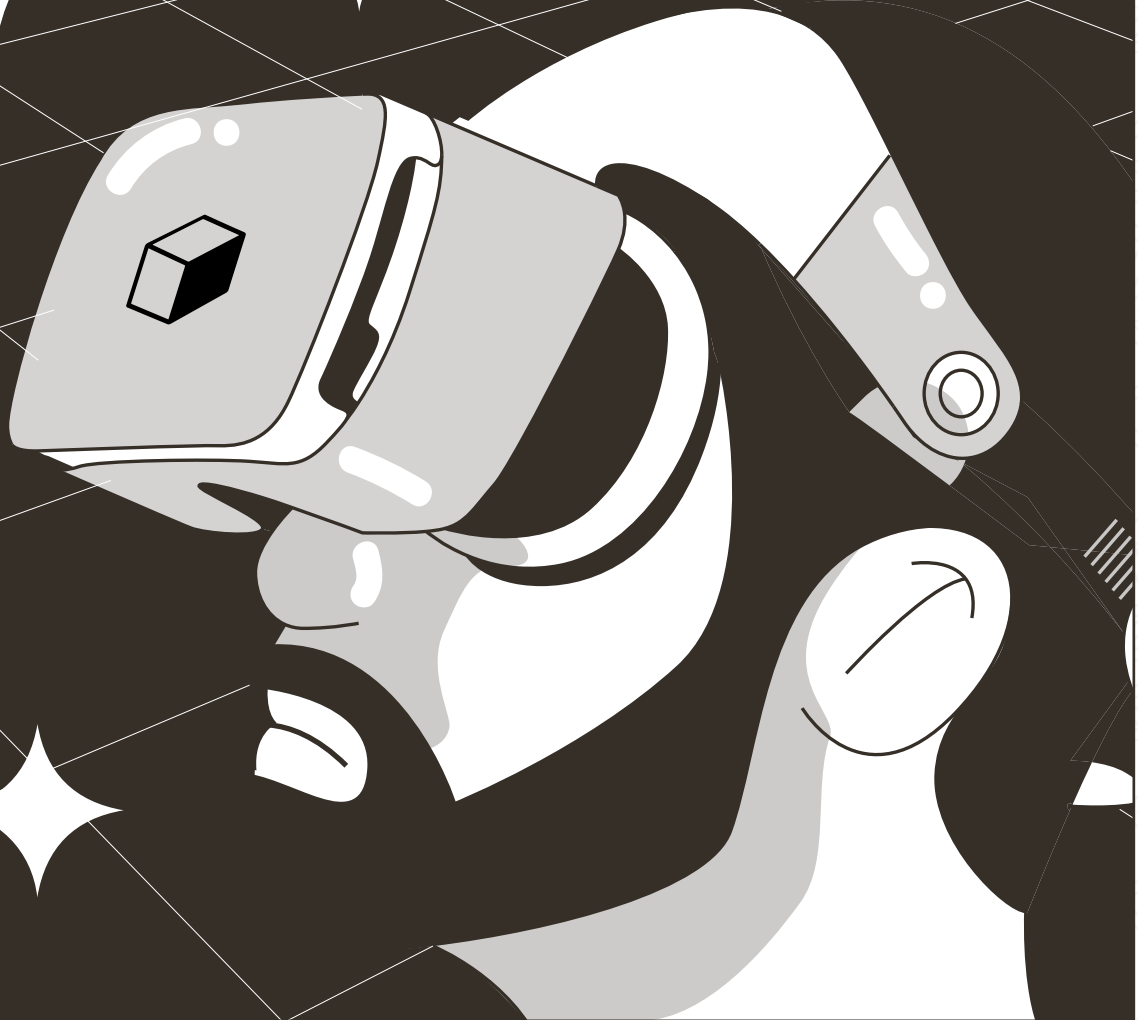


PädiUAQ

9

Revista de Proyectos y Textos Académicos en Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería



VOLUMEN 5, NÚMERO 9

ENERO - JUNIO 2022



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
FACULTAD DE INGENIERÍA

PädiUAQ

Revista de Proyectos y Textos Académicos en Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería



UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA
DE QUERÉTARO



FACULTAD
DE INGENIERÍA



DIPFI
POSGRADO
INGENIERÍA

DIRECTORIO

Dra. Margarita Teresa de Jesús García Gasca
RECTORA

Dr. Javier Ávila Morales
SECRETARIO ACADÉMICO

M. Luis Alberto Fernández García
SECRETARIO PARTICULAR

Dr. Eduardo Núñez Rojas
SECRETARIO DE EXTENSIÓN Y CULTURA UNIVERSITARIA

Dra. Ma. Guadalupe Flavia Loarca Piña
SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

Dr. Manuel Toledano Ayala
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

Dr. Juan Carlos Jáuregui Correa
**DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE INVESTIGACIÓN
Y POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA**

Lic. Federico de la Vega Oviedo
DIRECTOR DEL FONDO EDITORIAL UNIVERSITARIO

M. Margarita Hernández Alvarado
COORDINADORA DE PUBLICACIONES PERIÓDICAS

PadiUAQ Revista de Proyectos y Textos Académicos en Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería, vol. 5, núm. 9, enero-junio, 2022, es una publicación semestral editada por la Universidad Autónoma de Querétaro, a través de la División de Investigación y Posgrado de la Facultad de Ingeniería. Centro Universitario, Cerro de las Campanas S/N, Las Campanas, Querétaro C. P. 76010, Querétaro. Tel. (442)1921200 ext. 6023. Página de la revista: <https://revistas.uaq.mx/index.php/padi>, contacto: padiuaq@uaq.mx. Editor responsable: Dr. Víctor Larios Osorio. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo: en trámite, ISSN: en trámite, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número Margarita Hernández Alvarado, Centro Universitario, Cerro de las Campanas S/N, Col. Las Campanas, C. P. 76010, Querétaro Qro. Fecha de última modificación: 28 de enero de 2022.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación.

QUEDA ESTRICTAMENTE PROHIBIDA LA REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL DEL CONTENIDO E IMÁGENES DE LA PUBLICACIÓN SIN PLENA AUTORIZACIÓN DE LA UNIVERSIDAD.

Dr. Manuel Toledano Ayala
DIRECCIÓN FACULTAD DE INGENIERÍA

Dr. Victor Larios Osorio
EDITORES RESPONSABLES

MDI. Jorge Javier Cruz Florín
**COORDINADOR DEL DESPACHO DE PUBLICACIONES
FACULTAD DE INGENIERÍA**

Gabriel Jesús Tovar González
LAV. Cristian Emanuel Tovar Navarro
DISEÑO EDITORIAL

LEL. Daniela Pérez López
ING. Soid Lazlo Ruiz
CUIDADO DE LA EDICIÓN

LAV. Rodrigo Alonso Hernández Gallegos
DISEÑO DE PORTADA

COMITÉ EDITORIAL



CONTENIDO

EDITORIAL

10 ¿QUÉ TAN PRÁCTICO ES LO TEÓRICO?

Víctor Larios Osorio

16 ¿CÓMO PERCIBEN LOS ESTUDIANTES SU APRENDIZAJE A TRAVÉS DE LA EDUCACIÓN EN LÍNEA DURANTE LA PANDEMIA?

Isela Enith Álvarez Sánchez*, Luisa Ramírez Granados, Ramón Torres Alonso

26 ACODESA EN UNA EDUCACIÓN NO PRESENCIAL

Rosa Elvira Páez Murillo

38 ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN UN ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE

José Eduardo Rodríguez Guevara
Luis Alberto Soto Reyes

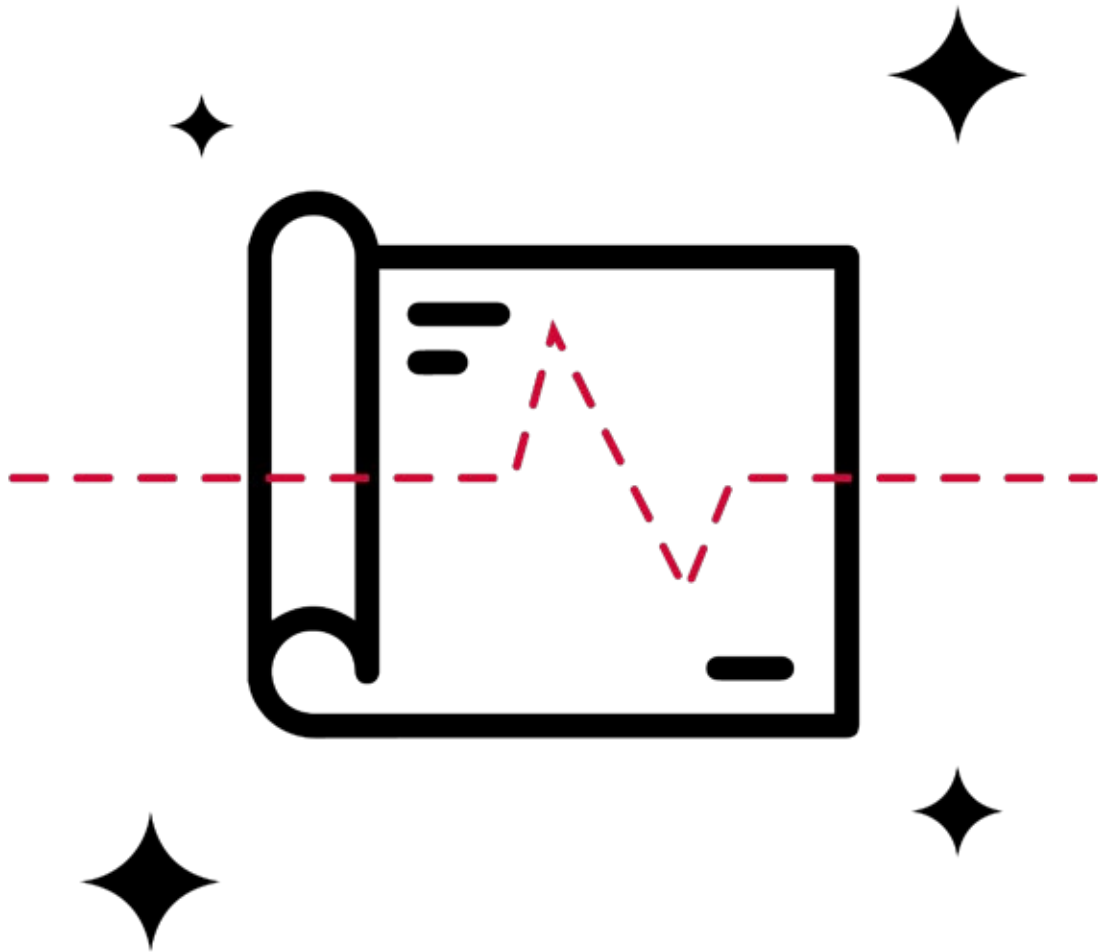
RINCÓN MATEMÁTICO

50 ALGUNAS APLICACIONES DEL TEOREMA DE TALES

¹Jesús Jerónimo Castro

²Francisco Gerardo Jiménez López

³Angélica Rosario Jiménez Sánchez



¿QUÉ TAN PRÁCTICO ES LO TEÓRICO?

HOW PRACTICAL IS THE THEORY?

Víctor Larios Osorio

Universidad Autónoma de Querétaro,

RESUMEN

En este texto se presenta una reflexión sobre las ventajas y la necesidad de desarrollar modelos teóricos en la labor docente. Se muestra cómo el proceso metodológico de búsqueda de regularidades ha permitido el desarrollo de la Ciencia y de la Educación. Asimismo, se plantea que los esfuerzos de generalización y sistematización de las prácticas le proporcionan al docente herramientas para su labor diaria, las cuales utiliza incluso de manera implícita.

Palabras clave: teoría educativa, práctica docente, desarrollo científico, metodología.

ABSTRACT

This text presents a reflection on the advantages and the need to develop theoretical models in teaching. It shows how the methodological process of searching for regularities has allowed the development of Science and Education. Likewise, it is suggested that efforts to generalize and systematize practices provide the teacher with tools for his daily work, which he even uses implicitly.

Keywords: educational theory, teaching practice, scientific development, methodology.

Los docentes se enfrentan a múltiples tareas incluso antes de ingresar a sus salones de clase y en el periodo previo a comenzar cualquier curso. Una de tales labores es el diseño del plan del curso; este documento es llamado en ocasiones *planeación didáctica del curso* e implica reflexionar y considerar aspectos como el contenido disciplinar que se abordará desde el punto de vista curricular, la relación que tiene con otros cursos y niveles educativos, su papel en el contexto social y cultural de la escuela, los recursos didácticos disponibles para el docente (el pizarrón, las herramientas digitales, los libros de texto, los apuntes), los alumnos que posiblemente estarán en clase (sus posibles antecedentes académicos), los contextos escolar y social, el proceso de evaluación (aspectos que se pueden considerar, orientación de la misma, instrumentos que se pueden utilizar para realizarla), etcétera. Idealmente, todo lo anterior debe quedar integrado para que tenga una coherencia interna que le dé sentido a todos estos procesos y que, además, esté acorde a las orientaciones didácticas del currículo oficial que se tenga considerado.

Es innegable que el proceso de elaborar este tipo de documentos es un tanto complejo y que conlleva una carga de trabajo que se multiplica si además se tiene que realizar, no sólo al inicio del curso, sino cuando se comienza una unidad, un mes o una semana. Incluso se tiene que considerar al inicio del día o de la clase cuando el profesor se pone "a preparar su clase".

Así, el docente se enfrenta a situaciones cambiantes, no sólo desde antes de iniciar el curso, sino también al interior de cada clase, de modo que tiene que afrontar permanentemente situaciones cambiantes que lo pueden sacar de su ruta planeada originalmente. El docente, como dice Altet (2005), se convierte en "un profesional del cambio" cuya práctica profesional se resuelve sobre la marcha, sin dejar de considerar los saberes y habilidades del profesor que se hacen visibles en sus prácticas docentes:

La profesionalización se constituye a través de un proceso de racionalización de los conocimientos puestos en práctica, pero también por unas prácticas eficaces en situación. El profesional sabe aplicar sus habilidades en acción en cualquier situación; es 'el hombre de la situación', capaz de 'reflexionar en acción' y de adaptarse; calificado por dominar una nueva situación. (...) Pero al profesional también le pedimos que 'sepa jugar con las normas y que su relación con los conocimientos teóricos no sea reverente y dependiente, sino crítica, pragmática, e incluso oportunista' (Perrenoud, 1993b); en resumen, le pedimos que sea autónomo y responsable (Altet, 2005, págs. 36-37).

En este sentido, surge la pregunta: ¿Cómo puede el docente llevar a cabo su labor diaria en estos ambientes de constante cambio? Una respuesta inicial (e incompleta) es encontrar estrategias y medios que le permitan actualizar sus cursos, los recursos de los que echa mano, etcétera. Pero siempre considerando lo que ha interiorizado a través de su experiencia, la cual no se restringe ni a su conocimiento de la disciplina, ni a su época profesional, sino que incluye el periodo previo a cuando fue alumno.

En efecto, en cuanto al primer aspecto recién mencionado sobre el contenido y la percepción de la disciplina (aunque no ahondaremos ahora al respecto ya que se abordará en otro trabajo), podemos recordar lo que ha mencionado Hersh:

La concepción que uno tiene de lo que son las matemáticas afecta la concepción que uno tiene de cómo deberían presentarse. La forma de presentarlas es un indicativo de lo que uno cree que es más esencial en ellas (1986, pág. 13).

En cuanto al segundo aspecto, hay que recordar que el profesor, como persona, tiene una historia individual que se remonta a su época de estudiante. En ese periodo en particular percibió cómo otras personas (sus respectivos profesores) realizaban la labor docente, qué aspectos resaltaban, cómo se comportaban y manejaban los recursos disponibles, etcétera. Tal como lo ha mostrado la investigación sobre formación y prácticas docentes, todo este bagaje se ha incorporado a nuestra formación profesional y se expresa a través de nuestras prácticas docentes de manera significativa:

Implícitamente se piensa que el solo estudio de las propias matemáticas le proporcionará los elementos para enseñar esta disciplina. Como resultado, en la práctica de enseñar matemáticas, el profesor generalmente adopta un modelo de enseñanza que recoge elementos de su propia experiencia como estudiante. (...) Su experiencia como estudiante se vuelve determinante en las ideas que él tenga acerca de esta disciplina (Santos, 1993, pág. 421).

Dicho sea de paso, y como reflexión adicional, los profesores que laboramos en este momento estamos influenciando la manera en que los futuros profesores (que ahora son nuestros alumnos) darán sus clases en los años venideros. Y ellos lo harán con sus alumnos en su momento, y así sucesivamente.

Para regresar al tema, al realizar su labor académica y tratar de “ponerse en el lugar de otros” (sus propios alumnos), los profesores echan mano de sus experiencias como estudiantes y de la información que tengan internalizada a través de procesos de formación académica, así como de la reflexión que hayan llevado a cabo. Considerado así, este es un proceso práctico, desarrollado curso a curso y día con día. Muchos docentes incluso comentan que tienen sus propios materiales, apuntes y manera de dar clase, lo cual es cierto: diseñan sus propias actividades y materiales,

pero todo ello está innegablemente influenciado por sus antecedentes, sus creencias sobre la disciplina, sus concepciones del aprendizaje y de la enseñanza, así como de su percepción sobre los alumnos. Aunque sea de manera implícita, toman una postura epistemológica, ontológica y didáctica al respecto.

Sin embargo, si el docente llegase a considerar todo aquello de una manera demasiado práctica cada que tiene un curso nuevo o cada que cambia de currículo o de contexto, tendría que iniciar de nuevo el trabajo de construir la planeación del curso, de los instrumentos de evaluación, etcétera, prácticamente desde cero. ¿Qué es lo que podría evitar que esto ocurra?, pues la búsqueda de patrones o de regularidades.

En este sentido, vale la pena hacer dos observaciones: una en términos de una analogía y la otra en términos de metodología.

En cuanto al tema de la analogía, consideremos el desarrollo histórico del álgebra, el cual, a grandes rasgos, se puede dividir en tres etapas: el álgebra hablada, el álgebra sincopada y el álgebra simbólica (Larroyo, 1976). Hay que fijarse que en la primera etapa los problemas se comunicaban con el lenguaje coloquial. Un ejemplo de documento de ese periodo es el denominado *Papiro de Ahmes* o *Papiro Rhind*, el cual contiene una colección de problemas matemáticos relacionados con cuestiones aritméticas. Al analizarlo, se ve la dificultad de plantear modelos generales que puedan, entre otras cosas, extrapolarse a otras circunstancias, por lo que cada situación tendría que plantearse más o menos desde un inicio.

A fin de evitar esta dificultad, se puede pensar en generalizaciones, aunque ello ha requerido la creación de lenguajes que ofrecen la oportunidad de estudiar y manipular objetos que ya no se encuentran ligados necesariamente a la realidad percibida por los sentidos. Con el paso de los siglos, pareciera que el álgebra fue siendo cada vez más inaccesible, pero en realidad ofrece herramientas para resolver muchos más problemas con desarrollos teóricos que generalizan.

Por su parte, en la literatura en Didáctica de las Matemáticas existen investigaciones y experiencias que muestran que los individuos comienzan utilizando estrategias aritméticas para resolver problemas y posteriormente utilizan estrategias o herramientas algebraicas (ver, tan sólo como un par de ejemplos, Godino, Neto, Wilhelmi, Aké, Etchegaray y Lasa, 2015; Larios, Valerio, Ochoa,

Spíndola, Sosa y Fajardo, 2017). De hecho, y en una manera más general, Piaget y García (1998) establecen esta relación entre el desarrollo histórico de las disciplinas y la psicogénesis de los individuos.

En términos más amplios, y con las limitaciones que se le pueden atribuir al álgebra, alguien puede resolver día con día problemas con estrategias aritméticas como si cada uno fuese independiente, o bien, buscar regularidades entre ellos y así encontrar un mismo modelo algebraico que permita resolver un conjunto de situaciones. Esa es parte de la idea de la enseñanza escolar: mostrarle al alumno conocimientos y modelos generales para tratar de aplicarlos en casos particulares.

La segunda observación, que tiene que ver con metodología, se refiere al papel activo que posee el proceso mismo de construcción de la Ciencia. Tomemos de ejemplo a René Descartes, quien es considerado como el padre de la Geometría Analítica; en realidad, el término “analítica” no proviene tanto del conocimiento en sí (de los hechos), sino más bien del método (la manera de obtener ese conocimiento). Entre los trabajos de Descartes existe uno con tres tratados científicos (*La Dióptrica*, *Los Meteoros* y *La Geometría*) que requirieron de un prólogo que les proporcionara coherencia como una sola obra. Este prólogo, que ha resultado más importante para el desarrollo de la ciencia moderna que los otros tres tratados (sin menoscabar su relevancia), es el denominado *Discurso del método para conducir bien la propia razón y buscar la verdad en las ciencias*, en el cual se plantean, entre otras cosas, reglas metodológicas para la búsqueda de la verdad.

En la primera parte del *Discurso del método*, Descartes se declaró insatisfecho por el saber recibido durante su desarrollo académico, por lo que pasó años buscando la manera de encontrar la certeza y la verdad: “Me impulsaba un imperioso deseo de aprender a distinguir lo verdadero de lo falso para juzgar con claridad de mis acciones y caminar rectamente por la senda de la vida” (Descartes, 1637/1999, pág. 12). Por tanto, se propuso desconfiar de lo que ya conocía y considerar cuatro reglas como fundamento para alcanzar su objetivo. De este modo, el énfasis en el método es lo que le que proporciona la manera de determinar qué es cierto.

No es este el único esfuerzo que se ha realizado; llama la atención que, con casi cien años de diferencia, y en el campo de la educación, se

publicaron dos libros homónimos con una intención similar: *Cómo pensamos*, de Dewey (1910) y Schoenfeld (2011), uno en educación en general y el otro en educación matemática; ambos muestran que el estudio de casos particulares les ha llevado a establecer esquemas generales sobre *saber algo*, cómo pensamos, cómo se lleva a cabo el pensamiento reflexivo (Dewey) y la resolución de problemas a través de la toma de decisiones (Schoenfeld), que en ambos casos desarrolla el conocimiento científico del individuo.

Ideas similares en la que se vincula a la Ciencia y su desarrollo aparecen en la literatura actual, como es el caso de Marcia McNutt, quien propuso la idea de que “la ciencia no es un conjunto de datos; es un método para decidir si lo que elegimos asumir como válido o no se basa en las leyes de la naturaleza” (Achenbach, 2015). O bien, si consideramos el ámbito de la enseñanza de las Matemáticas, tenemos que Vila y Callejo señalan que “las matemáticas (...) no son únicamente las conclusiones en ellas mismas sino también la actividad que lleva a establecerlas” (2005, pág. 18).

Así que el énfasis no está en el estudio de hechos particulares, sino en la adopción de métodos que permitan el aprendizaje de hechos generales (a veces a partir de hechos particulares) que a su vez pueden aplicarse a casos particulares.

Por su parte, y hablando sobre la formación de profesores y sobre la reflexión de la práctica docente, Godino y sus colegas han desarrollado un constructo para aplicarse en el análisis didáctico de los procesos de enseñanza en el área de Matemáticas. Este constructo, al que han denominado *idoneidad didáctica* (Godino, 2013; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006), se constituye con un conjunto sistémico de criterios que permiten determinar el grado de adecuación de un proceso didáctico para lograr un aprendizaje determinado que considere las circunstancias, las condiciones y los recursos del entorno. Esta propuesta se basa en un esfuerzo de sistematización de la práctica y la experiencia empírica, es decir, de encontrar regularidades en la reflexión de los docentes y en sus prácticas.

Font (2021), en la conferencia *Los criterios de idoneidad didáctica como guía de la reflexión del profesor sobre su práctica*, describió el proceso realizado para este trabajo teórico, donde se les pidió a profesores de diferentes países y niveles educativos que valorasen algún episodio de aula sin una pauta previa. Las opiniones reca-

badas fueron sistematizadas e incluían aspectos descriptivos, explicativos y valorativos, así como de diferentes tipos de conocimientos relacionados con lo disciplinar, lo cognitivo, lo contextual, lo interaccional, lo mediacional y lo emocional. El análisis realizado les permitió proponer una herramienta teórica para la práctica docente con características interesantes:

Una cosa muy significativa y muy sorprendente, que nos ha sorprendido porque nada más no lo esperábamos, es que estos criterios, estos grandes criterios que orientan la práctica del profesor, por la experiencia que tenemos nosotros de muchos países diferentes con muchos tipos de profesores diferentes, etcétera, esperábamos más diversidad pero resulta que los grandes principios que orientan la práctica son bastante homogéneos, es decir, están bastante globalizados (Font, 2021: 21m 6s).

Es casi tangible que el orden y la sistematización de la práctica permiten abordar los temas educativos con mayor orden y facilidad. Esto facilita, a su vez, su difusión e inclusión en procesos de formación de profesores.

Para cerrar esta reflexión, y en un aspecto más amplio, tomemos el comentario de Manuel Cruz Rodríguez, catedrático en la Universidad de Barcelona y autor de varios libros de filosofía, quien externó en una entrevista en el año 2017:

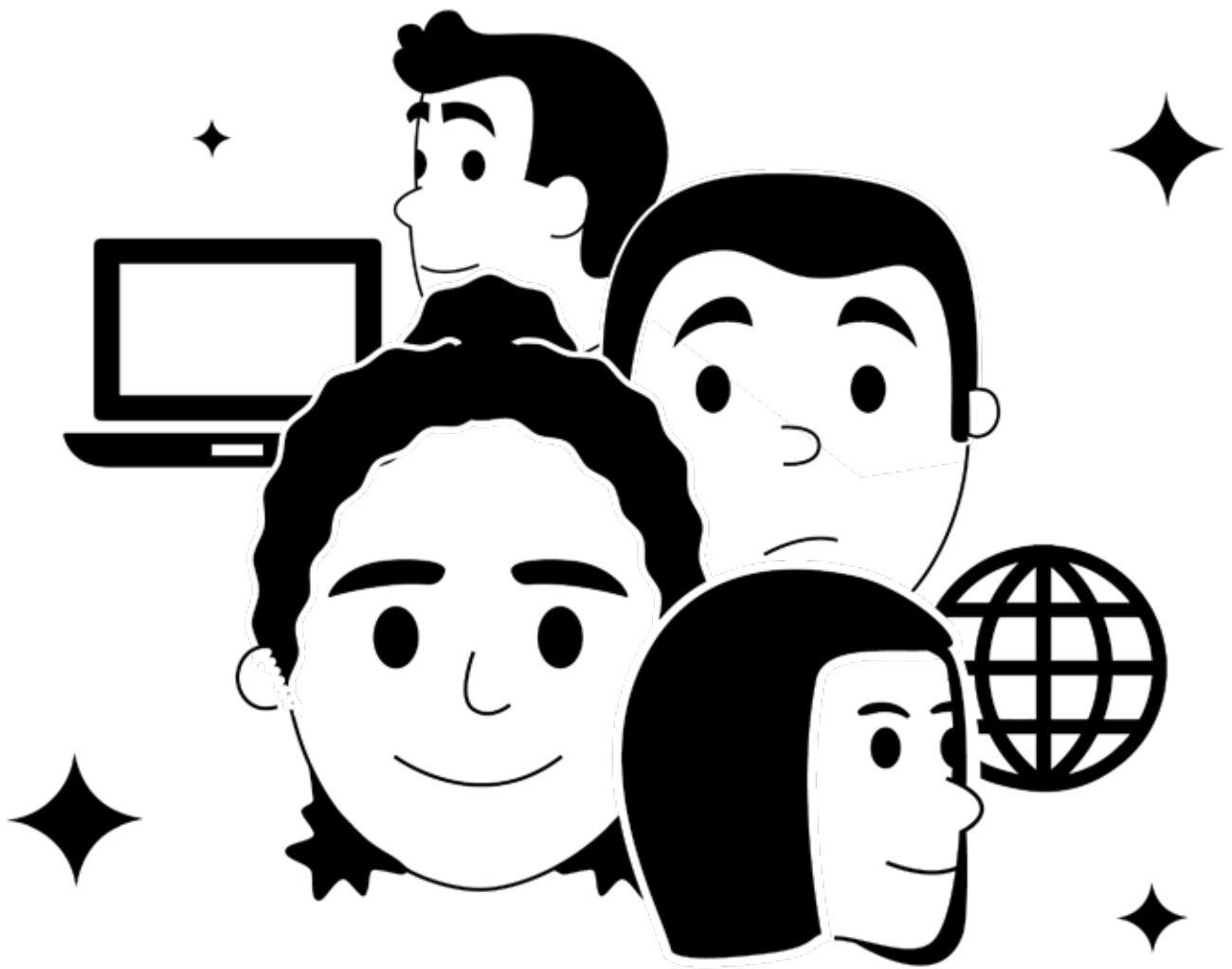
Tales anticipó una buena cosecha de aceitunas y se hizo con todos los molinos de alrededor, lo que le permitió hacer un buen negocio cuando sus vecinos tuvieron que usar sus molinos para hacer aceite. Él miraba al cielo para ver si iba a llover y anticipar esa buena cosecha. La criada no lo entendió y pensó que Tales no tenía los pies en el suelo. No hay nada más práctico que una buena teoría. Quien carece de pensamiento, de abstracción, no se maneja mejor con el mundo. Se puede entender mejor cualquier noticia, un atentado por ejemplo, si se es capaz de inscribirlo en un marco más global, de entender lo que es el yihadismo (Vivas, 2017).

En resumen, para no obscurecer más un proceso complejo como la docencia y evitar comenzar todo cada que nos enfrentamos a un curso, resulta que lo más práctico es tener una buena teoría.

REFERENCIAS

- Achenbach, J. (marzo de de 2015). Why do many reasonable people doubt science? *National Geographic*, <https://www.nationalgeographic.com/magazine/article/science-doubters-climate-change-vaccinations-gmos>.
- Altet, M. (2005). La competencia del maestro profesional o la importancia de saber analizar las prácticas. En L. Paquay, M. Altet, É. Charlier y P. Perrenoud (Edits.), *La formación profesional del maestro* (págs. 33-54). México, México: Fondo de Cultura Económica.
- Descartes, R. (1637/1999). *Discurso del método para conducir bien la propia razón y buscar la verdad en las ciencias*. México, México: Porrúa.
- Dewey, J. (1910). *How we think*. Nueva York, EEUU: D.C. Heath y Co. Publishers.
- Font, V. [UAEH Oficial]. (2021). *Los criterios de idoneidad didáctica como guía de la reflexión del profesor sobre su práctica* [Video]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=IA-8Dem5HU14>
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111-132.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font M., V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII(2), 221-252.
- Godino, J. D., Neto, T., Wilhelmi, M. R., Aké T., L. P., Etchegaray, S. y Lasa, A. (2015). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 117-142.
- Hersh, R. (1986). Some proposals for reviving the philosophy of mathematics. En T. Tymoczko (edit.), *New directions in the philosophy of mathematics* (págs. 9-28). Boston, EEUU: Birkhäuser.
- Larios O., V., Valerio L., T. J., Ochoa C., R., Spíndola Y., P. I., Sosa G., C. y Fajardo A., M. C. (2017). Dificultades en el aprendizaje del álgebra de bachillerato: Un estudio exploratorio. *Pädi. Revista de Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería*, 1(1), 53-71.
- Larroyo, F. (1976). *Filosofía de las matemáticas*. México, México: Porrúa.
- Piaget, J. y García, R. (1998). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. México, México: Siglo XXI Editores.

- Santos T., L. M. (1993). La naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas. *Mathesis*, 9(4), 419-432.
- Schoenfeld, A. H. (2011). *How we think. A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. Nueva York, EEUU: Routledge.
- Vila C., A. y Callejo de la V., M. L. (2005). *Matemáticas para aprender a pensar*. Madrid, España: Narcea.
- Vivas, Á. (2017). *No hay nada más práctico que una buena teoría*. 3/11/2021, de EL MUNDO Sitio web: <https://www.elmundo.es/cultura/2017/10/03/59d3585de5fdeace558b45de.html>



¿CÓMO PERCIBEN LOS ESTUDIANTES SU APRENDIZAJE A TRAVÉS DE LA EDUCACIÓN EN LÍNEA DURANTE LA PANDEMIA?

**HOW DO STUDENTS PERCEIVE THEIR OWN LEARNING BY ONLINE-BASED
EDUCATION DURING THE COVID-19 PANDEMIC?**

Isela Enith Álvarez Sánchez*, Luisa Ramírez Granados, Ramón Torres Alonso

Universidad Autónoma de Querétaro,
**ialvarez25@alumnos.uaq.mx*

Recibido el 21 de mayo de 2021, aceptado el 14 de octubre de 2021.

RESUMEN

Debido a la pandemia generada por el Covid-19 en marzo de 2020, los estudiantes de México se vieron obligados a dejar el aprendizaje presencial. Como respuesta emergente, algunas escuelas optaron por la educación en línea para continuar con las actividades docentes. Esto involucró el uso de tecnologías de la información y metodologías pedagógicas alternativas, que a su vez generaron nuevas experiencias para los estudiantes. Luego de más de un año de educación en línea, este trabajo busca conocer detalladamente estas experiencias. A través del análisis de los resultados de estudios existentes y nuevas encuestas a estudiantes que actualmente experimentan la enseñanza a distancia, se indaga la percepción general de los estudiantes sobre este nuevo proceso de aprendizaje.

Palabras clave: Educación en línea, Covid-19, aprendizaje.

ABSTRACT

Due to the pandemic generated by Covid-19 in March 2020, students from Mexico were forced to stop face-to-face learning. As an emerging response, some schools opted for online education to continue teaching activities. This involved the use of information technologies and alternative pedagogical methodologies, which generated new experiences for students. After more than a year of online education, this paper seeks learning more about these experiences. Through the analysis of new surveys of students who are currently experiencing online learning, the general perception of students about this new learning process is being investigated.

Keywords: Online classes, Covid-19, learning.

INTRODUCCIÓN

En marzo de 2020, la pandemia por Covid-19 sorprendió por completo a la sociedad mexicana y la orilló a modificar todas las actividades cotidianas y la forma de vida. Uno de estos cambios se dio en la educación: los estudiantes tuvieron que pasar de la enseñanza presencial a la virtual, y esta se volvió la única opción para que los alumnos pudieran continuar con sus estudios. Esta situación se vivió desde el preescolar hasta el nivel superior, y tanto en el sistema educativo público como el privado.

Los profesores tuvieron que organizarse rápidamente para adaptar su plan de estudio presencial a uno a distancia; se apoyaron en las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), y requirieron el uso de plataformas y metodologías virtuales con las que no estaban necesariamente familiarizados, tal como se menciona en el informe Covid-19 (Comisión Económica para América Latina [CEPAL] y la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO], 2020). En México, el 77 % de los profesores sostuvo haber recibido formación de herramientas de TIC para la enseñanza de la educación inicial, según los resultados de la encuesta Internacional sobre Enseñanza y Aprendizaje (TALIS) de la OCDE (2019); pero aun con esta formación recibida, considera que tiene una alta necesidad de capacitación en esta materia (Organización de Cooperación y Desarrollo Económicos, 2019).

Como los estudiantes también se sometieron a esta situación, que inició como un cambio temporal y que continúa después de un año, surge la necesidad de investigar cómo ellos perciben su aprendizaje durante este tiempo de pandemia. Para dicha indagación se diseñó un instrumento cuyos resultados se presentan en este artículo.

MARCO TEÓRICO

DIFERENCIAS ENTRE LAS MODALIDADES PRESENCIAL Y NO PRESENCIAL

Según Mendoza (2020), citado en Peña (2021), la educación presencial y la no presencial se distinguen por:

- El uso de la tecnología como un mediador de la educación a distancia;
- El formato de los materiales y recursos didácticos que se emplean, así como su disponibilidad, concentrados ahora en un solo dispositivo informático;
- La relación humana que se establece en estos dos escenarios. Mientras que en un aula el profesor tiene la inmediatez de la comunicación con sus alumnos, a distancia la interacción depende de la calidad de las conexiones y transmisión de datos, video y audio.
- La diferenciación entre qué hacer para entregar y hacer para aprender; y, finalmente,
- La acentuación de que la tecnología no desplaza al docente. El miedo a esta situación está poco fundado, por lo menos en las condiciones actuales (p. 2).

MODALIDADES DE EDUCACIÓN NO PRESENCIAL

Existen diferentes modalidades no presenciales de educación, como la educación a distancia y la virtual. A estas dos últimas modalidades las englobaremos en Educación en línea como conceptualización de aprendizaje apoyado por medios electrónicos, donde existe la interacción entre profesor y alumno, y la distribución de material de clase por medio de Internet. Ahí se pueden incluir elementos de audio, video, texto, animaciones, y entornos de capacitación virtual y charlas con profesores (Abreu, 2020).

¿Es posible clasificar la adaptación de la educación como la que se dio a consecuencia de la pandemia en una educación en línea? Peña (2021) ha denominado a esta forma peculiar de docencia como Enseñanza Remota de Emergencia (ERE). Una expresión con la cual se indica:

Un cambio temporal de la entrega de instrucción a un modo de entrega alternativo debido a circunstancias de crisis. Implica el uso de soluciones de enseñanza totalmente remotas para la instrucción o la educación que, de otro modo, se impartirían presencialmente o como cursos combinados o híbridos, y que volverán a ese formato una vez que la crisis o la emergencia haya disminuido. El objetivo principal en estas circunstancias no es recrear un ecosistema educativo robusto, sino más bien proporcionar acceso temporal a la instrucción y a los apoyos instructivos de una manera rápida y fácil de instalar durante una emergencia o crisis. (Hodges et al., 2020, p. 17 citado en Peña, 2021).

La efectividad de la educación en línea resulta de un diseño y planificación instruccional cuidadoso: utiliza un modelo sistemático para su diseño y desarrollo, el cual implica tiempo para esto y para la implementación adecuada (Abreu, 2020). Sin embargo, en esta rapidez por la emergencia sanitaria, la educación en línea, al ser utilizada como una solución simple y práctica para reemplazar la enseñanza presencial, provocará que los profesores que nunca han enseñado en línea ofrezcan cursos que no han sido diseñados de esta manera, por lo que la educación línea podría resultar engañosa (Lee, 2020).

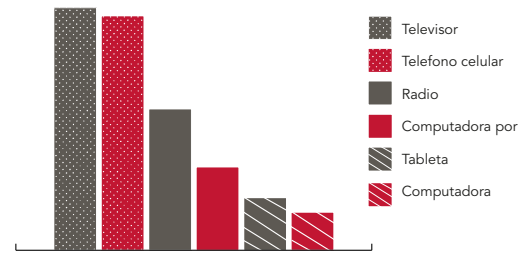


Figura 1. Disponibilidad de equipos TIC (indicadores por hogar). Fuente: Las TIC en México (SCT, 2019).

CONTEXTO MEXICANO AL INICIO DE LA PANDEMIA.

En México durante el 2019, el 31.8 % de los hogares contaba con computadora portátil y el 14.5 % con computadora de escritorio. Y solo el 56.4 % de los hogares tenía Internet (Secretaría de Comunicaciones y Transportes [SCT], 2019).

Con respecto al uso de Internet durante el 2019 en México:

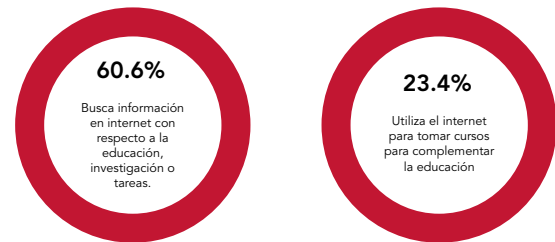


Figura 2. Uso y aprovechamiento de Internet, actividades realizadas en Internet. Fuente: Las TIC en México (SCT, 2019).

En el ciclo escolar 2019-2020, 33.6 millones de personas entre 3 y 29 años estuvieron inscritas. De estas personas, las TIC más usadas para sus actividades escolares o clases a distancia en la pandemia fueron: 65.7 % teléfono inteligente; 18.2 % computadora portátil; 7.2 % computadora de escritorio; 5.3 % televisión digital, y 3.6 % tablet. Si se analiza este uso por nivel escolar, la población de primaria y secundaria utilizó en, primer lugar, el teléfono celular con un porcentaje mayor de 70 %; en la media superior, disminuyó el uso del celular a 58.8 % y se recurrió también a la computadora portátil, con un porcentaje de 26.5 %; los estudiantes de la educación superior utilizaron más la computadora portátil con un 52.4 % (Instituto Nacional de Estadística y Geografía, 2021).

Después de analizar cuáles dispositivos utilizaron los alumnos para atender sus clases, ahora examinaremos las condiciones de uso de las TIC, para entender si es-

tos tuvieron que compartir con alguien más o si tuvieron que pedir prestado para poder tomar sus clases.

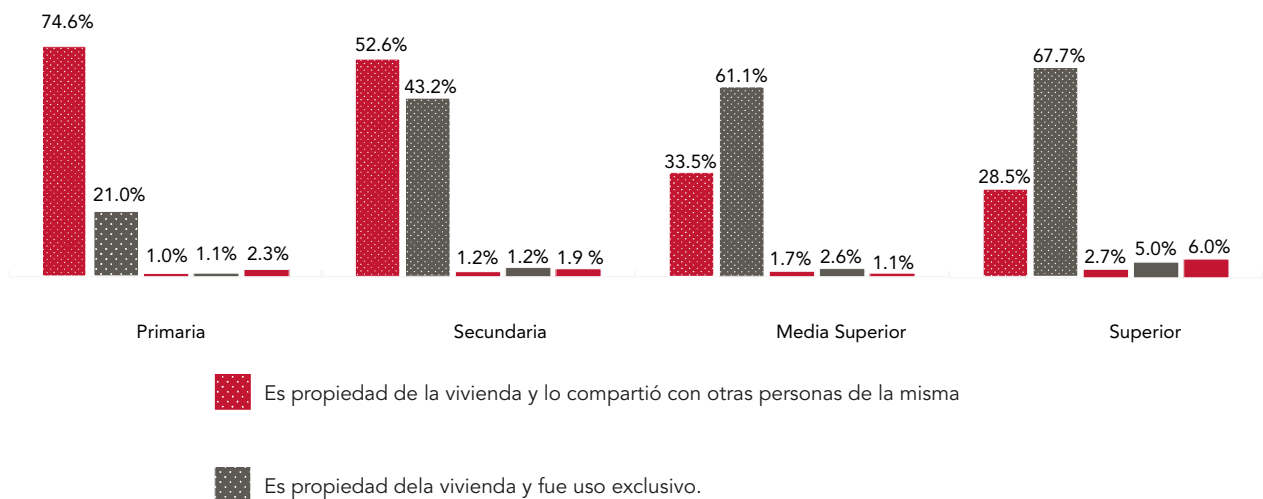


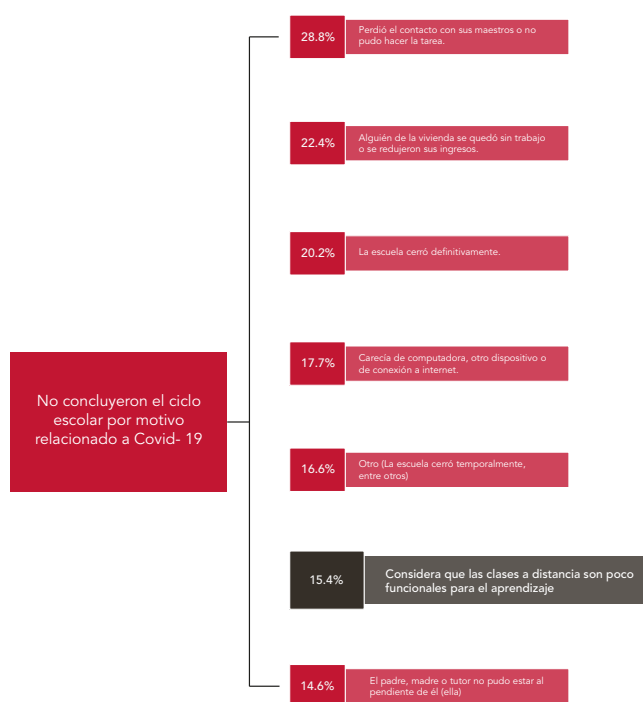
Figura 3. Distribución porcentual de la población de 3 a 29 años inscrita en el ciclo escolar 2019-2020, por exclusividad de los aparatos o dispositivos electrónicos que usaron principalmente para sus actividades escolares o clases a distancia por nivel de escolaridad. Fuente: (INEGI, 2021).

Se puede observar en la gráfica anterior que la mayoría de los estudiantes de los niveles de primaria y secundaria tuvo que compartir sus dispositivos con otras personas; en nivel medio superior y superior esto cambió porque un poco más del 60 % de los estudiantes tuvo uso exclusivo de estos. En otros datos, el 2.2 % de los estudiantes de 3 a 29 años inscritos en el ciclo escolar 2019-2020 no concluyó, lo cual representa 738,4 mil personas. Más de la mitad (58.9 %) fue por motivo relacionado con Covid-19; 8.9 % por falta de dinero o recursos, y 6.7 % porque tenía que trabajar. Por último, el 25.5 % fue por otros motivos distintos. La pandemia ha afectado de manera importante en el sector económico (INEGI, 2021).

Si se profundiza más en el porcentaje del 58.9 % correspondiente a los estudiantes que no concluyeron el ciclo escolar por motivos relacionados a Covid-19, se encuentran diferentes razones, pero entre las que tienen un porcentaje arriba del 20 % están: perder el contacto con sus maestros o no poder hacer la tarea, que alguien de la vivienda se quedó sin trabajo y que la escuela cerró de manera definitiva.

Figura 4. Distribución porcentual de la población de 3 a 29

años inscrita en el ciclo escolar 2019-2020 y que no concluyó el año escolar, por motivo de No conclusión y la razón principal cuando fue relacionado a la pandemia por la COVID-19. Fuente: (INEGI, 2021).



Es notable que un 15.4 % de estos estudiantes considera que las clases a distancia son poco funcionales para el aprendizaje. Es interesante entender por qué estos estudiantes lo juzgan así, al grado de haber optado por no terminar el curso y también de no inscribirse en el siguiente ciclo escolar 2020-2021.

Según el INEGI (2021), había 33.6 millones de estudiantes de 3 a 29 años inscritos en el ciclo escolar 2019-2020; mientras que para el ciclo escolar 2020-2021, la cifra se redujo a 32.9 millones, de los cuales el 92 % son estudiantes que también estuvieron inscritos en el ciclo escolar 2019-2020. Por otra parte, se identificó que, de los estudiantes de 3 a 29 años no inscritos en el ciclo escolar 2020-2021, 2.3 millones no lo hicieron por motivos relacionados con la pandemia; y destaca que el 26.6 % consideraron que las clases a distancia son poco funcionales para el aprendizaje.

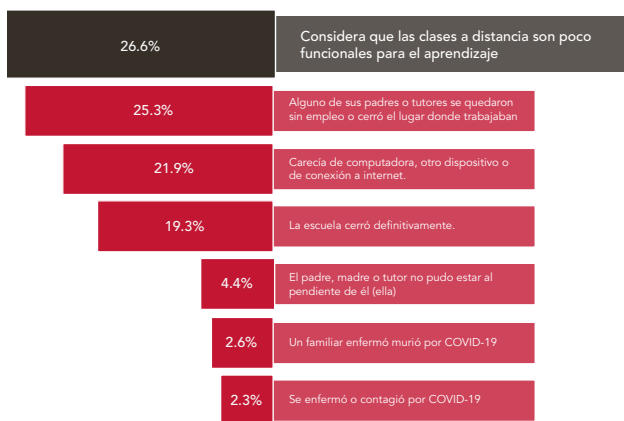


Figura 5. Distribución porcentual de la población de 3 a 29 años que no se inscribió en el ciclo escolar 2020-2021 a causa de la COVID-19 por motivo principal. Fuente: (INEGI, 2021).

INVESTIGACIONES DE OTRAS INSTITUCIONES ESCOLARES

Se revisaron cuatro investigaciones que se realizaron en escuelas de México con el objetivo de conocer los resultados obtenidos de sus experiencias vividas con la educación en línea durante la pandemia:

En el ciclo escolar de marzo a agosto del 2020 en el Instituto Politécnico Nacional (IPN), la Investigación de Hurtado y Badillo (2020) abordó la situación que prevaleció por la pandemia en esta institución. Algunos de los resultados obtenidos son:

Tabla 1. Cantidad de sesiones efectuadas por cada herramienta. Fuente: (Hurtado y Badillo, 2020, pp. 706)

HERRAMIENTAS	PROMEDIO DE SESIONES REPORTADA X PROFESORES (575 PROFESORES DE 650)/12 SEMANAS=10 SESIONES	PROMEDIO DE ALUMNOS ATENDIDOS EN % DE LA POBLACIÓN (12,750 ALUMNOS)
Zoom	40	45
Webex de Cisco	10	8
Google Meets	10	5
Microsoft Teams	30	40
Otros	10 no reportados	

Tabla 2. Experiencias en uso de tecnología. Fuente: (Hurtado y Badillo, 2020, pp. 706)

EXPERIENCIAS	PROFESORES	ALUMNOS
Dueños de computadora personal propia	60 %	10 %
Smartphone	95 %	95 %
Internet propio	35 %	10 %
Problemas con el uso de plataformas	100 %	100 %
Dicen tener dominio para el uso de plataformas	5 %	10 %
Dijeron tener problemas de comunicación	100 %	100 %

En la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (buap), la investigación de Morales-Espíndola et al. (2020) menciona la gestión de las tecnologías de la educación en ambientes de aprendizaje virtuales con el apoyo de estudiantes de la materia de Investigación de Mercado de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP). En dicha investigación se realizaron 10 focus groups de 8 a 10 integrantes cada uno: los participantes recibieron clases virtuales en la plataforma Discord por 4 semanas, al menos. Los resultados de dicha investigación se muestran a continuación:

Tabla 3. Resultados. Fuente (Morales-Espíndola *et al.*, 2020, pp.8-11)

POR-CEN-TAJE	EXPERIENCIAS
75 %	Consideró inadecuado o incompleto el equipo electrónico con el que cuenta para recibir clases virtuales.
90 %	Reportó haber tenido problemas con la conectividad a internet en varias ocasiones, y que tanto los estudiantes como sus profesores tuvieron que suspender las clases.
20 %	Solo cuenta con computadora propia.
50 %	Utiliza su teléfono inteligente como única herramienta de apoyo ante las clases virtuales.
30 %	Estaba acostumbrado a utilizar plataformas digitales de aprendizaje para enviar tareas o realizar trabajos y exámenes en las clases presenciales
55 %	Valoró el hecho de que, gracias a las clases en línea, no perdieron el semestre y continuaron con su curso
45 %	Mencionó que no veía ventajas en este tipo de estrategias, ya que no sentía impacto real en su aprendizaje, se distraía demasiado o no entendía las indicaciones de sus profesores.
35 %	Reportó falta de flexibilidad por parte de algunos docentes, los cuales no los apoyaron cuando tuvieron problemas técnicos con las plataformas o herramientas.
80 %	Consideró que la "educación en línea o a distancia" que recibe es deficiente, ya que solo un 30 % de los profesores le da "clases en tiempo real" o "le graba tutoriales".
100 %	Siente más estrés y presión en las clases virtuales, y que la calidad de su aprendizaje no es comparable con los estudios presenciales.

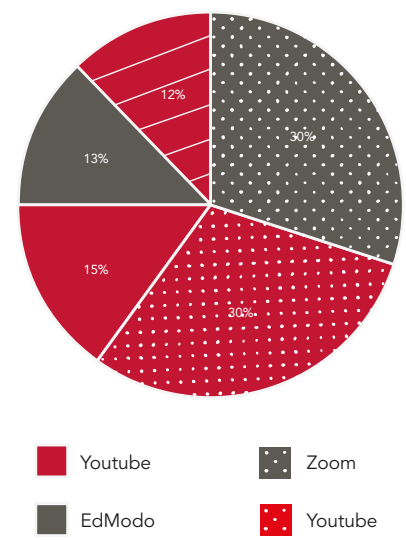


Figura 6. Herramientas digitales más utilizadas durante la pandemia, año 2020. Fuente: (Morales-Espíndola *et al.*, 2020, pp.9)

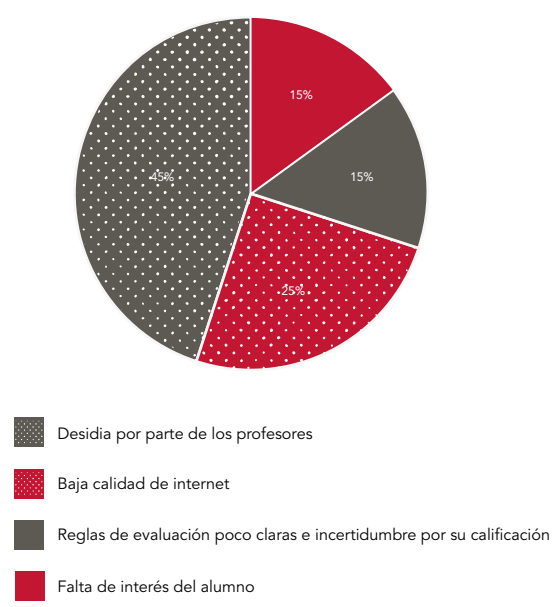


Figura 7. Principales barreras de comunicación durante el desarrollo de las clases virtuales, año 2020. Fuente: (Morales-Espíndola *et al.*, 2020, pp.9)

Por último, la investigación realizada por Román (2020) buscaba conocer la percepción de los estudiantes del nivel superior ante este ajuste de la modalidad presencial a la virtual. Se realizó con 76 estudiantes de diferentes licenciaturas, 34 docentes y 3 administrativos adscritos en varias universidades de los valles centrales de Oaxaca, pero para este artículo solo se revisarán los resultados obtenidos con los estudiantes. La recolección de datos se llevó a cabo con formulario Google: constaba de 19 preguntas abiertas a docentes y administrativos, y 16 a los estudiantes.



Figura 8. Sentir de los estudiantes ante los cambios que implica el ajuste de clases presenciales a virtuales. Fuente: (Román, 2020)



Figura 9. Obstáculo más significativo de los estudiantes ante los cambios que implica el ajuste de clases presenciales a virtuales. Fuente: (Román, 2020)

Se puede observar en la Figura 8 que un 18.57 % de los estudiantes se siente inconforme ante los cambios que implica el ajuste de clases presenciales a virtuales, y que la comunicación, con un 25.71 %, fue el obstáculo más significativo.

METODOLOGÍA

Para tratar de entender la percepción de los estudiantes sobre su aprendizaje en línea en este

tiempo de pandemia, se hizo encuesta para la recolección de datos. Esta se realizó a través de WhatsApp para respetar el protocolo de prevención impuesto por las autoridades ante la pandemia. Fue aplicada a una muestra por conveniencia integrada por 25 estudiantes de entre 11 y 19 años, los cuales, antes de la pandemia, se encontraban recibiendo una educación presencial; durante la pandemia tuvieron que pasar a una educación en línea para poder continuar con sus estudios.

Tabla 4. Reactivos en la encuesta y las variables que se intentaban valorar.

REACTIVOS	VARIABLES
¿Qué nivel de educación cursas?	Primaria, secundaria, preparatoria, universidad
¿Qué estrategia de estudio estás utilizando para recibir tu educación en línea?	Clases en línea en vivo a través de video llamadas, utilización de plataformas como classroom, correo electrónico, mensajería instantánea, etc.
¿Cómo percibes tu aprendizaje en línea durante este tiempo de pandemia? ¿Por qué?	Funcional o no funcional, y conocer el porqué de esta percepción.
¿Qué es lo que te gustaría cambiar de la enseñanza en línea en este tiempo de pandemia para mejorar tu aprendizaje?	Conocer desde su perspectiva qué cambiar para mejorar su aprendizaje en este tipo de enseñanza durante la pandemia

A través de este cuestionario se buscó conocer qué estrategias de estudio utilizaron los estudiantes; conocer si fue positivo o negativo este cambio a educación en línea; si lograron adquirir el conocimiento suficiente que los hiciera sentir seguros con respecto a su educación, y entender el porqué de su respuesta, fuera positiva o negativa. Por último, se conocieron los cambios que les gustaría para mejorar su aprendizaje en la educación actual.

Este análisis tiene como objetivo obtener conclusiones a través de la percepción de las experiencias vividas por los estudiantes que ayuden a mejorar las estrategias didácticas que actualmente son utilizadas para la educación remota de emergencia.

RESULTADOS

NIVEL ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES PARTICIPANTES

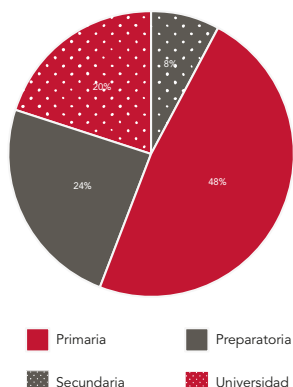


Figura 10. Nivel de educación. Fuente: Elaboración propia

ESTRATEGIAS DE ESTUDIO UTILIZADAS

Un 76 % contestó estar tomando clases en línea; las herramientas más utilizada para recibir la clase fueron Zoom y Classroom.

PERCEPCIÓN DEL APRENDIZAJE EN LÍNEA

De los alumnos encuestados, el 64 % percibió que su nivel de aprendizaje es bajo; un 24 % que ha aprendido, pero a una menor escala a que si lo hubiera hecho de forma presencial, y un 12 % que aprendió porque sus calificaciones mejoraron.

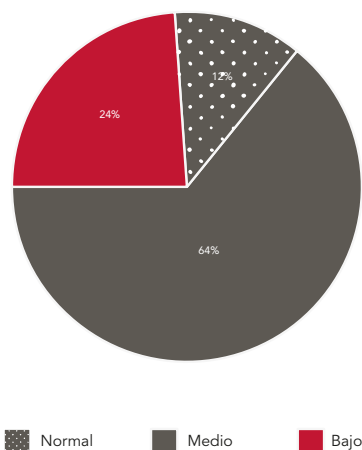


Figura 11. Percepción de aprendizaje de los estudiantes con la educación en línea en la pandemia por COVID-19. Fuente: Elaboración propia

Al analizar la causa de esta percepción, las respuestas preponderantes fueron que el estudiante se distrae más en la educación por línea; siente que el profesor no explica bien; culpan los fallos

del internet o de las plataformas utilizadas como herramientas durante este tipo de educación, y también un 12 % de los estudiantes expresó que el profesor deja demasiados trabajos y tareas, por lo que a veces el deseo de cumplir les quita el tiempo necesario para aprender. También fue mencionado por 8 % de los estudiantes que fue más difícil el aprendizaje con materias que requieren más práctica, como las matemáticas.

Tabla 5. Motivos que el estudiante identifico como causal de su bajo aprendizaje en la educación en línea durante la pandemia por Covid-19. Fuente: Elaboración propia.

EXPERIENCIA	PORCENTAJE
Porque el estudiante se distrae más	24 %
Porque siente que es deficiente la explica del profesor a través de la aplicación utilizada	16 %
Por fallos de las plataformas o Internet	16 %
La percepción del alumno es falta de interés y motivación del profesor porque el aprenda	16 %
Porque el profesor deja muchos trabajos que ocasionan que el alumno se enfoque en entregar y no tanto en aprender	12 %
Porque las clases no capturan el interés del alumno	12 %
Porque quedan dudas sin resolver, el profesor no las resuelve o el alumno se siente limitado para preguntar en esta forma de interactuar a través de la pantalla	8 %
Porque es más complicado entender en la educación en línea, principalmente en materias donde se requiere más practica a diferencia de las teóricas, como la materia de Matemáticas	8 %
Porque al profesor le falta capacitación para dar clases en línea	4 %

Una de las mejores respuestas por parte de uno de los alumnos participantes es la siguiente:

Si bien he aprendido, considero que no ha sido en la misma medida que lo pude haber hecho teniendo clases presenciales. Pienso que esto se debe a varios factores: por mencionar algunos, yo, como alumno, he notado una notable disminución en la presión ejercida por exámenes u otros métodos de evaluación, ya que al ser en línea tenemos más medios para dar con algunas respuestas. También, de parte de los profesores, creo que al tratar de compensar esta falta de peso en evaluaciones con una mayor carga de trabajo en tareas y proyectos, terminan por saturarnos al grado de que solo tratamos de entregarlos para cumplir con las fechas de entrega; sin embargo, dejamos de lado ese interés real por tratar de aprender e interiorizar los contenidos de los cursos, esa primera impresión de que al reducir los tiempos de traslado al llevar cursos en línea nos deja con más tiempo a los alumnos termina por desvanecerse rápidamente. La interacción por medio de una cámara también es un factor para considerar, muchas veces limita lo que podemos y no somos capaces de preguntar a los maestros, la dinámica en clase se vuelve más lenta y mucho menos fluida. Y bueno creo que para los profesores también es algo complicado, nadie realmente estaba preparado para la pandemia y yo mismo he notado como varios de mis maestros han perdido esa motivación o entusiasmo al pasar de las clases por tener que dar sus materias a un montón de cámaras apagadas y mudas.

CAMBIOS SUGERIDOS PARA MEJORAR LAS CLASES EN ESTA MODALIDAD DE EDUCACIÓN REMOTA DE EMERGENCIA

El 24 % de los alumnos sugirió que el profesor debería profundizar más en los temas impartidos en clase, porque siente que no se propicia una relación de comunicación y comprensión para lograr adquirir el conocimiento deseado. Incluso los estudiantes notan que con las materias prácticas como matemáticas es más complicado aprender por la complejidad de usar operaciones. Un 16 % opina que la clase se haga más interesante para que capture su atención y evite distraerse fácilmente; otro 16 % pide que se dejen menos trabajos y tareas, ya que con esta modalidad sienten que el profesor los ha incrementado. Esto, como método de evaluación, ocasionó que el estudiante no contara con el tiempo necesario para centrarse en el objetivo de aprendizaje, y que lo viera como requisito por cumplir para no afectar sus calificaciones.

CONCLUSIONES

La situación de emergencia sanitaria ocasionada por la pandemia Covid-19 generó respuestas rápidas en diferentes actividades. Una de estas fue la educación en línea como reacción para minimizar el riesgo de contagio entre los estudiantes y cubrir la necesidad de continuar con su educación escolar. Ante esta emergencia, el profesor tuvo que, en un periodo muy corto de tiempo, adaptar su plan de estudio presencial a uno en línea, sin contar con la adecuada planeación ni metodología que requiere la educación en línea.

Los estudiantes tampoco estaban preparados para este cambio, el cual los afectó de tal manera que algunos de ellos no concluyeron el ciclo escolar en el que estaban inscritos. Su justificación fue por diversos motivos, como no contar con las herramientas tecnológicas necesarias o considerar que las clases a distancia son poco funcionales, el cual fue también el principal motivo para no inscribirse en el ciclo escolar 2020-2021, según datos del INEGI.

Los estudiantes vivieron experiencias similares que influyeron en esta percepción de poca funcionalidad: una recurrente fue la limitante de comunicación que dependió de la conectividad, la capacidad de la tecnología utilizada o la velocidad de datos. El aprendizaje se vio limitado en ocasiones al tener en clase imágenes o sonidos entrecortados generados por una conexión intermitente que provocó falta de secuencia, o incluso la suspensión de la clase cuando el problema fue del profesor. Se remarca la diferencia de comunicación que existe entre la educación en línea y la educación presencial; esta última se caracteriza por su fácil interacción entre profesor y estudiante, generada por su accesibilidad e inmediatez dentro del aula.

El estrés y la presión experimentados por los estudiantes durante las clases en línea fueron mayores que en las clases presenciales: esto ocasionó la desgana o el temor a participar en clase a través de una pantalla, sensaciones también causadas por enfrentarse a otra forma de ser evaluado que recayó para ellos en más trabajos y tareas.

La dificultad de comprensión con materias prácticas como matemáticas también se hizo más evidente en esta modalidad. Estas requieren ejemplificarse y practicarse mediante la elaboración de ejercicios para su aprendizaje, lo cual puede ser un poco limitado y complejo si se utilizan las herramientas digitales sin una previa capacitación.

Algunos estudiantes tuvieron que compartir espacios o dispositivos electrónicos para recibir sus clases en línea con más miembros de su familia. Situaciones

así les impidieron tener la concentración necesaria para adquirir el conocimiento. El temor ante esta situación de pandemia relacionado a la enfermedad misma y la tristeza de no poder socializar con sus compañeros de clase de la misma manera en que lo venían haciendo antes de la pandemia fueron también factores presentes en los estudiantes que mermaron el rendimiento escolar.

A través del análisis de las investigaciones y la encuesta realizada para este artículo podemos concluir que el estudiante percibe las clases en línea como poco funcionales, a consecuencia de experiencias similares que terminaron afectando su rendimiento académico o motivación para continuar sus estudios. Por otro lado, en esta modalidad el estudiante debe tener más autonomía, autodisciplina y un rol más activo para buscar el conocimiento, características para las que no estaba tan preparado por su edad o por la formación académica que venía recibiendo, basada en un aprendizaje presencial.

Es importante señalar que, de todas estas experiencias adquiridas en este tiempo de pandemia, es nuestro fin buscar estrategias didácticas que lleven a enfrentar asertivamente futuras situaciones similares, donde el profesor esté mejor capacitado en tic, en metodologías de evaluación, en herramientas motivacionales y herramientas que logren fomentar la autonomía y autodisciplina en el estudiante para la educación en línea.

REFERENCIAS

Abreu, J. (2020). Tiempos de coronavirus: La educación en Línea como respuesta a la crisis. *Revista Daena International Journal of Good Conscience*, 15(1), 1-15.

CEPAL/UNESCO (Comisión Económica para América Latina y la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura) (2020). La educación en tiempos de la pandemia de Covid-19, Informe Covid-19, CEPAL-UNESCO, Biblioteca Digital

Hurtado, J. et al. (2020). Análisis de educación universitaria, la mitigación e impedimento de sesiones presenciales por pandemia Covid 19 a través de la educación a distancia y virtual en la UPIICSA-IPN; herramientas, indicadores, resultados, riesgos y la nueva normalidad. Memoria del congreso de docencia, investigación e innovación educativa 2020. [IE-2020-EBOOK.pdf#page=699](https://www.researchgate.net/profile/Alfredo-Zapata-Gonzalez/publication/349265037_Memoria_CODIIE_2020_EBOOK/links/6027319ba6fdcc37a8219b01/Memoria-CODI-</p>
</div>
<div data-bbox=)

INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía) (2021). Resultados de la encuesta para la medición del impacto Covid-19 en la educación ECOVID-ED. https://www.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/boletines/2021/OtrTemEcon/ECOVID-ED_2021_03.pdf

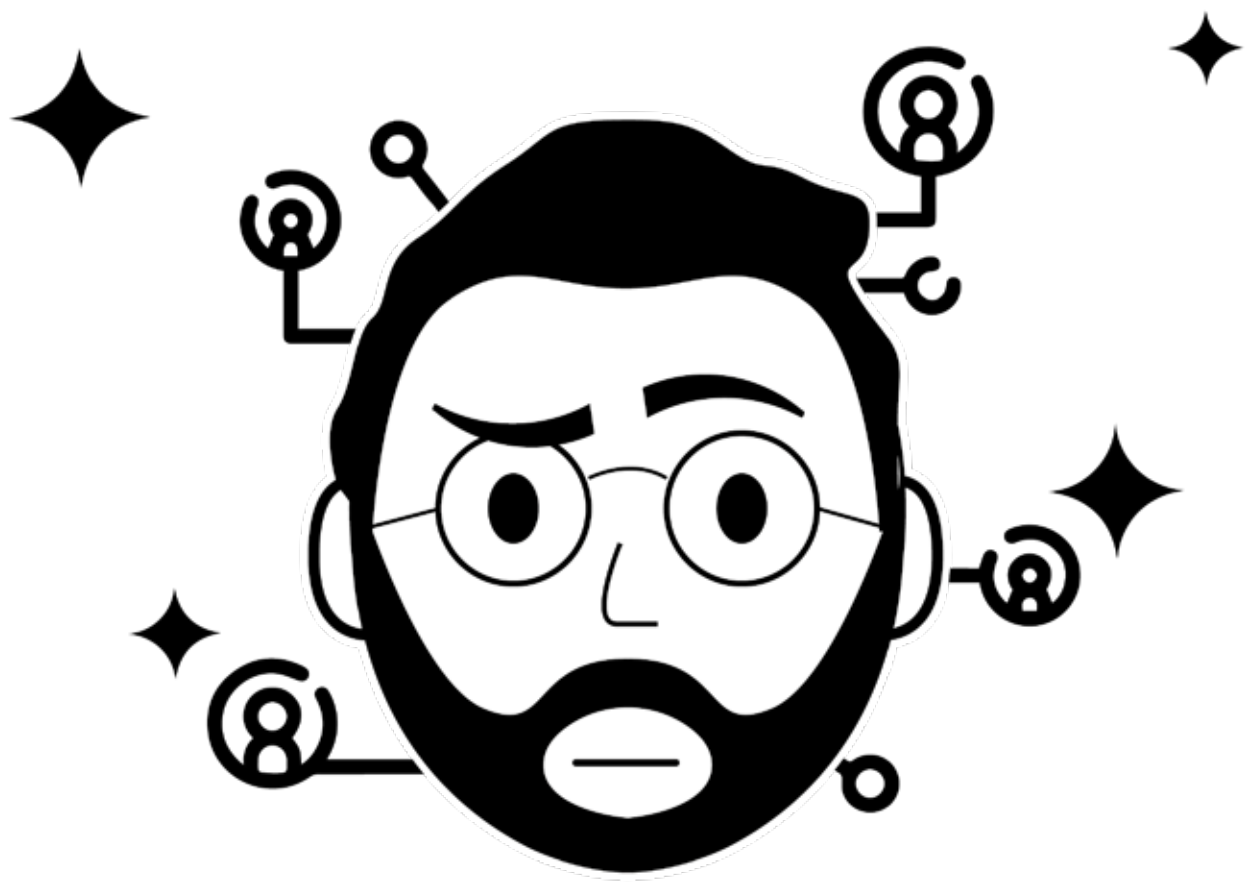
Lee, Kyungmee (9 de marzo de 2020). *Coronavirus: universities are shifting classes online – but it's not as easy as it sounds*. The Conversation Academic Journal. <https://theconversation.com/coronavirus-universities-are-shifting-classes-online-but-its-not-as-easy-as-it-sounds-133030>

Morales-Espíndola, M. et al. (2020). Gestión del conocimiento a través de plataformas y herramientas digitales de aprendizajes ante la migración de clases presenciales a en línea. *Revista Gestión, Organizaciones y Negocios*, 7(2), 1-19. <https://revistageon.unillanos.edu.co/index.php/geon/article/view/217/225>

OCDE (Organización de Cooperación y Desarrollo Económicos) (2019). *TALIS 2018 Results (volume I): Teachers and School Leaders as Lifelong Learners*, TALIS, OECD Publishing, París. <https://doi.org/10.1787/1d0bc92a-en>

Román, J. A. M. (2020). La educación superior en tiempos de pandemia: una visión desde dentro del proceso formativo. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 50, 13-40. <https://doi.org/10.48102/rlee.2020.50.ESPECIAL.95>

SCT (SECRETARÍA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES) (2019). *Las TIC en México: indicadores 2019*, Informe SCT.



ACODESA **EN UNA EDUCACIÓN NO PRESENCIAL**

ACODESA IN NON-FACE-TO-FACE EDUCATION

Rosa Elvira Páez Murillo

Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM)
rosa.paez@uacm.edu.mx

Recibido el 7 de septiembre de 2021,
aceptado el 2 de octubre de 2021.

RESUMEN

Llevamos a cabo un análisis de cada una de las etapas de la metodología de enseñanza ACODESA y su puesta en práctica en educación no presencial. Explicamos cada una y los retos para su implementación a través de un experimento educativo con estudiantes de un curso de cálculo diferencial en el nivel universitario durante el semestre 2021-I. La actividad didáctica que exponemos se enfoca en la noción de intervalo. El análisis de los datos recolectados es de corte cualitativo e identifica las características de la escritura algebraica (Duval, 1988) que favorecen la identificación de un intervalo en su representación de conjunto, y que son fundamentales en la conversión entre registros de representaciones. Identificamos las representaciones semióticas espontáneas (Hitt, 2003) que surgen en el trabajo individual y que pueden refinarse en las diferentes etapas de la metodología. Finalmente, presentamos una reflexión sobre los factores externos que influyen en la implementación de la metodología en una educación no presencial.

Palabras clave: ACODESA, educación no presencial, actividad didáctica, características significativas, representaciones semióticas espontáneas.

ABSTRACT

We show an analysis of each of the stages of the ACODESA teaching methodology and its implementation in non-face-to-face education. We explain each phase and the challenges to address in their implementation. This is done through an educational experiment carried out with students of a university level differential calculus course during the semester 2021-I. The didactic activity we present focuses on the notion of interval. The analysis of the data collected is qualitative and identifies the significant characteristics of an algebraic writing (Duval, 1988) that favor the distinction of an interval when it is presented as a set, and are fundamental in the conversion between registers. We identify the spontaneous semiotic representations (Hitt, 2003) that emerge in individual work and can be refined in the different stages of the methodology. Finally, we present a reflection on the external factors that influence the implementation of the methodology in non-face-to-face education.

Keywords: ACODESA, non-face-to-face education, didactic activity, significant characteristics, spontaneous semiotic representations.

INTRODUCCIÓN

Tras la lectura de algunas revistas de educación matemática del año 2020 y del primer semestre de 2021, encontramos que son escasos los artículos de investigación provenientes del escenario real de una "educación no presencial". La escasez es natural, dados los tiempos necesarios para concebir y ejecutar un experimento educativo, sin mencionar la escritura y publicación del artículo. Lo que sí se evidencia son la reflexión, preocupación, incertidumbre y necesidad de documentar cómo los diferentes actores del proceso enseñanza-aprendizaje (estudiantes, profesores, investigadores y padres de familia) han afrontado este "terremoto educacional"¹ que inició en México el 17 de marzo de 2020, por el cual llevamos más de un año en esta modalidad.

Antes de continuar con el desarrollo del artículo, es preciso especificar que utilizamos el concepto de "educación no presencial" para referirnos a la modalidad de educación que se implementó mediante herramientas digitales de comunicación para sustituir al modelo tradicional de educación. Evitamos referirnos a una "educación a distancia", ya que esta tiene lineamientos bien definidos: los papeles principales corresponden a estudiantes y tutores, los programas de estudio están adecuados a tiempos diferentes y las formas de comunicación entre los participantes del proceso están previstas. Además, su aspecto fundamental corresponde al fino diseño y la meticulosa experimentación del material de enseñanza, que permiten a cada estudiante avanzar a su propio ritmo (un ejemplo de ello aparece en la plataforma del Centro Nacional de Educación a Distancia www.cned.fr).

La contingencia sanitaria de 2020 ofreció a los profesores menos de una semana para idear un modo de continuar con el trabajo de docencia y, en algunos casos, aun en las mejores circunstancias, fue con mínimos lineamientos institucionales. Dado que el período de educación no presencial en México se ha extendido a más de un año escolar, realizaremos una breve introducción

¹ Definido así por Michèle Artigue en su conferencia de septiembre de 2020 en EICAL 11.

de acuerdo con un calendario escolar sobre los momentos que permitieron espacios de planificación de la actividad docente.

El primer momento (entre marzo y julio de 2020, según el nivel educativo del que hablemos) marca el abrupto cambio de modalidad, donde una de las prioridades fue encontrar la mejor manera de comunicación para continuar la educación académica. Se recurrió al uso del correo electrónico, aplicaciones de mensajería instantánea, como WhatsApp y redes sociales, entre otros medios. “Esta necesidad de comunicación se tuvo que suplir sin prever a detalle su eficiencia en términos del proceso enseñanza-aprendizaje y del trabajo del profesor” (Font y Sala, 2020). La situación presentó un reto para los docentes, quienes continuaron con su enseñanza en modo no presencial. Así finalizaron el primer semestre de 2020 y el año escolar 2019-2020.

El segundo momento pertenece al desarrollo del año escolar 2020-2021 en los niveles de educación básica y secundaria. En este punto no existía certeza de cuándo se regresaría al aula de clase y los profesores dispusieron de poco más de una semana para organizar la actividad docente y asumir el reto. En el nivel superior, este lapso atañe a la planificación del segundo semestre de 2020 y el primero de 2021. El trabajo por semestres nos proporcionó la experiencia para desarrollar cursos completos bajo esta modalidad e implementar las adecuaciones pertinentes en el proceso de formación de los estudiantes.

Antes de la pandemia, en la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM) ya se había hecho uso de la tecnología como herramienta de enseñanza del cálculo (Páez, Alfaro y Torres, 2008; Páez y Pluinage, 2018; Páez y Pluinage, 2019), mas no como “el medio a través del cual se establece la relación entre docentes y estudiantes” (Font y Sala, 2020). En este artículo, presentamos un análisis de las etapas y puesta en práctica de ACODESA en una educación no presencial, derivado de la experiencia de su aplicación. Asimismo, exponemos las ventajas y limitaciones de un escenario en el que se integra la tecnología como herramienta y medio a la vez.

LA METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA ACODESA

Los proyectos de investigación de Páez (2004), Borbón (2003) y Hitt (2003), que en aquel entonces no especificaban un nombre para el método,

ya hacían referencia a la construcción de conocimientos en un ambiente de aprendizaje cooperativo, según el sentido de Hagelgans et al. (1995). En el proceso de refinamiento de la metodología, Hitt (2006) integró una visión similar, esta vez en consonancia con Davidson (1998) y Dillenbourg (1999); desde la publicación de ese trabajo, el método se ha conocido como ACODESA.

Esta enseñanza incluye elementos del aprendizaje colaborativo, debate científico (Legrande, 2001) y autorreflexión de acuerdo con las ideas de Hadamard (1945). Tal como lo especifica Hitt, “a lo largo de la evolución de las concepciones de los estudiantes, intentamos promover la conciliación de las representaciones funcionales que usan los alumnos con las institucionales que utilizamos al enseñar” (2006: 265, Traducción propia).

Las representaciones funcionales que menciona Hitt surgen del trabajo individual del pupilo, quien posteriormente las considera, modifica y refina. En específico, Hitt (2003, p. 269. Traducción propia) las define como “representaciones semióticas que permiten la construcción de un concepto matemático”. Estas son espontáneas y dependen del conocimiento que posee el estudiante cuando intenta resolver una actividad didáctica.

Las representaciones semióticas funcionales, sin embargo, no son necesariamente idénticas a las institucionales (las que aparecen en los libros que utiliza el profesor). Hitt (2013: 12. Traducción propia) afirma que “(las funcionales) provienen de la actividad matemática no rutinaria y están ligadas a la acción”. Hitt y Quiroz precisan que “al resolver una actividad no rutinaria, los estudiantes movilizan representaciones funcionales espontáneas (RF-E), las cuales se apoyan en las funcionales internas (RF). En consecuencia, se generan representaciones espontáneas (RE) que son externas al individuo” (2019: 79, traducción propia). De tal manera, el individuo es quien produce las RF-E y les otorga significado.

DISEÑO Y ROL DE LA ACTIVIDAD DIDÁCTICA

Uno de los primeros retos de ACODESA consiste en el diseño de actividades didácticas que sirvan a los estudiantes en la construcción de un determinado concepto matemático. Para este fin, es importante contar con una amplia documentación de los obstáculos, tanto didácticos como epistemológicos. Páez (2004) compiló un grupo de veintidós actividades didácticas —algunas propias y otras rediseñadas o tomadas de investigaciones

previas—, con el fin de que emergieran de manera natural en el individuo ideas intuitivas de los conceptos matemáticos de infinito y límite como se precisa en Hitt (2003); al mismo tiempo, otro grupo estuvo centrado en provocar conflictos cognitivos en los estudiantes respecto a estas ideas. En Borbón (2003), se diseñó un conjunto de nueve actividades para determinar concepciones del cálculo diferencial. Ambos trabajos se dirigieron a una población de maestría y se formularon según la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas (Duval, 1999), la cual afirma que la conversión entre registros de representación es la base para la construcción de un concepto matemático.

En Hitt y Passaro (2007), Hitt y Morasse (2009), así como Hitt y Quiroz (2019), se analizan los resultados de “situaciones-problema” —cuya finalidad es promover un pensamiento divergente que favorece la formulación de representaciones funcionales— planeadas con el objetivo de asimilar el concepto de covarianza. Hitt y Cortés se interesaron en “el diseño de actividades para el desarrollo de competencias matemáticas en torno a la modelización matemática y uso de la calculadora con posibilidades gráficas” (2009:2). Cortés, Hitt y Saboya reportaron una dinámica orientada a “promover un salto a los procesos algebraicos clásicos de papel y lápiz, mediados (por) el uso de un applet (POLY)” (2014: 230). Todas estas investigaciones se llevaron a cabo con estudiantes de secundaria en México y Canadá.

Por otra parte, Páez y Vivier (2013) plantearon cinco tareas relacionadas con el concepto de tangente con el fin de utilizarlas en un taller para profesores, algunas de las cuales contemplaban el uso del programa *GeoGebra* como apoyo. La primera se enfocó en reconocer las nociones iniciales de los profesores sobre la recta tangente en el registro gráfico, esto permitiría conformar los grupos requeridos para la segunda etapa, que explicaremos más adelante. Más recientemente, en 2019, Páez y Pluinage diseñaron un conjunto triple de labores didácticas destinadas a estudiantes de nuevo ingreso al nivel superior que integra el uso de *GeoGebra* para el estudio de las asíntotas de funciones racionales. En la estructura didáctica de “exploración guiada” (Carrión, Pluinage y Adjage, 2016) del modelo, se dan instrucciones del uso del *software* y, posteriormente, se interroga a los alumnos sobre los resultados que obtienen en relación con el concepto matemático que se pretende construir. En resumen, “la elaboración de actividades dentro de la metodología ACODESA im-

plica una estructuración que favorezca la producción de representaciones funcionales a partir de sus correspondientes representaciones externas y los procesos de conversión entre estas” (Cortés, Hitt y Saboya, 2014: 229).

Debemos considerar que, en principio, ACODESA no emplea ejercicios. Nos referimos a un ejercicio solo si “en la lectura de un enunciado matemático recordamos de inmediato un proceso o algoritmo a seguir para resolverlo” (Hitt y Cortés, 2009: 6). Hablamos, en cambio, de situaciones-problema, es decir, enunciados que evocan representaciones semióticas espontáneas del concepto matemático estudiado en virtud de las nociones que posean los estudiantes y exigen al alumno realizar tratamientos y conversiones entre los registros involucrados.

Finalmente, como lo especifica García (2019), el diseño de la enseñanza atañe, por un lado, a la investigación de los aspectos del proceso didáctico y, por el otro, a la puesta en práctica en el aula. Sea en escenario presencial o no, se deben incluir las tres etapas de trabajo (individual, en pequeños grupos y con todo el grupo) sin exceder el tiempo destinado para una clase (Robert y Coulange, 2009). La clase y el programa académico tendrán éxito si los estudiantes logran la adquisición y organización del conocimiento matemático.

PRIMERA ETAPA: TRABAJO INDIVIDUAL

El primer acercamiento se propone de manera escrita en un tiempo que el profesor monitorea según el desarrollo de la actividad y permite explorar las nociones individuales previas. Es aquí cuando surgen las RF que permiten comprender la actividad (Hitt, 2003, 2006 y 2013) y el instructor debe identificar directamente los acercamientos de los pupilos a la solución. En un escenario de educación no presencial, tomando en cuenta lineamientos institucionales y posibilidades de conectividad (Internet y/o equipo) del alumnado, esta primera etapa puede desarrollarse de manera asincrónica: el alumno recibe la tarea a realizar de manera digital a través de una plataforma como *Moodle*, *Classroom*, *GeoGebra*, etc. y la devuelve una vez que la haya completado.

Este modelo de trabajo da lugar a algunas cuestiones importantes: ¿Es más conveniente que el educando utilice procesadores de texto, donde los signos están condicionados por el sistema informático, o que recurra a la escritura a mano, que permite el uso de signos propios como las representaciones funcionales espontáneas (Hitt, 2003,

2006, 2013)? En términos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (1988, 1993, 1999) y el Marco de las Representaciones Funcionales de Hitt (2003, 2006, 2013), ¿qué tipo de representaciones utilizan los estudiantes bajo este esquema de comunicación? Por otro lado, los aspectos de instrumentalización (Rabardel, 1995) en relación con el artefacto tecnológico como herramienta quedan ocultos en un trabajo asincrónico.

SEGUNDA ETAPA: TRABAJO EN PEQUEÑOS GRUPOS

Tras el primer acercamiento, se procede al debate en equipos de dos a cuatro integrantes, en los que las ideas para la solución de la actividad habrán de compartirse y discutirse. Cada participante debe registrar los refinamientos al método surgidos de esta discusión en sus propios apuntes y, en una hoja de trabajo de equipo, se estructura el procedimiento colectivo de solución. Con el fin de promover la colaboración, cada estudiante asume un rol diferente; por ejemplo, si se utilizan objetos para el desarrollo de la actividad, alguien se encarga de manipularlos, alguien más redacta la hoja de trabajo en grupo donde establecen la propuesta en conjunto cuando llegan a un acuerdo, o justifican sus desacuerdos si es el caso, por último, otro comunica las ideas ante el resto de los equipos en la siguiente etapa.

La conformación y el trabajo de estos equipos es otro reto para la metodología. La finalidad no es crearlos, sino propiciar que cada estudiante participe, defienda sus nociones y se apoye en los argumentos de sus compañeros para ajustar o cambiar los propios. Es un momento para pulir las representaciones semióticas espontáneas a través del ambiente colaborativo. Idealmente, la integración de los equipos considerará los conocimientos iniciales del alumnado en relación con el concepto matemático en construcción. Esto se logra con la aplicación de una actividad que permita identificarlas (Páez, 2004; Borbón 2003; Páez y Vivier, 2013); tras el diagnóstico, se deben distribuir los estudiantes que mejor dominen el tema de manera balanceada en los equipos. Es importante notar que, en algunos casos, las circunstancias específicas (Hitt, 2013), así como ciertos aspectos de personalidad entre los compañeros, pueden incidir desfavorablemente en el avance individual y afectar el criterio para la conformación de los grupos (Páez, 2004; Borbón, 2003).

Gracias a la experiencia que tenemos de implementar ACODESA en un escenario presencial a nivel

universitario, definimos tres factores que influyen en el trabajo dentro de esta etapa: el primero corresponde a la asistencia, ya que no es obligatoria en nuestra institución; el segundo, a la deserción de los estudiantes. Ambos factores repercuten en el trabajo grupal, pues se recomienda que los grupos persistan en las sesiones. En términos de Haggelgans et al. (1995), la estabilidad de los equipos promueve el *esprit de corps* entre sus miembros, es decir, el sentimiento de satisfacción, pertenencia y coherencia del trabajo realizado. Por último, los ya mencionados aspectos de empatía, personalidad e interés por interactuar de los compañeros de clase constituyen un factor que impacta su avance.

En una modalidad no presencial, la segunda etapa se realizaría de manera sincrónica mediante salas virtuales privadas, pero siempre teniendo en cuenta los recursos tecnológicos y calidad de la conexión a Internet de los estudiantes. Asimismo, algunos rasgos de personalidad pueden verse agudizados en este contexto; por ejemplo, debido al entorno desde donde se conectan, en ocasiones la timidez de los estudiantes merma su concentración para el debate de ideas. Por otro lado, no es eficiente generar un gran número de salas virtuales, debido a que el profesor tiene que revisar cada propuesta grupal para la organización de la siguiente etapa.

TERCERA ETAPA: TRABAJO CON TODO EL GRUPO

El siguiente paso corresponde a la discusión de las diferentes propuestas de solución con todo el grupo. El profesor organiza esta discusión e inicia con el procedimiento que muestre las nociones menos refinadas o más contradictorias con el fin de abrir el debate con todo el grupo para evaluarlo. La meta de este intercambio es que sean los estudiantes quienes presenten sus propuestas y ellos mismos las cuestionen, validen o refinan (Hitt y Quiroz, 2019).

El educador orienta el diálogo hacia el debate científico (Legrand, 2001) para que los alumnos identifiquen las propiedades y aspectos semióticos fundamentales del aprendizaje en construcción. En ninguna de estas tres etapas puede aprobar ni desestimar los acercamientos de solución a la actividad didáctica, pero sí plantear preguntas para moderar y orientar la interacción. Este modo de trabajo aporta una valoración general de los conocimientos que posee cada uno de los pupilos a través de las preguntas y representaciones

semióticas que producen —y que el profesor quizás nunca haya considerado.

En modo presencial, el catedrático se acerca a cada equipo para explorar sus producciones escritas y verbales. En cambio, en enseñanza no presencial, el acercamiento toma más tiempo y cada participante debe adaptar su forma de trabajo según sus propias circunstancias y el profesor ha de revisar cada archivo por separado porque tampoco puede tener una visión global del trabajo de los pequeños grupos. Además, una sesión de trabajo de 90 minutos, lapso que nuestra institución contempla para la clase de matemáticas, es rara vez suficiente para desarrollar las tres, por tal motivo, modificamos la organización para que el trabajo individual se realizara durante una sesión asincrónica previa.

CUARTA ETAPA: AUTORREFLEXIÓN

Una vez desarrolladas las tres etapas anteriores, el profesor solicita a los estudiantes que retomen la actividad por su cuenta para reconstruir lo discutido y proponer una solución propia; esto se realiza de manera asincrónica y permite evidenciar qué tanto internalizó y de qué se apropió cada uno. En la modalidad presencial, esta fase se lleva a cabo en papel; en la no presencial, en formato digital —como ya mencionamos, esta diferencia en los formatos condiciona las representaciones semióticas que los estudiantes utilizan.

QUINTA ETAPA: EL PROCESO DE INSTITUCIONALIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO

En una sesión subsecuente, el profesor presenta un resumen de las nociones de los estudiantes para integrarlas con el conocimiento y representaciones institucionales (los tiempos y contenidos establecidos dentro del programa de estudios también limitan esta fase).

En la Figura 1 se resumen las etapas mencionadas en las modalidades presencial y no presencial.

Figura 1. Etapas de ACODESA.



EL EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA

La ejecución de este experimento en un contexto real se realizó en un curso de cálculo diferencial en el semestre 2021-I de una universidad pública de México. Los estudiantes corresponden a un sector de bajos recursos económicos y, aunque la lista constaba de treinta y cinco nombres, en promedio solo veintidós asistían a las discusiones grupales en sala virtual y realizaban las entregas del trabajo individual. La mayoría de ellos culminaron el nivel medio superior de modo no presencial e iniciaron sus estudios de superiores bajo este mismo esquema. Esto significa que tanto los estudiantes como el profesor-investigador habían trabajado por lo menos un semestre no presencial. Con el objeto de atender las problemáticas de conexión a Internet y acceso a dispositivos o espacios propios para un ambiente de aprendizaje, se estableció un lineamiento institucional de trabajo: de las cuatro sesiones semanales de 90 minutos, se planificaron dos sincrónicas en sala virtual y dos asincrónicas, lo que derivó en la implementación parcial de la metodología de enseñanza ACODESA; en suma: se eliminó la etapa de trabajo en grupos pequeños.

LA ACTIVIDAD DIDÁCTICA

Hemos seleccionado una de las actividades que aborda la noción de intervalo para ilustrar el trabajo parcial realizado con ACODESA en una educación no presencial, el subtema forma parte de la primera unidad del marco del Proyecto de Enseñanza del Cálculo en nuestra universidad. Si bien la tarea no constituye una situación-problema en el sentido de Hitt (2013), sí permite identificar las ideas intuitivas alrededor de la noción de intervalo en sus diferentes registros de representación semiótica (Duval, 1988 y 2006). Su diseño evoca concepciones (Duroux, 1983) y provoca conflictos cognitivos en relación con las características significativas (Duval 1988) del registro de conjuntos, la propiedad de orden en los números reales y el proceso de visualización (Páez y Vivier, 2014).

Se proponen trece conjuntos para que el estudiante determine si conforman un intervalo, once escritos por comprensión y dos por extensión; si el alumno identifica un conjunto como intervalo, debe especificar su denotación y representación gráfica. Como apoyo para el desarrollo de la actividad, se anexa una hoja en la que se especifica la definición, notación y tipos de intervalo, su representación en el registro de conjuntos, la

explicación en un lenguaje natural y también la representación gráfica. Esta actividad requiere un proceso de conversión del registro de conjuntos al gráfico a través de tratamientos específicos para proporcionar la denotación; para algunos conjuntos, son necesarias la introducción de símbolos como $+\infty$ y $-\infty$ o las denotaciones de intervalos degenerados. Para que el estudiante tenga éxito, las características significativas dentro del registro de conjuntos juegan un factor fundamental: el uso de las llaves ($\{ \}$) para especificar un conjunto y de la variable x junto a una desigualdad para expresar si un conjunto por extensión corresponde a un intervalo. Cabe destacar que los signos de desigualdad menor que ($<$), menor o igual que (\leq), mayor que ($>$) y mayor o igual que (\geq) permiten variaciones neutras entre las representaciones semióticas espontáneas individuales, explicadas en términos de la congruencia semántica entre registros (Duval, 1988).

En el ambiente de educación no presencial, la asignación y entrega de la actividad didáctica se realizó a través de la plataforma institucional Moodle, donde anunciamos que el trabajo era asincrónico, pero con fecha límite. Asimismo, el desarrollo individual de las actividades se contempló como una sesión de clase presencial, por lo que el estudiante debía devolverlas al finalizar dicha sesión. En otras palabras, se intentó que el trabajo individual fuera sincrónico, pero sin conexión virtual, con la meta de fomentar la organización autónoma de tiempo de estudio y dar al profesor-investigador margen suficiente para revisar cada acercamiento y organizar la discusión con todo el grupo.

RESULTADOS

Para analizar la eficiencia de las etapas de ACODESA y someter a examen las representaciones semióticas producidas por el alumnado en un contexto donde el artefacto tecnológico es utilizado como medio de comunicación, mostramos un análisis cualitativo del trabajo individual de los pupilos y la discusión con todo el grupo. Presentamos además las características significativas (Duval, 1988) propias de la escritura de un conjunto en este registro (Páez y Vivier 2014) que permiten al estudiante identificar la correspondencia entre conjuntos e intervalos.

TRABAJO INDIVIDUAL

La exploración del trabajo individual y el uso simultáneo de los artefactos tecnológicos como

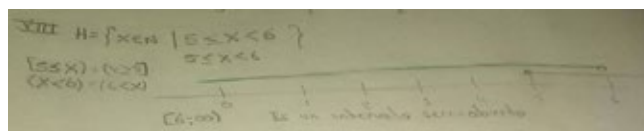
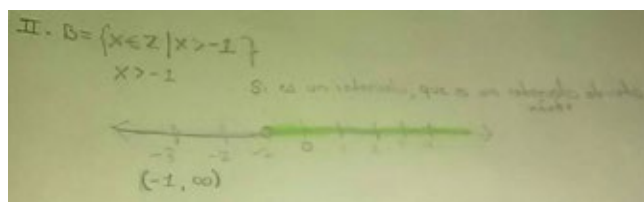
herramientas y medios de comunicación puede fundamentarse en:

... estamos ante una nueva generación de alumnos que, en general, está vinculada con la tecnología digital, lo cual ha modificado sus formas de aprender, sus intereses y sus habilidades. Sin embargo, esto no significa que puedan aprender con la tecnología; saben usarla para comunicarse, para las redes sociales, pero no necesariamente la emplean como un recurso de aprendizaje" (Díaz-Barriga, 2020:22).

A continuación, listamos las características significativas presentes (o ausentes) en el trabajo matemático realizado por los estudiantes de manera individual. Cuatro de los conjuntos proporcionados por extensión pertenecen al dominio de los números naturales y dos más se ubican en el de los números enteros. El propósito de esta clasificación es determinar qué importancia otorgan los educandos a la naturaleza de los elementos que conforman un conjunto (la denotación $x \in _$ significa "equis pertenece a $_$ ", es decir, x puede adquirir cualquier valor, siempre y cuando pertenezca al conjunto especificado).

En el trabajo matemático del estudiante 1 (E1) (Figura 2), se puede apreciar, tanto en el conjunto B como el H, que las distinciones $x \in Z$ y $x \in N$ no le resultan relevantes. Su atención está centrada en la siguiente característica significativa, que corresponde a las desigualdades $x > -1$ y $5 \leq x < 6$.

Figura 2. Trabajo matemático del Estudiante E1.



El sujeto realiza la descomposición de la desigualdad doble tanto en el registro algebraico como en el gráfico y una operación diferente a la intersección que lo lleva a concluir que el conjunto H (ver Figura 2) "es un intervalo semiabierto". De igual manera, no se evidencia reflexión sobre la pertenencia $x \in N$. En este caso, la representación $[5 \leq x) = (x \geq 5]$ surge espontánea y natural en un ambiente de

trabajo a mano y tiene un significado propio que le otorga el estudiante (Hitt y Quiroz, 2019); este tipo de representaciones utilizadas para conservar congruencia entre las unidades semánticas de los registros conforma un aspecto fundamental en el trabajo inicial (Duval, 1988).

Para evaluar el dominio de las desigualdades y los efectos de las variaciones neutras (p. ej., $a < x < b$ escrito de la forma $b > x > a$ cuando sí existe un intervalo), se colocaron tres conjuntos, de los cuales uno se clasifica como "vacío". El trabajo del E3 para el conjunto C (Figura 3) muestra cómo la variación neutra de la desigualdad provoca la escritura del intervalo en un orden incorrecto, es decir, $(2, -1)$ en lugar de $(-1, 2)$; no obstante, esta dificultad no se produce en la gráfica de la recta numérica. Al parecer, la noción de orden genera una mayor incongruencia entre los registros escritos que en el gráfico (Duval, 1988). Como en el caso del E1, el E3 resuelve el ejercicio ignorando la especificación $x \in \mathbb{R}$. Por último, podemos resaltar en esta instancia la combinación del uso básico de un procesador de textos con el trabajo realizado en papel y lápiz, lo que percibimos como un posible indicador de la escasa habilidad del alumno para realizar una representación gráfica con las herramientas digitales.

Figura 3. Trabajo matemático del Estudiante E3.

iii. $C = \{x \in \mathbb{R} 2 > x > -1\}$	Si	Es un intervalo abierto finito.	$(2, -1)$	
x. $K = \{x \in \mathbb{R} -3 > x > -1\}$	Si	Es un intervalo abierto finito.	$(-3, -1)$	

Las dificultades que enfrenta el alumnado en la asimilación del concepto de intervalo se identificaron por medio de dos conjuntos por extensión. Para el conjunto L, E7 afirma que "un conjunto en el que se pueda identificar dos valores es un intervalo" (Figura 4); esta concepción errónea del estudiante es coherente con lo que expresa para el conjunto N, donde concluye que no hay un intervalo porque "falta un segundo valor". Además, la etiqueta N del conjunto lo remite a pensar en los números naturales, lo que revela una dificultad oculta en la representación de los números reales: el estudiante es incapaz de identificar el número 2 en su expresión alternativa como $1.\bar{9}$.

Figura 4. Trabajo matemático del Estudiante E7

xi. $L = \{-1.5, 0.\bar{9}\}$	Si lo es	Es un intervalo siempre y cuando existan dos valores, sea a y b esos valores entonces si existe un intervalo.	$(-1.5, 0.999\dots)$	
xiii. $N = \{1.\bar{9}\}$	No lo es	No es un intervalo puesto que no tiene un segundo valor es decir, si esta a y b entonces existe un intervalo. Aparte que 1.9999 no es un número natural.		

Hay otra concepción equivocada visible en este mismo ejemplo: para el E7, todo conjunto que se exprese por comprensión constituye un intervalo si se emplea una desigualdad. Sin embargo, aunque erradas, sus suposiciones no entran en conflicto, ya sea por el modo en que los conjuntos están expresados o por la ausencia de reflexión del estudiante (una observación más profunda sobre los elementos del conjunto $H = \{x \in \mathbb{N} | 5 \leq x < 6\}$ probablemente habría puesto en conflicto sus ideas). Adicionalmente, vemos que el E7 desarrolla su ejercicio en formato completamente digital, sin embargo, el uso básico del procesador de textos y la representación gráfica que propone para el conjunto L (Figura 4) dejan ver una carente habilidad informática. Por tal razón, inferimos que el uso de procesadores de textos condiciona las representaciones semióticas espontáneas de los estudiantes; en contraste, el trabajo a lápiz y papel permite emplear signos propios en las representaciones funcionales espontáneas (Hitt 2003, 2006, 2013).

TRABAJO CON TODO EL GRUPO

Dado que la etapa de trabajo en grupos pequeños no se llevó a cabo en este experimento, la discusión abierta a la clase entera se basó en las soluciones individuales. El profesor-investigador revisó cada una para ponderarla e incorporarla a la discusión de manera gradual y pertinente.

A diferencia de la discusión de manera presencial, que se abre con la intervención de un representante por equipo, aquí utilizamos la pregunta "¿qué es un intervalo?", planteada en un documento de Google al cual todos los estudiantes tenían acceso. Tras unos minutos, estas fueron las respuestas:

- “Conjunto entre dos extremos”;
- “un conjunto que tiene límites de comienzo y fin”;
- “el intervalo al conjunto de números reales comprendidos entre otros dos dados: a y b que se llaman extremos del intervalo”;
- “intervalo abierto”;
- “intervalo abierto, (a, b) , es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores que b ”;
- “conjunto de dos números en una recta”.

Las respuestas permitieron dar inicio a la discusión grupal, centrando el debate en el trabajo realizado con el conjunto L (Figura 4). Con los argumentos que se presentaron, abordamos e intentamos refinar las nociones detectadas en el trabajo individual para, finalmente, avanzar a la fase de institucionalización del concepto de intervalo. Dicha etapa, junto con la de autorreflexión, se apoyó en un documento etiquetado como “síntesis conceptual”. No solo se incluyeron en este nuevamente la definición y tipos de intervalo según diferentes textos, sino que también se reafirmó el conocimiento con algunas preguntas adicionales de reflexión.

Los factores que afectaron la discusión grupal no presencial pueden clasificarse en 3 categorías. La primera se relaciona con la ergonomía del artefacto tecnológico: el 35 % de los sujetos utilizó su dispositivo móvil como conexión a la sala virtual, y algunos manifestaron que el tamaño de las pantallas era inadecuado para los formularios que debían rellenar en tiempo real. La segunda categoría concierne al entorno de trabajo de cada participante, pues solo podían abrir sus micrófonos para interceder si el ambiente estaba en tranquilidad. Por ejemplo, se presentó el caso de un estudiante cuyo traslado hacia su trabajo coincidía con las sesiones en sala virtual, por este motivo, sus participaciones se limitaban al chat, en el mejor de los casos. De igual manera, otro alumno que accedía desde su lugar de trabajo solo intervenía pasivamente. Esta situación contraviene lo expresado por Hitt (2013), quien afirma que el trabajo con todo el grupo no corresponde a una clase magistral, sino a una discusión que necesita la participación activa de los estudiantes. Finalmente, la tercera categoría involucra la relación del estado emocional y los rasgos de personalidad con el medio de comunicación, pues es evidente que este ejerce mayor o menor presión sobre los pupilos según su personalidad. Factores como el desconocimiento de sus compañeros (debido a que la cámara no es obligatoria) y la grabación de la sesión, entre

otros, influenciaron la participación activa en la discusión colectiva.

COMENTARIOS FINALES

Los resultados de diversas investigaciones han demostrado que la metodología ACODESA favorece la construcción social del conocimiento a partir del acercamiento individual, no obstante, el uso de artefactos de comunicación electrónica como herramienta y medio de la relación profesor-alumno en la educación no presencial condiciona las representaciones semióticas que producen los estudiantes en la generación del conocimiento. En nuestro intento de aplicar tal metodología de manera parcial, el acercamiento individual nos permitió explorar las nociones previas del alumnado y el modo en que este asimila la teoría.

La implementación de ACODESA en una educación no presencial requiere un ambiente adecuado que le permita al estudiante escuchar y participar activamente; lamentablemente, son muy pocos quienes cuentan con estas condiciones. A estas circunstancias se suman retos como el diseño de la actividad, el rol del profesor durante el trabajo en pequeños grupos, la organización del discurso estudiantil para el debate científico y la formalización del conocimiento matemático, además de los factores externos que trae consigo la comunicación a través de artefactos tecnológicos.

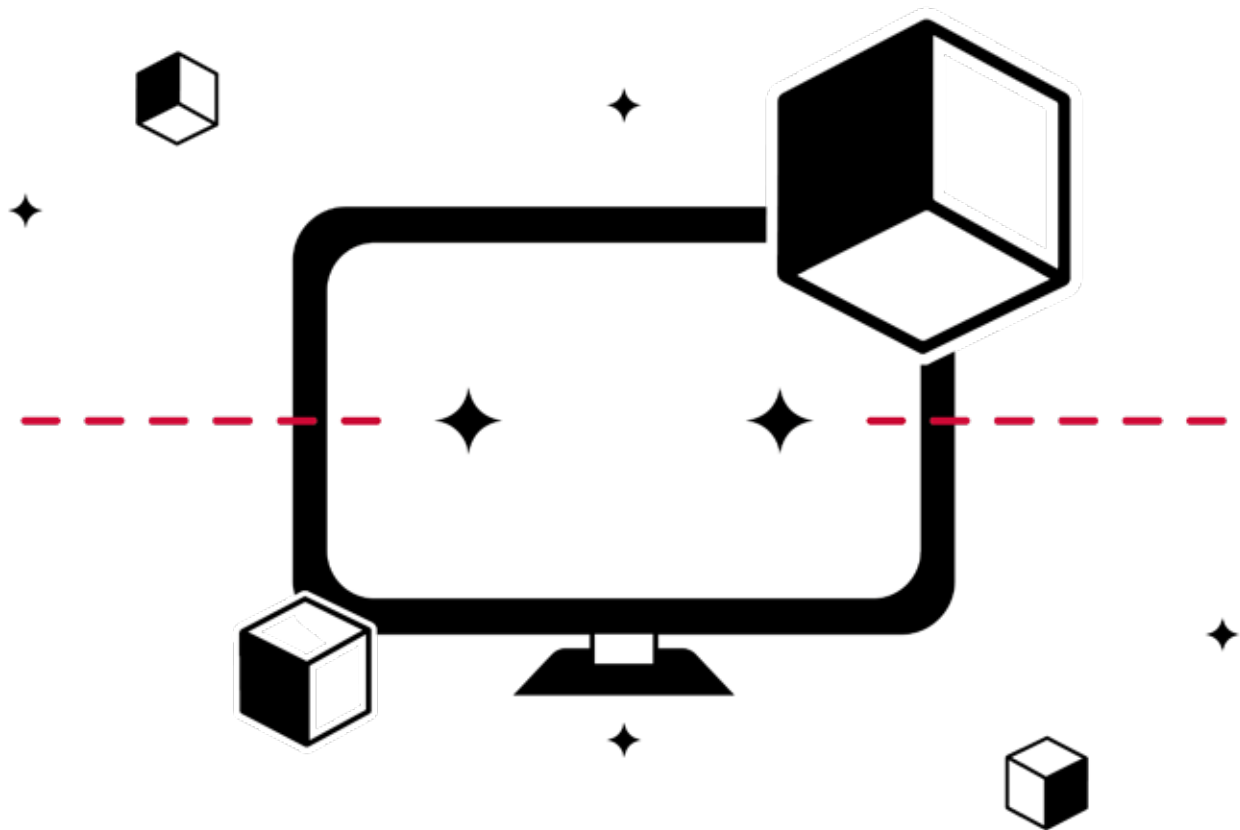
Por último, el Proyecto de Enseñanza del Cálculo contempla la educación no presencial en nuestra institución para el semestre 2021-II a través de la metodología ACODESA. Sin embargo, la decisión de implementarla depende del éxito de la actividad de exploración realizada con los estudiantes de nuevo ingreso. Es de vital importancia destacar que la eficiencia y eficacia de esta nueva manera de comunicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje permanece en transcurso de reflexión y experimentación.

REFERENCIAS

- Aprendizajes Clave para la Educación Integral. (2017) Plan y programa de estudios para la educación básica. Secretaría de Educación Pública. México.
- Borbón, A. (2003). Concepciones de profesores sobre varios conceptos del cálculo diferencial. (Tesis de maestría no publicada). Cinvestav-IPN. México.

- Carrión, V., Pluvillage, F. & Adjage, R. (2016). Facilitating the genesis of functional working spaces in guided explorations. *ZDM Mathematics Education*, 48, 809–826.
- Cortés, C., Hitt, F., y Saboya, M. (2014). De la aritmética al álgebra: Números triangulares, tecnología y ACODESA. *REDIMAT*, 3(3), 220-252. DOI: 10.4471/redimat.2014.52
- Davidson, N. (1998) L'apprentissage coopératif et en collaboration. Une tentative d'unification. J. Thousand, R. Villa, et Nevin A. (Eds.), *La créativité et l'apprentissage coopératif*, 63-101, Les Éditions Logiques, Québec.
- Díaz-Barriga, A. (2020) La escuela ausente, la necesidad de replantear su significado. En *IISSUE (2020), Educación y pandemia. Una visión académica*, México, UNAM, <<http://www.iisue.unam.iisue/covid/educacion-y-pandemia>>, consultado el 25 de mayo, 2020.
- Dillenbourg, P. (1999) What do you mean by collaborative learning? P.Dillenbourg (Ed.), *Collaborative Learning: Cognitive and Computational Approaches*, 1-19, Elsevier Science/Pergamon, Amsterdam.
- Duroux, A. (1983) La valeur absolue : Difficultés majeures pour une notion mineure. *Petit x*, 3, 43-67
- Duval, R. (1988) Graphiques et équations : l'articulation de deux registres. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 1, 235-253.
- Duval, R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Duval, R. (1999) Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning, *Proceedings of the 21 Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Hitt F. & Santos M. Editors), Mexico, 1, 3-26.
- Duval, R. (2006) A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 61, 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Font, V. y Sala, G. (2020). 2021. Un año de incertidumbres para la Educación Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática* Dez 2020, 34(68), i-v. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n68e01>.
- García, F. J. (2019). Introducción a 'Diseño de tareas en educación matemática: Una diversidad de marcos teóricos'. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 15, 1-4.
- Hadamard, J. (1975). *Essai sur la psychologie de l'invention dans les domaines mathématiques*, Gauthier-Villards, Paris.
- Hagelgans, N.; Reynolds, B.; Schwingendorf, K.; Vidakovic, D.; Dubinsky, E. Shahin, M. y Wimbish, J. (1995). *A Practical Guide to Cooperative Learning in Collegiate Mathematics*. MAA NOTES, Number 37. USA.
- Hitt F. & Morasse C. (2009). Développement du concept de covariation et de fonction en 3ème secondaire dans un contexte de modélisation mathématique et de résolution de situations problèmes. *Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Québec, Canada, July 26-31, 2009*. "Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009. G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy). http://math.unipa.it/~grim/cieaem/quaderno19_suppl_2.htm
- Hitt, F. (2003) Le caractère fonctionnel des représentations, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 8, 255-271. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_08/adsc8-2003_013.pdf
- Hitt, F. (2006) Students' functional representations and conceptions in the construction of mathematical concepts. An example : the concept of limit, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 251-267.
- Hitt, F. (2013). Théorie de l'activité, interactionnisme et socioconstructivisme. Quel cadre théorique autour des représentations dans la construction des connaissances mathématiques ?, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 18, 9-27.
- Hitt, F. y Cortés, C. (2009). Planificación de actividades en un curso sobre la adquisición de competencias en la modelización matemática y uso de calculadora con posibilidades gráficas. *Revista Digital Matemática, Educación et Internet*, 10(1), 1-30.
- Hitt, F. y Quiroz, S. (2019). Formation et evolution des représentations fonctionnelles-spontanees a travers un apprentissage socioculturel. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, V. 24. p. 75-106. IREM de Strasbourg
- Hitt, F., et Passaro, V. (2007). De la résolution de problèmes à la résolution de situations problèmes : le rôle des représentations spontanées. *Actes de la Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM-59)*. Dobogókő, Hongrie, juillet, 2007, pp. 117-123.

- Legrand, M. (2001) Scientific debate in mathematics courses, In Derek Holton(Ed.) The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI Study,127-135, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Páez Murillo, R. E., & Vivier, L. (2013). Evolution of teachers' conceptions of tangent line, *Journal of Mathematical Behavior*, 32, 209– 229.
- Páez, R. (2004) Procesos de construcción del concepto de límite en un ambiente de aprendizaje cooperativo, debate científico y autorreflexión. Cinvestav-IPN, México: Tesis de Doctorado.
- Páez, R. y Pluinage, F. (2018). Exploración guiada en un ambiente con tecnología interactiva, caso de las ramas infinitas de una función. Sexto Simposio Internacional ETM Espacio de Trabajo Matemático. Valparaíso, Chile. Diciembre 13 al 18 de 2018. Impreso en Chile.
- Páez, R. y Pluinage, F. (2019). Estudio de las asíntotas de una función en un ambiente con tecnología dinámica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Volumen 39/3. La pensee sauvage editions.
- Páez, R. y Vivier, L. (2014). Representaciones semióticas de las soluciones de las desigualdades lineales en una sola variable. Cuarto Simposio Internacional ETM Espacio de Trabajo Matemático. San Lorenzo de El Escorial, España. Junio 30 al 4 de julio de 2014. Publicaciones del Instituto de Matemática Interdisciplinar.
- Páez, R., Alfaro, F. y Torres, C. (2008). Estudiando funciones en contexto a través de simulaciones con estudiantes de ingeniería (La simulation-dans l'étude de fonctions pour des étudiants en ingénierie). *Annales de didactique et de sciences cognitives*. pp. 113 – 132.
- Rabardel, P. (1995) *Les hommes et les technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Collins.
- Robert, A. y Coulange, L (2009). La double approche didactique et ergonomique. *Tangente Education*. No. 11.
- SEP (Secretaría de Educación Pública), Dirección General del Bachillerato, Programas de estudio. Recuperado de http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/4to_SEMESTRE/Matematicas_IV_biblio2014.pdf .



ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN UN ENTORNO **VIRTUAL** DE APRENDIZAJE

TEACHING MATHEMATICS IN A VIRTUAL LEARNING ENVIRONMENT

José Eduardo Rodríguez Guevara¹
Luis Alberto Soto Reyes²

¹jose.eduardo.rodriguez@uaq.mx
²luis.soto@uaq.mx

^{1,2}Escuela de Bachilleres de la Universidad Autónoma de Querétaro, México

RESUMEN

Las matemáticas son una de las materias con el menor porcentaje de aprobación. Las dificultades en su aprendizaje se reflejan en los altos índices de reprobación en diversas instituciones educativas de nivel medio superior en nuestro país. El fenómeno descrito se evidencia con los resultados obtenidos por los alumnos en el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), donde se observa que “en Matemáticas, 6 de cada 10 estudiantes se ubica en el Nivel I (66 %) de conocimiento” (Secretaría Educación Pública, 2017, 2018). La problemática descrita es latente en la Escuela de Bachilleres de la Universidad Autónoma de Querétaro (EBUAQ), donde el 50 % de los alumnos de nuevo ingreso reprueban alguna materia de ciencias básicas (Vázquez, 2013).

Con el objetivo de fortalecer el aprendizaje en matemáticas de los aspirantes a la EBUAQ y aumentar su puntuación en su examen de admisión EXCOBA, se desarrolló un curso virtual mediante una serie de etapas, que de manera general consistieron en analizar los contenidos que se evalúan y el diseño de las preguntas del EXCOBA.

Palabras clave: matemáticas, tecnologías de la información y la comunicación, entornos virtuales de aprendizaje.

ABSTRACT

Mathematics is one of the subjects with the lowest percentage of approval. Difficulties in learning are reflected in the high failure rates in various educational institutions of upper secondary level in our country. The phenomenon described is evident in the results obtained by students in the National Plan for the Evaluation of Learning (PLANEA). There, it is observed that “in Mathematics, 6 out of 10 students are located in Level I (66%) of knowledge” (Public Education Secretariat, 2017, 2018). The problem described is latent in the High School of the Autonomous University of Querétaro (EBUAQ) where 50% of new students fail some basic science subject (Vázquez, 2013).

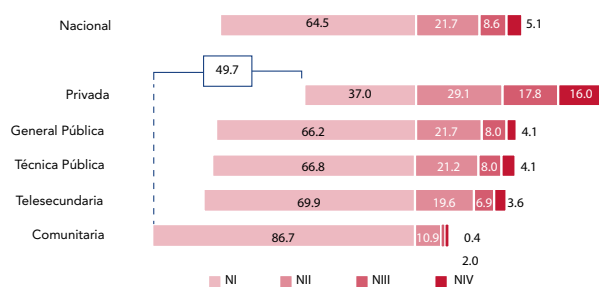
In order to strengthen the mathematics learning of the EBUAQ applicants and increase their score in their EXCOBA entrance exam, a virtual course was developed; it involved a series of steps, which generally consisted of analyzing the contents that were evaluated and the design of the EXCOBA questions.

Keywords: mathematics, information and communication technologies, virtual learning environments.

INTRODUCCIÓN

Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se reflejan en los altos índices de reprobación de esta asignatura en diversos niveles educativos de nuestro país. Este fenómeno se pone en evidencia con los resultados obtenidos por los alumnos en el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA). En este, se observó que, en Matemáticas, 6 de cada 10 estudiantes de tercer grado de secundaria (64.5 %) se ubican en el Nivel de logro I (Secretaría de Educación Pública, 2018), tal como se muestra en Figura 1. Lo anterior significa que solo son capaces de solucionar problemáticas que impliquen operaciones con números naturales, pero enfrentan mayores dificultades al resolver operaciones con números naturales, fraccionarios, decimales, potencias o la combinación de estos. Además, describir en lenguaje coloquial una expresión algebraica les representa un escollo, así que no logran emplear ecuaciones para definir valores desconocidos.

Figura 1. Porcentaje de estudiantes en cada nivel de logro educativo en matemáticas, según tipo de escuela (Secretaría de Educación Pública, 2018).

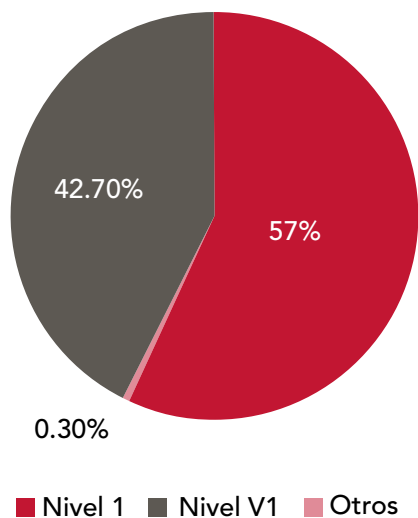


Con respecto al Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), en los resultados obtenidos por estudiantes de 15 años en México, se identificó que el 57 % (ver Figura 2) no alcanzan el nivel mínimo de competencias (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, 2018). Esto parece indicar que solo pueden ejecutar procesos matemáticos básicos y dar solución a problemáticas cotidianas cuya información esté definida de forma explícita. Además, tienen limitaciones para interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y

razonar directamente a partir de ellas, para seleccionar e integrar representaciones (incluyendo símbolos) y asociarlos directamente a situaciones del mundo real, así como para seleccionar, comparar y evaluar las estrategias adecuadas de solución de problemas complejos. Su mayor limitante al aplicar sus conocimientos y destrezas en matemáticas se manifiesta al enfrentar situaciones novedosas.

Figura 2. PISA 2018: Porcentaje de niveles de competencia en matemáticas.

Fuente: elaboración propia



Los factores que originan las problemáticas en el aprendizaje de las matemáticas son distintos. Cuevas (2014) señala que el más significativo se asocia con la mala preparación de los profesores; sin embargo, otro factor con gran impacto es el incorrecto aprendizaje de los contenidos previos que se involucran en el estudio del álgebra.

En la actualidad existe una variedad de estrategias para tratar de resolver la problemática de los bajos índices de aprobación en matemáticas. Algunas se enfocan en el trabajo individualizado (asesorías o tutorías) y otras incluyen el uso de la tecnología, lo que permite generar estrategias de estudio que se adapten al espacio y tiempo de los alumnos de acuerdo a sus necesidades.

García-Valcárcel (2013) señala que las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) permiten generar procesos educativos innovadores, siempre y cuando se logre una armonía entre los diferentes recursos que se involucran. Lo anterior exige cambios organizativos, metodológicos, actitudinales y del rol de los participantes.

Para contribuir a resolver las problemáticas en la didáctica con el apoyo de las tecnologías, Vicario (2010) afirma que es necesario proponer una solución innovadora mediante el uso de las TIC. El enfoque descrito debe involucrarse en el estudio de las matemáticas para así generar entornos de aprendizaje que ofrezcan a los participantes estrategias y técnicas de aprendizaje vanguardistas orientadas hacia la generación de conocimientos.

La integración de las herramientas digitales en los procesos formativos involucra un enfoque de Tecnología Educativa (TE) transformado; Cabero (2015) afirma que dicha transformación va de la integración de las TIC en los procesos de enseñanza-aprendizaje a la generación de entornos de estudio guiados con estos recursos. Los docentes deben ser capaces de planificar el uso de los recursos tecnológicos involucrando estrategias para un aprendizaje significativo, lo que implica modificar sus metodologías didácticas. De acuerdo con García-Valcárcel (2013), al pasar de un escenario presencial a uno virtual, se modifica la forma de participar no sólo de los docentes sino también de los alumnos y la institución.

Lo antes descrito se relaciona con la Informática Educativa (IE), definida por Vicario (2009) como una perspectiva sociotecnocientífica transformadora impulsada por un cuerpo de conocimientos a modo de disciplina científica que fomenta el desarrollo de la Civilización del Conocimiento y permita ampliar la percepción de la integración de la tecnología en procesos educativos.

Al involucrar la IE, es preciso considerar las siguientes problemáticas: la gestión estratégica informático educativa, la formación de recursos humanos, el desarrollo de una cultura en el ámbito de la IE y de entornos educativos innovadores basados en TIC, la aplicación de modelos y experiencias con enfoque informático educativo, además de la producción de recursos informático-educativos con el apoyo de la tecnología (Vicario, 2010).

De acuerdo con Cabero (2015), la generación de tecnología educativa requiere conjuntar recursos técnicos y humanos que deberán interactuar para concebir, aplicar y evaluar procesos de enseñanza-aprendizaje. Para atender las necesidades de los alumnos se requieren estrategias y recursos pedagógicos que se adapten a su estilo de vida definido principalmente por el uso de la tecnología; lo anterior ha dado la apertura a nuevas concepciones dentro de los procesos educativos. Como parte de las más nuevas estrategias

de enseñanza, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2008) recomienda involucrar recursos diferentes, como el acceso inmediato a la información y la generación de entornos virtuales, donde los recursos visuales se imponen al texto. Estas nuevas herramientas no aseguran mejorar el proceso educativo, pero su integración guiada por objetivos pedagógicos puede lograrlo. El uso de los recursos digitales en los procesos educativos no garantiza el aprendizaje de los discentes; Cabero, Castaño y Romero (2007) afirman que un aprendizaje significativo depende tanto de las estrategias de enseñanza-aprendizaje como de las técnicas didácticas que se involucren.

METODOLOGÍA

Este estudio se vincula con el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en el ámbito educativo con la finalidad de mejorar los métodos de enseñanza, así como propiciar espacios de colaboración y retroalimentación para el estudio de contenidos, la difusión del conocimiento y el desarrollo de habilidades.

La investigación se llevó a cabo en la Escuela de Bachilleres de la Universidad Autónoma de Querétaro (EBUAQ) mediante el diseño y aplicación de un curso virtual propedéutico para los aspirantes a los diferentes planteles: Amazcala, Amealco, Bicentenario, Colón, Concá, Jalpan, Norte, Sur, Pedro Escobedo, Pinal de Amoles y San Juan del Río.

Para el desarrollo del proyecto, se trabajó con 100 aspirantes de la zona urbana de la EBUAQ, quienes estaban cursando tercer grado de educación secundaria. Estos estudiantes se dividieron en dos grupos de 50 individuos con la finalidad de experimentar el curso virtual propedéutico de dos maneras distintas.

La metodología utilizada en el estudio fue la de diseño instruccional ADDIE, que se define como un proceso de enseñanza interactivo, donde los resultados de la evaluación formativa de cada fase pueden conducir al diseñador instruccional de regreso a cualquiera de las fases previas (Belloch, 2013, p. 10). Este modelo cuenta con varias ventajas, entre las que se destacan dos principales: permite una adaptación continua del material a las necesidades cambiantes del estudiante, y facilita la reobservación y el replanteamiento de los problemas. Por otra parte algunas de sus desventajas

son que puede llevar a un uso innecesario de los recursos disponibles y generar un estancamiento al aplicarse en momentos donde el estudiante no posee la madurez necesaria.

Para profundizar en el análisis de los datos se debe emplear un enfoque a la vez cuantitativo y cualitativo, por esa razón se aplicó una metodología de investigación mixta. El inicio de cada etapa depende de la culminación de la anterior, de tal forma que todas las etapas se describen mediante un enfoque secuencial y probatorio. De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2010, p. 17): "Un enfoque cuantitativo usa la recolección de datos para probar una hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico para establecer patrones de comportamiento y probar teorías".

RESULTADOS

Al evaluar el tema de números, operaciones y figuras, se observaron dificultades para contestar las preguntas 22 y 23. El porcentaje de aciertos fue de 28.9, por debajo de la media. Las posibles dificultades que se presentan en estas preguntas son la conversión de unidades temporales (años y meses) a números decimales y la multiplicación de una fracción por un número entero positivo.

Las operaciones de este tipo son importantes debido a que se requieren en varios procesos matemáticos; el dominio que los alumnos poseen de estas impacta en la mejora del aprendizaje de otros contenidos matemáticos. A modo de ejemplo, durante los procedimientos necesarios para resolver ecuaciones, se pueden presentar operaciones con números fraccionarios o decimales, incluso ambos, esto depende de la lógica de solución del estudiante.

La principal dificultad que presentaron los participantes en el subtema de magnitudes fue la conversión de múltiplos de unidades. Esto se visualiza en los puntajes que se tuvieron de la pregunta 8 (ver Tabla 1), donde se requiere convertir hectómetros (hm) y metros (m) a kilómetros (km). Sin embargo, esto también puede significar que los estudiantes no tienen muy clara la simbología para los múltiplos y submúltiplos de unidades.

Tabla 1. Preguntas por subtema y número de aciertos en cada una de estas.
Fuente: elaboración propia.

TEMAS	SUBTEMAS	CANTIDAD DE PREGUNTAS	Nº DE PREGUNTA	ACIERTOS	% TEMA
Números, operaciones y figuras	Números naturales y decimales	2	1	34	58.28
			2	23	
	Números fraccionarios	2	3	22	
			4	30	
	Figuras planas	2	5	28	
6			37		
Cuerpos geométricos	1	7	30		
Magnitudes, proporciones, probabilidad y estadística	Magnitudes	3	8	29	68.28
			9	36	
			10	40	
	Relaciones de proporcionalidad	2	11	35	
			12	30	
	Nociones de probabilidad	1	13	35	
Nociones de estadística	1	14	34		
Álgebra	Números reales	2	15	23	52.28
			16	27	
	Sucesiones aritméticas	1	17	30	
	Polinomios	1	18	25	
	Ecuación lineal	1	19	31	
	Ecuación cuadrática	1	20	21	
Sistema de ecuaciones lineales	1	21	26		
Geometría	Transformaciones en el plano	1	22	31	63.42
	Rectas y ángulos	2	23	30	
			24	26	
	Cuerpos geométricos	1	25	32	
	Semejanza	1	26	34	
	Trigonometría	1	27	35	
Relaciones de proporcionalidad	1	28	34		

TEMAS	SUBTEMAS	CANTIDAD DE PREGUNTAS	Nº DE PREGUNTA	ACIERTOS	% TEMA
Estadística	Definiciones básicas sobre Estadística	2	29	29	47.14
			30	25	
	Diagramas y gráficos	2	31	28	
			32	20	
	Medidas de tendencia central	2	33	18	
			34	20	
	Medidas de dispersión	1	35	25	

Al ver los resultados en el tema de álgebra, se observa que las preguntas 15 y 20 tuvieron la menor cantidad de aciertos (ver Tabla 1). En la primera de estas preguntas se le pide al estudiante realizar una comparación de fracciones, lo que implica convertir cada fracción a su representación decimal y comparar números decimales, o bien, buscar las fracciones equivalentes con igual denominador y comparar sus numeradores. La pregunta 20 requiere resolver una ecuación cuadrática incompleta mixta: $5x^2 - 2x = x^2 + 6x$; para llegar a la solución de esta ecuación, es necesario realizar despejes y usar un método de solución para ecuaciones incompletas mixtas. Los puntajes en estas preguntas muestran que los aspirantes a la EBUAQ tuvieron dificultades al comparar números fraccionarios con diferente denominador y resolver ecuaciones cuadráticas incompletas mixtas que requieren despejes en sus procedimientos.

En los contenidos de álgebra, además del dominio teórico y metódico, se demanda una capacidad de análisis e interpretación para definir de qué manera aplicar cada uno de los procesos. Durante el estudio de esta rama de las matemáticas, el estudiante toma ciertas decisiones que deben estar justificadas en la teoría y lógica matemática, lo que en ocasiones los lleva al error. Un ejemplo de esto puede verse en la pregunta 21, ya que requiere resolver el sistema de ecuaciones compuesto por $2(3x - 2) = -5y$ y $3(2x + 3y) = 12$.

En las dos ecuaciones, el primer miembro representa un producto de factores entre una constante y un binomio, así que el estudiante puede desarrollar el producto o pasar la constante al segundo miembro. Si se selecciona la segunda opción, la constante pasaría como denominador del término del segundo miembro, formando una expresión fraccionaria que dificultaría el proceso. Al elegir desarrollar el producto, se generaría el sistema de ecuaciones formado por las expresiones $6x - 4 = -5y$ y $6x + 9y = 12$.

Cualquier método es útil para resolver este nuevo sistema de ecuaciones, pero el alumno debe ser capaz de identificar qué proceso resulta más práctico. Sin importar el método, el estudiante se enfrentará a procesos matemáticos que involucren operaciones básicas y despejes.

Otro caso se puede observar cuando los estudiantes tienen dificultades para identificar el signo de operación de un factor en un término que involucra un coeficiente negativo, por lo que despeja la incógnita de manera incorrecta:

$$-4x = 8 \Rightarrow x = 8 + 4$$

En este ejemplo, el estudiante entiende erróneamente que el factor -4 es un término que está restando, así que lo despeja del primer miembro al segundo por medio de una suma. También existe la posibilidad de que el alumno identifique que -4 es un factor, pero no solo invierte la operación al pasarlo al segundo miembro de la ecuación, sino también el signo del número, convirtiéndolo en un entero positivo:

$$-4x = 8 \Rightarrow x = 8/4$$

Este tipo de errores se presenta debido a la incorrecta interpretación del proceso de despeje, donde se le ha instruido al estudiante que, al pasar un término de un miembro a otro, se debe invertir su signo de operación. A diferencia de una cantidad positiva, el signo "-" de una cantidad negativa se identifica visualmente, lo que origina un conflicto de interpretación en el alumno.

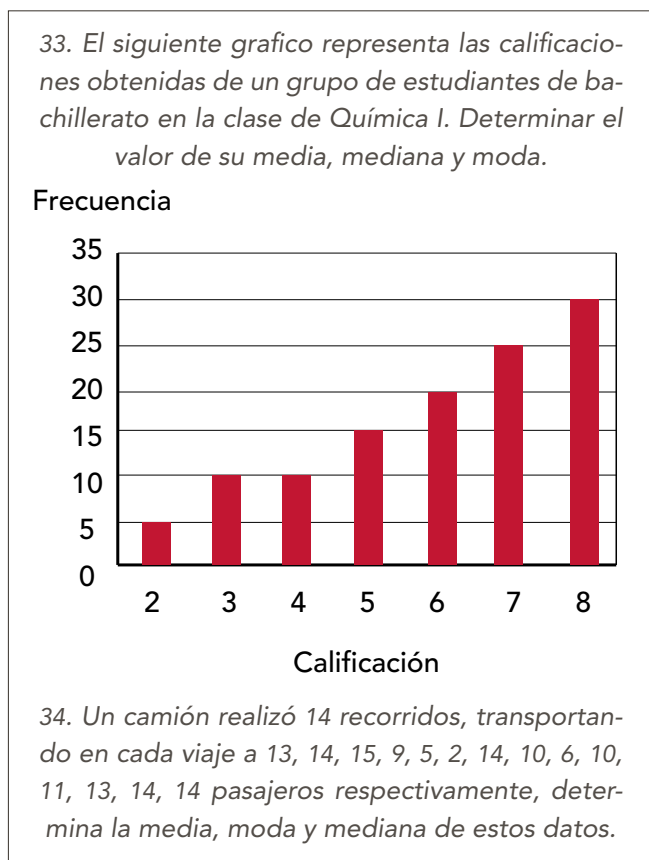
En la evaluación del tema de geometría, se incluyeron los diversos subtemas y se observó que los alumnos obtuvieron el menor número de aciertos en la pregunta 23 (ver Tabla 1). El reactivo muestra dos ángulos suplementarios: la medida de uno de los ángulos se representa por medio de una expresión algebraica, mientras que la del otro es igual a 45° ; se requiere determinar el valor de la incógnita. El procedimiento implica plan-

tear una ecuación de primer grado y resolverla, con lo que los alumnos tuvieron dificultades. Este resultado coincide con el bajo porcentaje de respuestas correctas en preguntas sobre álgebra.

El último tema evaluado fue el de estadística; en esta sección se consideraron los distintos subtemas, desde definiciones básicas hasta medidas de dispersión. En la Tabla 1 se puede ver que en el reactivo 33 los aspirantes obtuvieron la menor cantidad de respuestas correctas (18 aciertos). En este se requería el cálculo de las medidas de tendencia central (moda, media y mediana) a partir de la información contenida en un histograma de frecuencias (ver Figura 3).

Como se mencionó anteriormente, los aspirantes obtuvieron el porcentaje más bajo de aciertos en esta pregunta aun cuando se estudió al respecto en el curso propedéutico. Tal vez porque el contenido matemático asociado a esta se estudia hasta el cuarto bloque de tercer año de secundaria (ver Figura 3); es decir, después de haber presentado el examen del curso propedéutico.

Figura 3. Preguntas 33 y 34 de estadística como parte del subtema "Medidas de tendencia central".



Sin embargo, existe la posibilidad de que sus dificultades fueran causadas por la instrucción sobre el cálculo de medidas de tendencia central; es decir, en la mayoría de los casos se les proponen

actividades en las que se obtienen esas medidas partiendo de un conjunto de datos en lugar de un histograma de frecuencias absolutas.

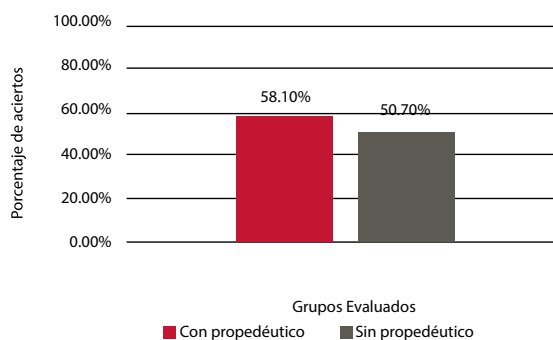
Es necesario precisar que, tanto en el reactivo 33 como en el 34, se les pidió a los aspirantes de la EBUAQ calcular la media, mediana y moda, y en este último obtuvieron una mayor cantidad de respuestas correctas. Como se puede ver en la Figura 4, la diferencia entre ambos reactivos radica en la forma en la que se presentan los datos: en el 33, por medio de un histograma de frecuencias, y en el 34 como un conjunto de datos. Es decir, en la primera pregunta el aspirante debía analizar e interpretar la gráfica para obtener los datos, mientras que en la segunda sólo tenía que ordenarlos.

Al finalizar el curso propedéutico, los aspirantes de la EBUAQ tomaron un examen presencial con un diseño similar al del examen EXCOBA con el objetivo de simular su prueba de admisión. No solo los aspirantes que tomaron el curso propedéutico presentaron dicho examen presencial, sino también los que no.

DISCUSIÓN

En el diseño del curso virtual se consideraron las características propias de una modalidad educativa a distancia apoyada en las TIC para favorecer el aprendizaje (Bernete, 2010, p. 102) de los aspirantes de la EBUAQ. El examen presencial se aplicó a los alumnos del grupo experimental y a los del grupo de control; ambos tuvieron acceso a los mismos materiales de estudio: el primero mediante la plataforma que alojó el curso propedéutico y el segundo por medio de mensajería instantánea.

Figura 4. Porcentaje de aciertos en el examen de matemáticas.



De manera general, se identificó una diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los estudiantes que tomaron el curso propedéutico en comparación con los que no lo tomaron (ver Figura 4).

Por un lado, este resultado se puede vincular con la implementación de estrategias didácticas a través del uso de las TIC, lo cual favorece el estudio de las matemáticas en los estudiantes como las que propusieron García-Valcárcel (2013, p.7):

- Estrategias de enseñanza vinculadas con herramientas tecnológicas;
- tipos de recursos tecnológicos empleados;
- utilización de recursos tecnológicos.

Y por el otro, con el monitoreo de los estudiantes del curso propedéutico, que consistió en definir fechas de acceso y cierre de los materiales. Como ya se mencionó antes, para los diversos temas del curso propedéutico, se diseñó un material de estudio por unidad que no favoreciera prácticas de memorización en los alumnos. Además, se consideraron las características particulares de cada tema, así como las deficiencias identificadas de los alumnos en el estudio de las matemáticas para generar recursos significativos de estudio.

En 2020, el porcentaje de respuestas correctas en la prueba EXCOBA obtenido por los cincuenta alumnos que tomaron el curso propedéutico fue de 57.88 %, lo que constituye una mejora significativa a la media de 42.26 % de aciertos en esa prueba estandarizada en 2018 y de 47.39 % en 2019. En otras palabras, se observó un incremento a los dos últimos años de 15.62 y 10.49 puntos porcentuales respectivamente.

Un análisis comparativo entre los resultados en el examen de matemáticas presencial del grupo experimental (58 %) y el grupo de control (50 %) mostró una diferencia favorable de 8 % en la media de los aciertos. En el examen virtual de matemáticas del curso propedéutico, el mayor porcentaje de respuestas correctas obtenido por los aspirantes a la EBUAQ se vincula con reactivos sobre magnitudes, proporciones, probabilidad y estadística (68.28 %); el menor, con los de estadística (47.14 %). Es preciso mencionar que la diferencia entre estos temas yace en que el primero tiene que ver con nociones básicas de estadística y el segundo profundiza en el estudio de esta área, involucrando procesos más elaborados, como es el cálculo de las medidas de dispersión.

Al analizar las respuestas a los reactivos del examen virtual de matemáticas, se observó de manera general que aquellos que requieren procesos de análisis y toma de decisiones son los de mayor complejidad para los estudiantes, en comparación con otros cuyo proceso de solución consiste en recrear métodos definidos. Además, se pudo apreciar que una cantidad considerable de estudiantes no comprenden cada una de las problemáticas propuestas, y en consecuencia no logran resolverla de manera correcta; por ejemplo, tuvieron mayores dificultades para interpretar datos incluidos en una gráfica, en comparación con los datos como parte de una situación problema (Abello, 2013, p. 63).

Si el estudiante tiene un conocimiento sólido de los temas de estudio que anteceden y lo involucra con los nuevos, tendrá mayores posibilidades de éxito y cada vez cometerá menos errores. Esto se evidencia en los resultados obtenidos por los aspirantes en el examen virtual de matemáticas.

En el tema de números, operaciones y figuras, se observó que los alumnos tuvieron dificultades al convertir 5 años y 6 meses a un número decimal, y también al multiplicar una fracción por un número natural o entero positivo. Asimismo, los aspirantes interpretaron incorrectamente la información descrita en los reactivos 3, 4, 5, 6, 22 y 32. Algunos de ellos no lograron identificar la fórmula que les permitía resolver adecuadamente el problema, tal como sucedió en los ítems 7 y 27, ya que usaron otra fórmula y otra razón trigonométrica respectivamente. En particular, en un problema donde se solicita calcular el volumen de una pirámide cuadrangular, usaron la fórmula para obtener el área de un cuadrado; es decir, de la base piramidal, lo cual se puede asociar a conflictos para discernir entre los distintos tipos de magnitudes.

En el tema de magnitudes, proporciones, probabilidad y estadística, los alumnos tuvieron dificultades para convertir longitudes, tanto entre múltiplos de la misma unidad, como entre los sistemas anglosajón e internacional. Además, los aspirantes se encontraron en aprietos al tratar de resolver problemas de reparto proporcional, al calcular el valor unitario en una situación de proporcionalidad directa, al resolver problemas de tipo valor faltante y al computar la variable dependiente o independiente en una relación de correspondencia asociada con una situación de proporcionalidad directa. Del mismo modo, tu-

vieron algunas problemáticas con las fracciones equivalentes y al comparar fracciones con porcentajes. Por ejemplo, en la pregunta 14 se requería obtener un dato faltante de un conjunto a partir de los otros datos y del promedio; no obstante, los alumnos no comprendieron el problema y les resultó difícil plantear y resolver una ecuación de primer grado.

Con respecto al tema álgebra, se observó que las preguntas con el menor número de respuestas correctas fueron la 15 y 20, con 23 y 21 aciertos respectivamente, lo que pone de manifiesto las dificultades que los aspirantes a la EBUAQ tuvieron al comparar números fraccionarios de diferente denominador y resolver ecuaciones cuadráticas incompletas por medio de la factorización. También se identificaron conflictos para comparar y convertir números fraccionarios y cantidades decimales, así como al obtener fracciones equivalentes y ordenar cantidades decimales o fraccionarias.

Como ejemplo particular, en la pregunta 17 se requería determinar una progresión aritmética a partir de los primeros términos. Los alumnos obtuvieron como solución un número negativo con mayor valor absoluto que el inicial, lo que evidencia cuán difícil es para ellos sumar números con signo. Además, se observó que los aspirantes cometieron algunos errores al aplicar las leyes de los exponentes, ya que en la pregunta 18, al sumar polinomios el resultado de los estudiantes mostró que agruparon correctamente los términos semejantes, pero sumaron los exponentes de estos. Si bien los alumnos comprenden la relación de correspondencia en una función lineal considerando un par ordenado, solo comprobaron el valor de la variable dependiente en función de la variable independiente con una sola pareja ordenada, lo que limitó su proceso de comprobación.

Adicionalmente, se detectaron diversas complicaciones para resolver ecuaciones cuadráticas con una sola incógnita, ya que los alumnos cometieron errores en la factorización, el despeje y la reducción de términos semejantes. También erraron al resolver sistemas dobles de ecuaciones, ya que estructuraron el método de solución de manera correcta pero tuvieron desaciertos aritméticos y algebraicos. Es preciso mencionar que el subtema sobre sistemas de ecuaciones con dos incógnitas fue el segundo peor evaluado, aun cuando en el curso propedéutico trabajaron con material de estudio específico para ese contenido. Adicionalmente a dicho material, se sugirieron otros recursos para favorecer la com-

presión de los alumnos alojados en diferentes sitios web como:

- FES Acatlán (<https://gauss.acatlan.unam.mx/>)
- EducaLAB (<http://educalab.es/recursos>)
- Torrealmirante (<http://matematicas.torrealmirante.net/>)
- Universidad Tecnológica Nacional (<https://frrq.cvg.utn.edu.ar/>)
- Khan Academy (<https://es.khanacademy.org/>)

Al evaluar el conocimiento de los alumnos sobre Geometría, se observó que en la pregunta 23 obtuvieron el menor número de aciertos; la solución de ese reactivo implica plantear una ecuación de primer grado y resolverla. Este resultado es coherente con el bajo porcentaje de respuestas correctas en álgebra.

En el reactivo 22, los aspirantes fallaron para interpretar la información del problema propuesto, así que plantearon un proceso de solución equivocado que los condujo a un resultado erróneo. Asimismo, presentaron deficiencias para identificar los ángulos formados entre rectas paralelas cortados por una secante, ya que en el reactivo 23, al parecer, consideraron que los ángulos adyacentes eran congruentes.

El reactivo 25 requería comparar el volumen de dos prismas, lo que evidenció obstáculos para calcular esa magnitud y dividir números con varios ceros. En el problema 26 los estudiantes confundieron el seno con el coseno, de manera que tanto su proceso de solución como su resultado fueron incorrectos.

Con respecto al tema de estadística, se observó que los aspirantes de la EBUAQ obtuvieron el menor número de aciertos en el reactivo 33 (18 aciertos). En este se pedía calcular las medidas de dispersión (moda, media y mediana) a partir de la información contenida en un histograma de frecuencias.

Los estudiantes no contestaron adecuadamente a pesar de que se puso a su disposición un material de estudio sobre medidas de dispersión central, así como recursos complementarios, como los que se alojan en recursostic.educacion.es. En particular, para estudiar sobre la media aritmética, la mediana y la moda, se les pidió que revisaran la información al respecto, así como los ejercicios resueltos en ese sitio.

Por medio de las primeras preguntas sobre estadística, se evaluó el dominio conceptual de los aspirantes y sus respuestas evidenciaron que

algunos de ellos no saben distinguir entre estadística descriptiva e inferencial, o entre un dato y una variable. Asimismo, se observó que les falta claridad sobre lo que caracteriza a cada uno de los distintos gráficos que existen.

Respecto a los últimos temas de estadística, casi el 50 % del grupo experimental tuvo dificultades para obtener la mediana y determinar la moda a partir de los datos que se representan en un histograma, o bien, confundieron ambas medidas de dispersión.

CONCLUSIONES

Todo curso virtual para el aprendizaje de las matemáticas debe ser diseñado con base en las necesidades de sus usuarios, haciendo hincapié en sus dificultades con el objetivo de fortalecerlas. A continuación, a manera de conclusión se describen aquellas consideraciones que se identificaron en la actual propuesta para el diseño del curso virtual de matemáticas.

El curso virtual propedéutico se basa en las características de los usuarios con la finalidad de favorecer un entorno de aprendizaje por medio de una estrategia que incluye recursos de aprendizaje, materiales complementarios, monitoreo de los usuarios y un examen virtual. La integración de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) como parte fundamental de una estrategia de estudio guiada mediante fundamentos pedagógicos propició un entorno de aprendizaje (Bernet, 2010). Además, permitió romper las fronteras de espacio y tiempo durante el proceso de estudio de los aspirantes.

Toda modalidad educativa a distancia exige definir y respetar periodos de estudio, lo cual representa una limitante para los estudiantes que carecen de hábitos para gestionar su aprendizaje. Los alumnos del curso virtual recibieron instrucciones para sus tiempos de estudio con las herramientas de la plataforma digital. En contraste, los aspirantes del grupo de control auto-gestionaron su proceso de aprendizaje: algunos definieron sus horarios de estudio, pero muchos otros no llevaron control alguno de sus periodos de aprendizaje. En los resultados obtenidos en el examen presencial de matemáticas, los alumnos del grupo experimental obtuvieron un porcentaje de aciertos mayor que los del grupo de control, 58.10 % y 50.70 % respectivamente, lo que evidencia el impacto positivo de orientar al estudiante en sus periodos de estudio.

En el curso propedéutico virtual se consideraron todos los temas y subtemas que se evalúan en la prueba estandarizada EXCOBA para ingresar al nivel medio superior.

Se diseñó un examen virtual con los contenidos que se evalúan en el EXCOBA, un diseño similar y preguntas que orientaran al estudiante hacia la reflexión y el análisis.

Una segunda versión del curso propedéutico implicaría atender las áreas de mejora que se describen enseguida:

Como en el curso propedéutico se estudiaron contenidos que los aspirantes aún no estudiaban en la secundaria, la falta de conocimiento fue evidente en los resultados del examen de matemáticas, específicamente de las medidas de dispersión y los casos cuyo proceso de solución implica la selección de la media o mediana. Así que se recomienda considerar los temas estudiados por los aspirantes durante la secundaria al definir los contenidos del curso propedéutico.

Considerando el diseño del EXCOBA, los contenidos de estadística evaluados en el curso se dividieron en dos unidades de estudio, dejando de lado la opción de agruparlos en una sola unidad.

El curso propedéutico de la EBUAQ no ofrecía el apoyo de un instructor, elemento indispensable para dar un seguimiento puntual a los aspirantes y apoyarlos en las cuestiones académicas.

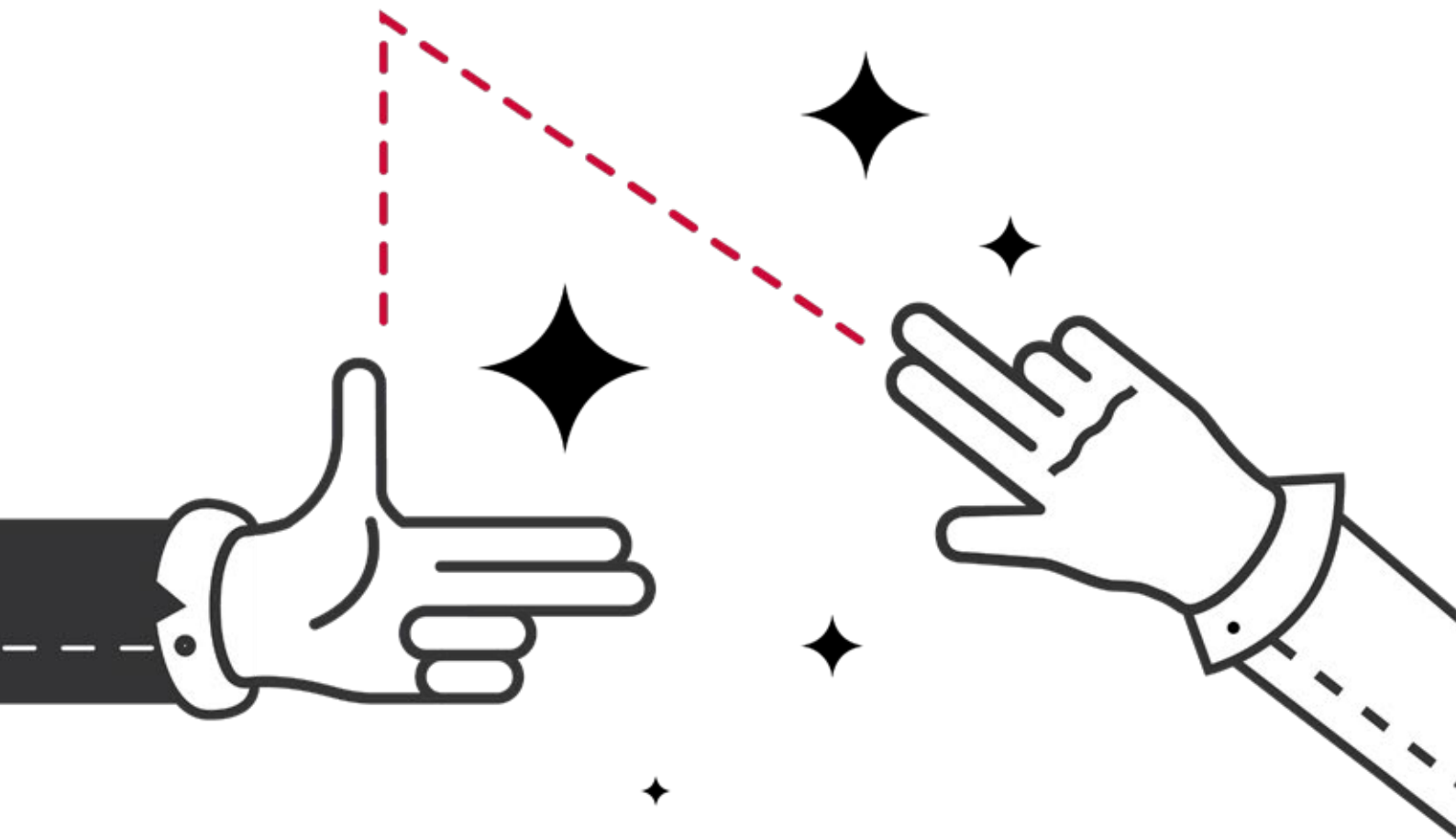
No se diseñó una estrategia para monitorear el uso de los materiales complementarios, motivo por el cual es posible que pocos alumnos trabajaran con ellos.

No obstante, se debe entender que, sin importar la estrategia didáctica que se implemente con el apoyo de las TIC, ni los materiales de estudio y recursos complementarios para propiciar el aprendizaje de los estudiantes, el compromiso y responsabilidad de cada uno de ellos para gestionar su proceso de aprendizaje es elemental, lo que se asocia con el uso de la tecnología en educación. Para que este tipo de propuestas sean exitosas no solo se requiere de un buen diseño y experimentación, sino también de la autogestión del aprendizaje por parte de los alumnos.

REFERENCIAS

Abello, A. & Montañó, J. (2013). Leer y comprender para aprender Matemática. *VARONA*, (57), 60-68. <https://www.redalyc.org/pdf/3606/360634164012.pdf>

- Belloch, C. (2013). *Diseño instruccional*. Valencia, España: Unidad Tecnológica Educativa.
- Belloch, C. (2010). Usos de las TIC, relaciones sociales y cambios en la socialización de los jóvenes. *Revista de Estudios de Juventud*, (88), 97-114. <http://www.injuve.es/sites/default/files/RJ88-08.pdf>
- Cabero, J. & Barroso, J. (2015). *Nuevos retos en tecnología educativa*. Madrid, España: Síntesis.
- Cabero, J., Castaño, C. & Romero, R. (2007). Las TIC en los procesos de formación: Nuevos medios, nuevos escenarios para la formación. Universitat Oberta de Catalunya (edit). *Diseño y producción de TIC para la formación nuevas tecnologías de la información y la comunicación* (pp. 234-252). España, Catalunya: Editorial uoc.
- Cuevas, C. (2014). Es grave en México el problema de reprobación en matemáticas, advierte investigador. *Vanguardia*. <https://vanguardia.com.mx/esgraveenmexicoelproblemadereprobacionenmatematicasadvierteinvestigador-2155718.html>
- Dick, W., & Carey, L. (2004). *The Systematic Design of Instruction*, (3ra ed.). Editorial Allyn & Bacon
- García-Valcárcel, A. & Hernández, A. (2013). *Los recursos tecnológicos como instrumentos al servicio de la innovación educativa. Buenas prácticas en el uso de la tecnología para la mejora de la enseñanza*. (3da ed.). Editorial SINTESIS.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista L. (2010). Definiciones de los enfoques cuantitativo y cualitativo, sus similitudes y diferencias. *Metodología de la investigación* (5ta. Ed.). México: McGraw Hill.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2008). *Estándares de competencia en TIC para docentes*. www.oei.es/tic/UNESCOEstandaresDocentes.pdf
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2018). *Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA)*. https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_MEX_Spanish.pdf
- Secretaría de Educación Pública. (2017). *Planea. Resultados Nacionales 2017. Educación Media Superior: Lenguaje y comunicación Matemáticas*. <http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2017/ResultadosNacionalesPlaneaMS2017.PDF>
- Secretaría de Educación Pública. (2018). *Planea. Resultados Nacionales 2018. Educación Media Superior: Lenguaje y comunicación Matemáticas*. <https://historico.mejoredu.gob.mx/evaluaciones/planea/resultados-planea/>
- Vázquez, M. (2013). Matemáticas, la más reprobada en prepa. *El Universal*. <http://www.eluniversalqueretaro.mx/metropoli/18-06-2013/matematicas-la-mas-reprobada-en-prepa>
- Vicario, M. (2009). Construcciónismo. Referente sociotecnopedagógico para la era digital. *Innovación Educativa*, 9 (47), 45-50. <https://www.redalyc.org/pdf/1794/179414895005.pdf>
- Vicario, M. (2010). *Informática Educativa: Elementos de una Teoría para la Civilización del Conocimiento* [Tesis doctoral, Universidad Nacional Autónoma de México]



ALGUNAS APLICACIONES DEL TEOREMA DE TALES

SOME APLICATIONS OF THALES' THEOREM

¹Jesús Jerónimo Castro

²Francisco Gerardo Jiménez López

³Angélica Rosario Jiménez Sánchez

Universidad Autónoma de Querétaro,

¹jesusjero@hotmail.com

²gerjilo@yahoo.com.mx

³jsar7@gmail.com

RESUMEN

A partir del Teorema de Tales, se exploran algunas otras propiedades y construcciones, como el Teorema de Varignon y el Teorema de la bisectriz. Estos conceptos se toman como antecedentes para el planteamiento de problemas geométricos que pueden resultar atractivos para el lector.

Palabras clave: Teorema de Tales, Teorema de Varignon, Teorema de la Bisectriz, problemas de olimpiada, geometría, matemáticas.

ABSTRACT

Starting from Thales' Theorem, some other properties and constructions are explored, such as Varignon's Theorem and the Bisector Theorem. These concepts are taken as background for the formulation of geometric problems that may be attractive to the reader.

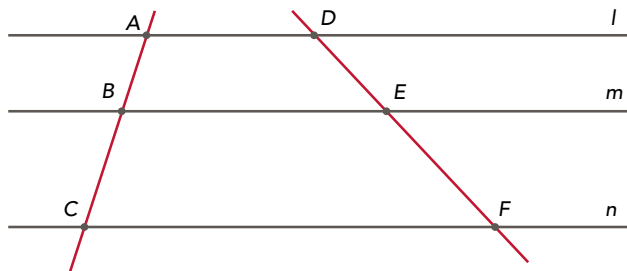
Keywords: Thales' Theorem, Varignon's theorem, Bisector theorem, olympiad problems, Geometry, mathematics.

INTRODUCCIÓN

Uno de los teoremas más utilizados al resolver problemas de geometría euclidiana es, sin duda, el Teorema de Tales. Este afirma lo siguiente:

Teorema de Tales. Sean l, m, n tres líneas paralelas; supongamos dos líneas transversales a ellas que la cortan en los puntos A, B, C y D, E, F , respectivamente. Entonces se cumple que:

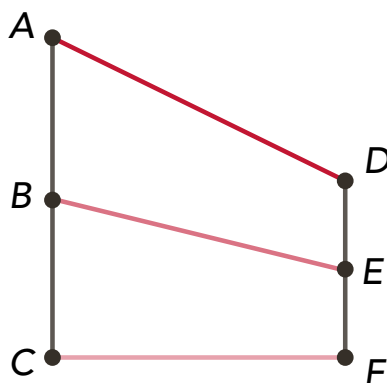
$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$



El recíproco de este teorema no se cumple en general; es decir, si tenemos un par de segmentos AC y DF y los puntos B y E en ellos de modo que se cumple que:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

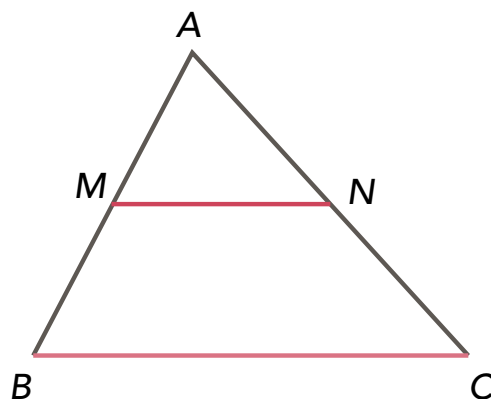
no necesariamente tendremos que AD, BE y CF son paralelas. Por ejemplo, en la siguiente figura, los puntos B y E son los puntos medios de AC y DF , de manera que se cumple la proporción anterior; sin embargo AD, BE y CF no son segmentos paralelos.



Por otro lado, si los dos segmentos comparten un extremo, entonces el recíproco del Teorema de Tales se cumple, es decir, si M y N son puntos sobre los lados AB y AC de un triángulo ABC y se cumple que:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

Entonces MN es paralelo a BC .



Simplemente nos referiremos como Teorema de Tales tanto al teorema directo como al recíproco cuando es aplicado a triángulos.

ALGUNAS APLICACIONES

Como primera aplicación del Teorema de Tales tenemos el siguiente resultado.

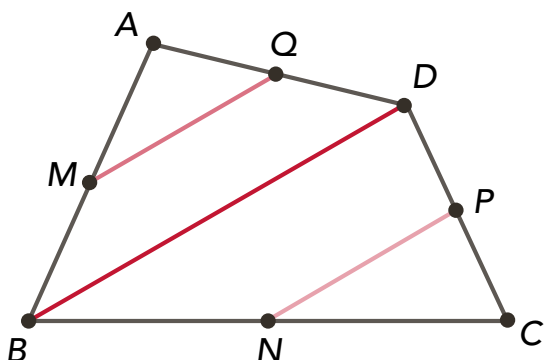
Teorema de Varignon. Sean M, N, P y Q los puntos medios de los lados de un cuadrilátero $ABCD$. Entonces $MNPQ$ es un paralelogramo.

DEMOSTRACIÓN

Supongamos que los puntos medios son los que corresponden a los lados mostrados en la siguiente figura. Trazamos la diagonal BD . Notemos que, dado que M y Q son puntos medios de AB y AD , entonces se cumple que:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{QD}$$

por el Teorema de Tales, tenemos que MQ es paralelo a BD . Análogamente, se prueba que NP es paralelo a BD . Por transitividad tenemos que MQ es paralelo a NP . De manera totalmente análoga se prueba que QP es paralelo a MN , trazando la diagonal AC . Concluimos entonces que $MNPQ$ es un paralelogramo.



Observemos que en ningún momento usamos al cuadrilátero $ABCD$ convexo, por lo que este Teorema sigue siendo válido para cuadriláteros cóncavos.

El siguiente teorema es muy útil en la resolución de muchos problemas de Geometría.

Teorema de la bisectriz. Sea D el punto sobre el lado BC de un triángulo ABC , de modo que AD es bisectriz del ángulo $\angle ABC$. Entonces se cumple que:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

DEMOSTRACIÓN

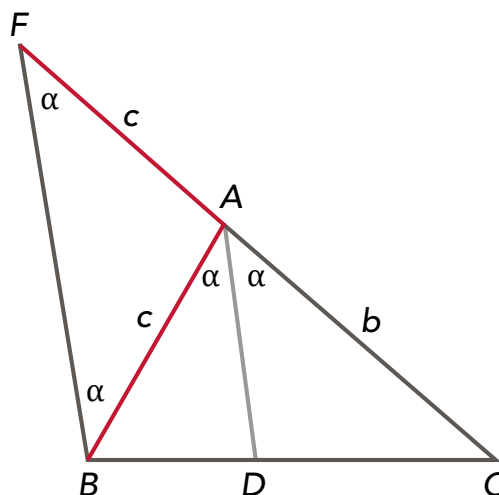
Prolongamos el lado AC más allá del punto A hasta un punto F , tal que $FA = AB$. Como el triángulo

FAB es isósceles, con $FA = AB$, tenemos que se cumple que $\angle BFA = \angle FAB = \alpha$. Como $\angle FAB + \angle BAC = 180^\circ$ y también $\angle FAB + \angle BFA + \angle FBA = 180^\circ$, tenemos que $\angle BAC = 2\alpha$, de donde se sigue que $\angle DAC = \alpha$. De esto último se obtiene que FB es paralela a AD ; podemos aplicar el Teorema de Tales y entonces:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{FA}{AC}$$

Y, como $FA = AB$, tenemos que:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

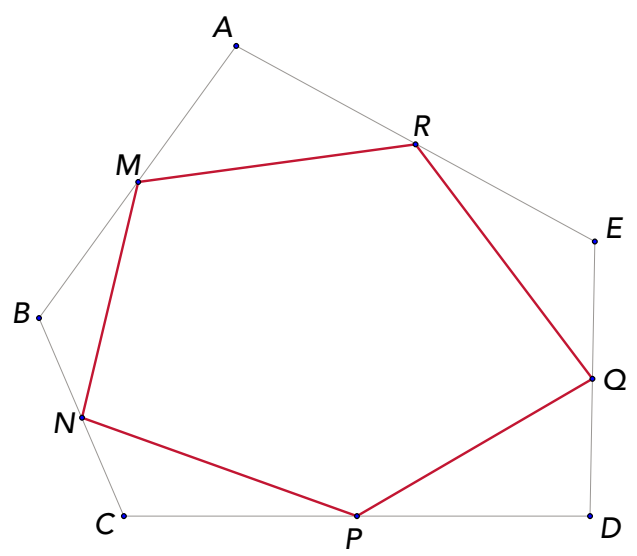


PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1. (El terreno pentagonal) En el reino de Matemalandia existió alguna vez un gran matemático llamado Sin Pan, cuyo propósito era fundar su propia escuela de Matemáticas. Como era muy pobre, no contaba con un terreno donde edificarla. Se acercó al emperador del reino para solicitar su ayuda y éste le propuso:

Tengo un terreno en forma pentagonal (no necesariamente regular), sin embargo, allí sólo encontrarás 5 estacas de madera colocadas en los puntos medios de los lados del terreno. Si logras determinar cuál es la frontera del terreno, entonces será tuyo.

La gran genialidad de Sin Pan le permitió resolver el enigma, no obstante, ordenó en su testamento que se quemaran todos sus libros y apuntes. Hasta el día de hoy el enigma de cómo resolvió Sin Pan el problema sigue cautivando nuestra atención. Un famoso historiador logró encontrar los siguientes diagramas que, se presume, pertenecieron a Sin Pan:



En este diagrama los puntos A, B, C, D, E corresponden a los vértices del pentágono y los puntos M, N, P, Q, R a los puntos donde están clavadas las estacas.

En este último diagrama se observa que los puntos M, X y R son los puntos medios de los lados del triángulo ABE.

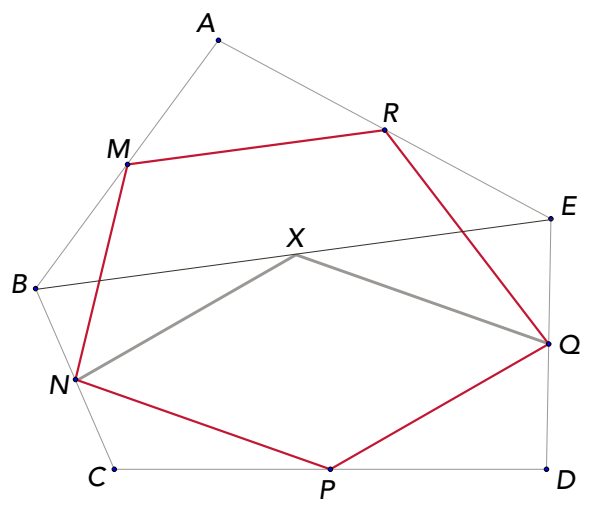
Se sabe que, con la información de estos tres diagramas, Sin Pan logró determinar la posición de los vértices A, B, C, D y E. A partir de toda esta información, describe cómo hizo Sin Pan para encontrar los vértices del pentágono.

Problema 2. Dado un segmento AB, donde las coordenadas de los puntos son $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, consideramos un punto $C(x, y)$ en el segmento AB de modo que:

$$\frac{AC}{CB} = \lambda$$

Demuestra que las coordenadas de C se obtienen por

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda} \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$$



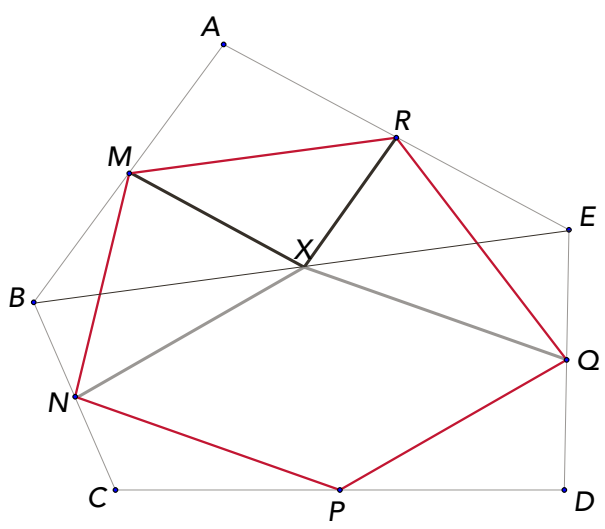
En este diagrama, NPOX es un paralelogramo y se puede observar que los puntos B, X y E son colineales.

Problema 3. Demuestra que las diagonales en todo paralelogramo se cortan mutuamente en sus puntos medios.

Problema 4. Demuestra que, si en un cuadrilátero las diagonales se cortan mutuamente en su punto medio, entonces el cuadrilátero debe ser un paralelogramo.

Problema 5. Sean M y N los puntos medios de los lados AB y AC de un triángulo ABC. Demuestra que $MN = (1/2)BC$.

Problema 6. Demuestra que el segmento de línea que une los puntos medios de dos lados opuestos de un cuadrilátero biseca el segmento de línea que une los puntos medios de las diagonales.



La presente edición del noveno número de
*PÁdiUAQ Revista de Proyectos y Textos Académicos en
Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería*
fue maquetada en el Despacho de Publicaciones
de la Facultad de Ingeniería
de la Universidad Autónoma de Querétaro
por Gabriel Jesús Tovar González y
Cristian Emanuel Tovar Navarro.
El cuidado de la edición estuvo a cargo de
Soid Lazlo Ruiz y Daniela Pérez López.
Se publicó en enero de 2022
en Santiago de Querétaro, Qro., México.



UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA
DE QUERÉTARO