

RAZONAMIENTO CONFIGURAL DE ALUMNOS DE BACHILLERATO AL RESOLVER PROBLEMAS GEOMÉTRICOS EN LA MODALIDAD A DISTANCIA

CONFIGURAL REASONING OF HIGH SCHOOL
STUDENTS WHEN SOLVING GEOMETRIC
PROBLEMS IN THE DISTANCE LEARNING

RAISONNEMENT CONFIGURAL DES ÉLÈVES
DU SECONDAIRE LORS DE LA RÉOLUTION DE
PROBLÈMES GÉOMÉTRIQUES EN MODE
À DISTANCE

Leticia Rodríguez Rosas¹

Víctor Laríos Osorio²

Universidad Autónoma de Querétaro
(México)

¹letyrr.22@gmail.com,

<https://orcid.org/0009-0001-3121-4242>

²vil@uaq.mx,

<https://orcid.org/0000-0002-4454-8516>



RESUMEN

En este artículo se muestra el diseño de una serie de problemas geométricos que involucran algunas de las aprehensiones propuestas por Raymond Duval: perceptiva, operativa, discursiva y secuencial. También se muestran las respuestas dadas a esos problemas por estudiantes de segundo semestre de un bachillerato en el que actualmente se trabaja a distancia; y se analizan los tipos de respuestas dadas para determinar el razonamiento configural que los bachilleres llevan a cabo, a partir de conocer los diferentes tipos de aprehensión presentes en sus procesos de visualización, así como los conocimientos geométricos con los que cuentan.

Palabras clave: aprehensiones, geometría, razonamiento configural, visualización.

ABSTRACT

This article shows the design of a series of geometric problems that involve some of the apprehensions proposed by Duval: perceptual, operative, discursive or sequential. The answers to these problems by second semester students of a high school where they are currently working remotely are also shown; and the types of responses given by the students are analyzed to determine the configural reasoning they carry out, from knowing the different types of apprehension present in their visualization processes, to the knowledge of geometry they possess.

Keyword: Configural reasoning, Apprehensions, Visualization, Geometry

RÉSUMÉ

Cet article présente la conception d'une série de problèmes géométriques impliquant l'une des appréhensions proposées par Duval: perceptuelle, opérationnelle, discursive ou séquentielle. On y trouve également les réponses données à ces problèmes, par des étudiants du second semestre d'un lycée où l'on travaille actuellement à distance; et analyse les types de réponses données par les étudiants, afin de déterminer le raisonnement configural qu'ils effectuent, à partir de la connaissance des différents types d'appréhension présents dans leurs processus de visualisation, ainsi que les connaissances géométriques dont ils disposent.

Mots-clés: did, raisonnement configural, appréhensions, visualisation, geometrie.

INTRODUCCIÓN

Una de las áreas matemáticas en las que los colegiales encuentran mayores dificultades es en geometría, pues "la conciben como una materia difícil. La Geometría es una materia a la que se dedica poco tiempo, dado que su enseñanza se considera menos importante que otros temas, dejándose su enseñanza para el final del curso" (Barrantes, 2004). A su vez, uno de los mayores obstáculos en geometría que encuentran los escolares es la presentación y el razonamiento de lo que visualizan, a menudo debido al poco conocimiento que muestran acerca de geometría, e incluso de otras materias que sirven de apoyo para la solución de problemas geométricos, como lo es el álgebra. A continuación, se mencionan algunos estudios en los

La investigación se enfoca en identificar el razonamiento configural y los conocimientos geométricos utilizados por estudiantes de bachillerato en la resolución de problemas.

que se evidencia cómo el proceso de visualización y el tipo de aprehensión utilizada, así como el conocimiento geométrico, ayudan en el desarrollo del razonamiento configural durante la resolución de problemas geométricos.

Fernández y sus colegas (2012) analizaron las respuestas de 182 estudiantes que habían cursado la asignatura de Sentido geométrico. La intención del curso era que el alumnado utilizara las aprehensiones discursivas y operativas para reconocer propiedades geométricas. Como evaluación del curso, se les pidió a los alumnos resolver dos problemas en los que debían probar la congruencia de dos segmentos en una configuración dada de triángulos. Los resultados permitieron identificar la influencia de las figuras prototípicas en el inicio del razonamiento configural, y ponen de manifiesto el papel que juega la percepción visual en la activación de determinados conocimientos de geometría.

En un estudio realizado a 55 participantes que resolvieron ocho problemas geométricos en un entorno de lápiz y papel, Torregrosa y sus colegas (2010) seleccionaron algunos en los que era necesario modificar o construir la configuración inicial para determinar cuáles son las subconfiguraciones relevantes para resolver el problema (aprehensión operativa) y qué afirmaciones matemáticas permiten desarrollar la prueba (aprehensión discursiva). El análisis se concentró en identificar evidencias de la forma en que interactúan los procesos de visualización durante la resolución de los problemas. Los resultados permitieron identificar tres tipos de desenlace en relación con la coordinación entre la aprehensión discursiva y la operativa en la resolución:

- **Truncamiento:** el razonamiento configural se interrumpe cuando se obtiene la “idea” que resuelve el problema;
- **conjetura sin demostración:** se da cuando el razonamiento configural permite al estudiante dar una respuesta al problema aceptando las conjeturas mediante percepción simple, sin validarla y expresando la solución mediante el lenguaje natural;
- **estancamiento cíclico del razonamiento:** en este proceso se llega a una situación de bloqueo que impide alcanzar la solución.

En otro estudio dirigido a caracterizar la interacción entre los procesos de razonamiento y los procedimientos de verificación que utilizan alumnos de secundaria en la resolución de problemas de geometría en contexto de lápiz y papel, Prior y Torregrosa (2013) muestran que la utilización de diversos procedimientos de verificación para establecer la verdad de una proposición se relaciona con los distintos desenlaces del razonamiento en los problemas que demandan una demostración.

Saorín y sus colegas (2017) llevaron a cabo un proyecto con el fin de identificar características del modelo de razonamiento configural extendido. En ese estudio se evidenció la potencia de tal modelo para el análisis de las respuestas escritas de los educandos a problemas que involucran el registro algebraico en un contexto geométrico. La investigación se llevó a cabo con alumnos de bachillerato a quienes se les propusieron dos problemas; en el primero de ellos, las subconfiguraciones relevantes que debían identificar para la resolución formaban parte de la configuración inicial, mientras

que en el segundo debían ser construidas, lo cual resultaba más complejo. La mayoría de los razonamientos desembocaron en un truncamiento para el primer problema; en el segundo, predominó la conjetura sin demostración, ya que los participantes pasaron por alto las subconfiguraciones relevantes necesarias para la resolución del problema. Por tanto, los resultados demuestran que las características de las configuraciones geométricas iniciales influyen sobre la identificación de subconfiguraciones relevantes y el proceso de razonamiento desarrollado.

Dado lo anterior, se planteó el proyecto descrito en este trabajo, cuyo objetivo es determinar el razonamiento configural de los estudiantes al momento de resolver los problemas geométricos. La intención de esta investigación es contribuir al desarrollo y mejora de los procesos de visualización y aprehensión al resolver problemas geométricos. Para ello, se diseñó una serie de problemas que involucran al menos una de las aprehensiones propuestas por Duval, a fin de que la resolvieran alumnos de bachillerato a manera de examen y de forma asincrónica (a consecuencia de las condiciones sanitarias impuestas por la pandemia de covid-19).

Este trabajo está conformado de la siguiente forma: en el marco teórico se definen los conceptos de visualización, razonamiento configural y los cuatro tipos de aprehensiones propuestas por Duval. En la metodología se describen las actividades desarrolladas y el tipo de aprehensión al que corresponden. Los resultados se presentan ordenados según el tipo de respuestas, con el fin de sintetizar la información; así, en el análisis de resultados se compara la aprehen-

sión utilizada por los colegas contra la aprehensión esperada.

MARCO TEÓRICO

Gran parte de la actividad del aprendizaje de la geometría se inicia y concentra en la interacción del observador con lo observado, en este caso, las ideas matemáticas comúnmente expresadas en imágenes y signos. De ahí parte la importancia de la visualización:

La visualización se refiere en general al uso del sentido de la vista para obtener información para la construcción de ideas, se puede establecer que además de “ver” se debe “saber”, pues no basta con ver los objetos para conocer todas sus propiedades. (Acuña, 2012, p. 22).

Diversos estudios reconocen una relación estrecha entre la visualización y los conocimientos previos de los estudiantes al resolver problemas geométricos. Clemente et al. (2017, p. 498) consideran que el razonamiento configural es el “proceso que relaciona la visualización y el conocimiento de geometría”, ya que vincula la visualización con las aprehensiones operativas y discursivas. Duval (2006) afirma que los procesos de visualización son necesarios para resolver problemas geométricos y así considera que parten de cuatro tipos de aprehensión figural, en los cuales se basa este trabajo: perceptiva, secuencial, operativa y discursiva. Añade que “para funcionar como una figura geométrica, un dibujo debe evocar aprehensiones perceptivas y al menos uno de los otros tres tipos de aprehensión” (Duval, 1995, citado en Gagatsis, 2015, p. 232-233). A continuación, se describe cada una de las aprehensiones:

- **Aprehensión perceptiva:** “Es la primera en ser usada en toda la etapa educativa y también la

te la aprehensión perceptiva. En la Figura 2 se muestra un ejemplo.

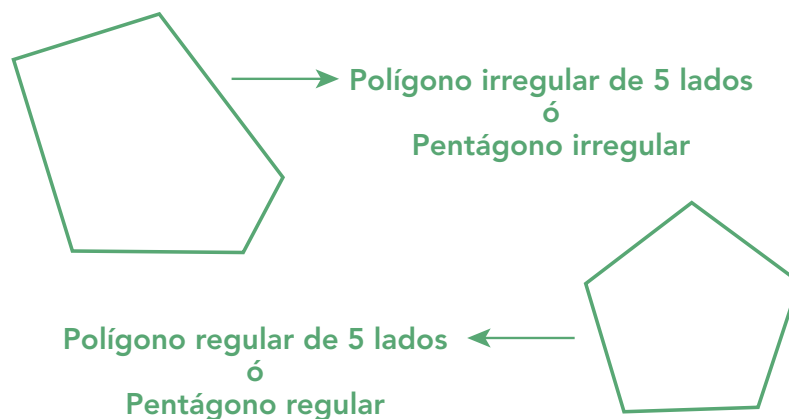


Figura 2. Ejemplos de aplicación de la aprehensión discursiva.

primera en aparecer en el desarrollo cognitivo del alumno” (Duval, 1998, citado por Prior y Torregrosa, 2013, p. 343). Se refiere al reconocimiento y nombramiento de figuras geométricas, independientemente de su localización y orientación.

- **La configuración** mostrada en la Figura 1 es un ejemplo donde se aplica la aprehensión perceptiva, ya que puede ser vista como la parte superior de una mesa, una moneda, un plato o la representación (dibujo) de una figura geométrica (objeto mental).

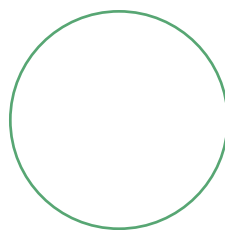


Figura 1. Ejemplo de aplicación de la aprehensión perceptiva.

- **Aprehensión discursiva:** es la habilidad de relacionar la figura con declaraciones, definiciones y atributos matemáticos que no pueden determinarse median-

- **Aprehensión secuencial:** Se requiere cuando hay que construir una figura o describir su construcción (Bernabeu et al., 2019). Por ejemplo, si en una actividad se le pide al estudiante dibujar una circunferencia de radio x , y a su vez se le pide dibujar un cuadrado ABCD, de tal manera que el vértice A del cuadrado se encuentre en la misma posición que el centro de la circunferencia y que el lado del cuadrado mida lo mismo que el diámetro de la circunferencia.
- **Aprehensión operativa:** Modificación de una figura para considerar subconfiguraciones, ya sea agregando o eliminando algunos elementos geométricos, o manipulando las partes de una configuración geométrica como un rompecabezas para concentrar la atención sobre ciertas subconfiguraciones particulares.



METODOLOGÍA

La mayoría de los participantes en este proyecto son egresados de telesecundarias que, a pesar de que el bachillerato no trabaja regularmente en modalidad a distancia, habían estado estudiando en sus casas desde meses antes de terminar sus estudios. La forma de trabajo durante el semestre fue a través de la plataforma *Google Classroom*, donde cada lunes por la mañana se designaban las actividades semanales y se cargaban los videos de apoyo necesarios. Las actividades integraban la teoría pertinente y ejemplos para su resolución; además, en lugar de exponer toda la teoría al inicio y final los ejercicios, se la incluía por partes: un segmento de teoría seguido de algún ejercicio para ponerla en práctica, y así sucesivamente hasta cubrir el tema.

Entre las características del grupo se destacan que la mayoría; hay casi nula participación, sobre todo si se les insta a externar sus dudas; más de la mitad demuestra poca confianza en sí mismos, ya que tardan en contestar y se muestran inseguros ante preguntas directas, aunque sus respuestas sean correctas; dudan y cometen errores al realizar operaciones básicas de cursos pasados.

Para este trabajo se diseñó una serie de problemas geométricos que involucran al menos una de las aprehensiones propuestas por Duval. Estas actividades fueron aplicadas a manera de examen a 25 escuelantes, en su mayoría mujeres, de segundo semestre de bachillerato, al final de su curso de geometría y trigonometría. Posteriormente, se les dirigió una breve entrevista de manera individual con el fin de conocer el razonamiento detrás de algunas

de sus respuestas y llevar a cabo un mejor análisis de las mismas. A partir de la siguiente sección se desglosan las actividades diseñadas según el tipo de aprehensión al que corresponden.

APREHENSIÓN PERCEPTIVA. HABILIDAD PARA NOMBRAR FIGURAS Y RECONOCER SUBFIGURAS

Esta primera actividad examina la aprehensión perceptiva de los estudiantes y su capacidad para discriminar, reconocer y nombrar distintas subfiguras a partir de una figura compleja.

Actividad 1.

De acuerdo a la figura anterior, escribe el nombre de cada una de las figuras que se indican:

La figura ABCD es un:	La figura JCG es un:
La figura ADH es un:	La figura BIJ es un:
La figura ABH es un:	La figura ABD es un:
La figura DEFG es un:	La figura BCD es un:
La figura EHF es un:	La figura BJGD es un:
La figura HIJF es un:	La figura BJFE es un:

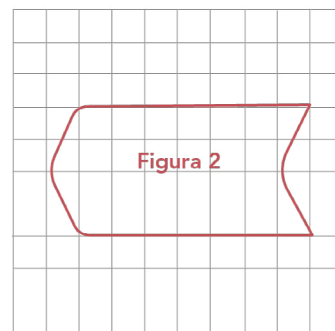
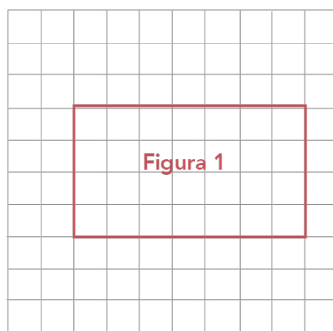
Figura 3. Actividad propuesta para evaluar la aprehensión perceptiva.

APREHENSIÓN OPERATIVA. TAREAS DE RECONFIGURACIÓN

Las siguientes actividades ponen a prueba la habilidad de los estudiantes para modificar una figura geométrica. Se les solicita reconfigurar la silueta inicial para dar con la solución.

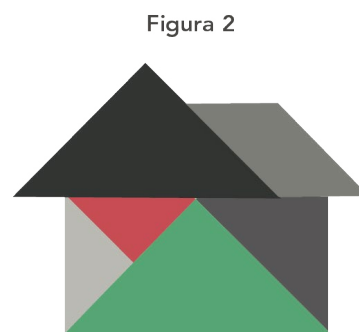
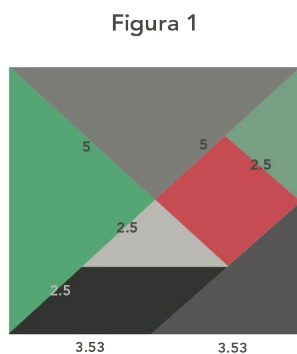


Actividad 2.1. Observa la figura 1 y la figura 2 y subraya la respuesta correcta.



- La figura 1 tiene mayor área que la figura 2
 - La figura 1 tiene la misma área que la figura 2
 - La figura 1 tiene menos área que la figura 2
- ¿Cuál de las respuestas anteriores es cierta? ¿Por qué?
Explica lo más que puedas.

Actividad 2.2. Observa detenidamente las siguientes figuras.



De acuerdo con la información proporcionada en la figura 1, contesta: ¿Cuál es el área de la figura 2? Justifica tu respuesta con procedimiento y una explicación.

Figura 4. Actividades propuestas para evaluar la aprehensión geométrica.

APREHENSIÓN DISCURSIVA. TAREAS DE PRODUCCIÓN DE PRUEBAS GEOMÉTRICAS

El estudiante, con su dominio de geometría y álgebra, debe ser capaz de reconocer que el conjunto de triángulos presentados son parte de un polígono regular de seis lados o, por otro lado, un hexágono. Debe identificar el área proporcionada como el área del hexágono; la altura de cada triángulo como la apotema del hexágono y, por lo tanto, asociar toda esta información con la fórmula correspondiente del área. La fórmula involucra al perímetro y, dado que se trata de un polígono regular, solo es necesario dividir el perímetro entre el número de lados para conocer la dimensión de cada uno de ellos.

APREHENSIÓN SECUENCIAL. TAREAS DE CONSTRUCCIÓN

Esta actividad examina la aprehensión secuencial de los estudiantes (además de la operativa y la discursiva), ya que se sigue un procedimiento ordenado para alcanzar la solución final del problema.

Actividad 4.1. Cuál es el perímetro de un cuadrado circunscrito en una circunferencia de 3.5 cm de diámetro?

Dibuja la figura, calcula lo que se te pide y justifica tu respuesta con procedimiento y una explicación. Nota: cuando un cuadrado es circunscrito por un círculo, la

Actividad 3 Observa la figura 1 y la figura 2, y subraya la respuesta correcta.

Se le ha pedido a un diseñador de interiores que mande a fabricar un tapete. El tapete debe estar conformado por 6 triángulos con una altura de 3 m cada uno, de un color distinto como se muestra en la siguiente imagen. El área total que debe cubrir el tapete es de 31.14 m². Ayúdale al diseñador a saber cuánto debe medir cada uno de los lados del tapete, es decir, ¿cuánto debe medir x? Explica detalladamente los pasos a seguir para poder llegar al resultado.

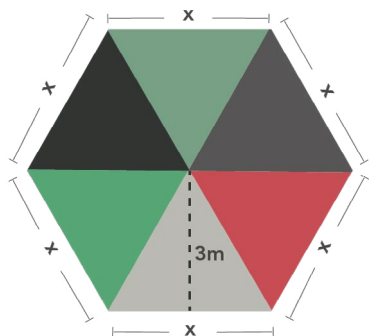


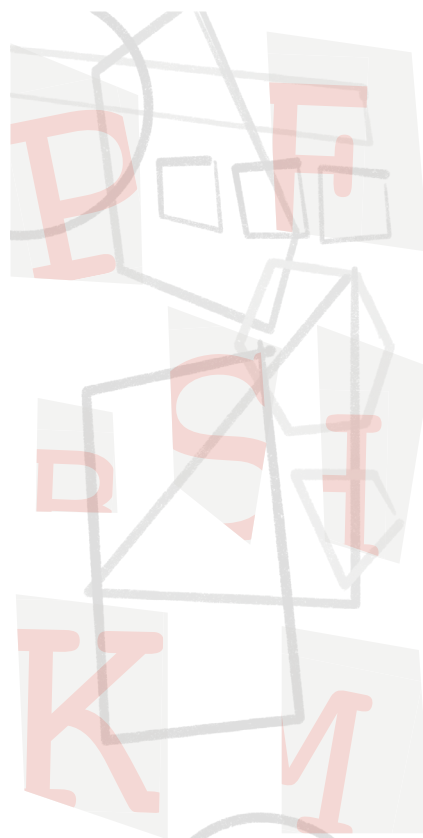
Figura 5. Actividad propuesta para evaluar la aprehensión discursiva y operativa.

diagonal del primero es igual al diámetro del segundo.

Actividad 4.2. ¿Cuál es el área de un círculo inscrito en un cuadrado ABCD que, a su vez, se encuentra dentro de un rectángulo EFGH, de tal manera que el vértice A del cuadrado corresponde con el centro del rectángulo y uno de los lados del cuadrado coincide con la base del rectángulo, si la base del mismo mide 10 cm y su altura es de 6 cm?

Dibuja cada una de las figuras que se mencionan en el párrafo anterior tal cual se describen, coloca la letra que corresponde a cada vértice de las figuras. Calcula lo que se te pide y justifica tu respuesta con procedimiento y una explicación.

Figura 6. Actividad propuesta para evaluar la aprehensión secuencial.



RESULTADOS Y DISCUSIÓN

ACTIVIDAD 1: APREHENSIÓN PERCEPTIVA

Ninguno de los estudiantes tuvo problemas para distinguir los triángulos, pero varios sí a la hora de identificar el paralelogramo, el cuadrado girado y el trapecio (Figura 7). De los 25 alumnos, 8 no reconocieron el paralelogramo, 12 confundieron el cuadrado girado con un rombo o romboide y 9 no identificaron el trapecio. La Figura 8 muestra las respuestas de una estudiante que cometió los tres errores mencionados anteriormente.

Principales errores en la identificación de figuras geométricas

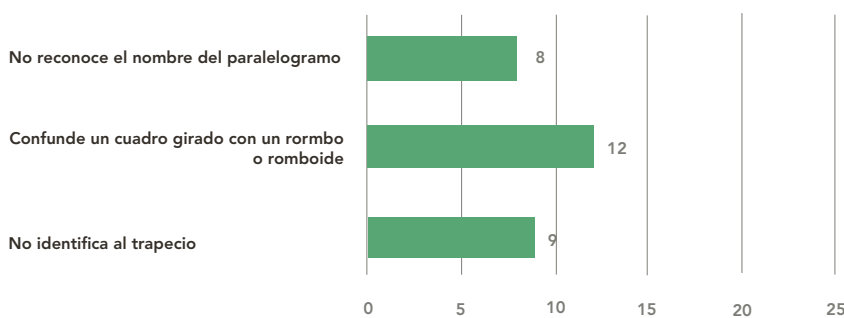


Figura 7. Tipos de errores que cometen los estudiantes al resolver el problema que evalúa su percepción.

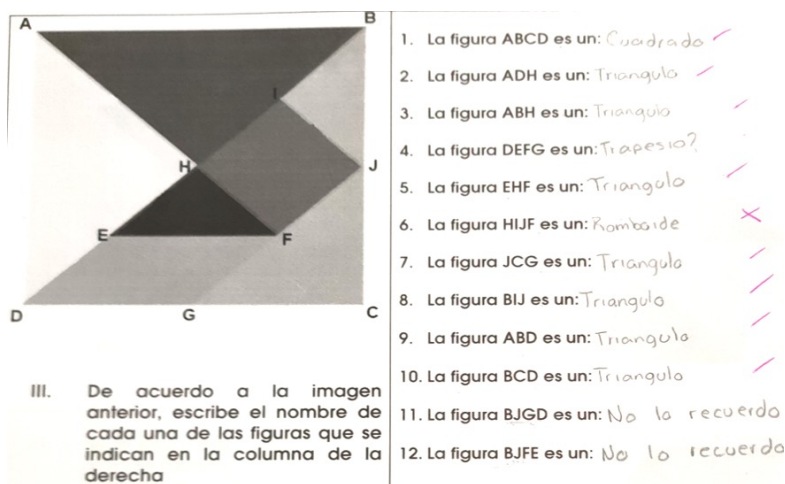


Figura 8. Respuestas de la Estudiante 1 a la actividad de percepción.

Los estudiantes identificaron las figuras geométricas más conocidas (triángulo, rectángulo, cuadrado y círculo) en su presentación habitual. Todos reconocieron el

cuadrado más grande, sin embargo, algunos confundieron el pequeño con un rombo porque se encuentra girado. Con el triángulo no encontraron inconvenientes

resultados, se puede afirmar que la percepción solo es eficiente cuando se trabaja con figuras bien conocidas y en su presentación habitual.

Respuesta a la pregunta 2.1: Percepción operativa

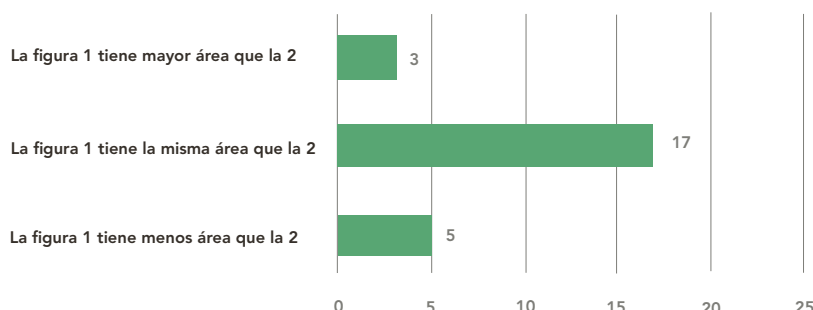


Figura 9. Respuestas de los alumnos al primer problema que evalúa la percepción operativa.

ACTIVIDAD 2.1: APREHENSIÓN OPERATIVA

En la Figura 9 se muestra el número de alumnos que resolvieron las tres opciones de respuesta para esta pregunta.

17 de los 25 estudiantes contestaron correctamente, pero solo 8 de ellos justificaron su respuesta.

Presentamos algunas de las justificaciones:

- **Estudiante 1:** Lo que falta en la izquierda lo completa lo de la derecha.
- **Estudiante 5:** La parte sombreada 1 se pasa a donde está el 2 porque la pieza encaja y entonces tenemos un rectángulo congruente al de la figura 1.
- **Estudiante 13:** Porque, aunque tiene 2 lados irregulares la figura 2, porque de este lado que le hacen falta cuadros se compensa con el otro lado y se obtiene misma área.



Figura 10. Interpretación de estudiante 5 a problema de comprensión operativa. Se solicitó a una de las estudiantes que acertó, pero que no respaldó su respuesta, que detallara su razonamiento. Ella contestó:

- **Estudiante 2:** *Me imaginé que era como un alambre y entonces lo jalé hacia acá de ambos lados para enderezarlo y se forma un rectángulo igual al de la figura 1.*

ACTIVIDAD 2.2:
APREHENSIÓN OPERATIVA

Únicamente hubo dos resultados correctos, que se detallarán más adelante: uno por el método corto (Figura 11) y el otro por el largo (Figura 13). Dos estudiantes realizaron una subconfiguración de la figura con forma de casa, dividiéndola en tres siluetas básicas, pero determinaron incorrectamente algunas dimensiones. Uno llevó a cabo el procedimiento adecuado y sustituyó

*¿Cuál es el área de la figura 2?
= 43.5936*
3.53 x 3.53 = 7.06
A = 7.06 x 7.06 = 49.8436
49.8436 - 6.25 = 43.5936
Ad = 2.5 x 2.5 = 6.25

→ Nos dan los datos de la figura 1 y nos piden el área de la figura 2 y ambas casi tienen las mismas figuras. Solo en la 2 le falta el cuadrado, entonces sacamos el área de la figura 1 sumamos 3.53 + 3.53 = 7.06 que nos da un lado después lo multiplicamos por sí mismo. Ahora sacamos el cuadrado pequeño y al resultado de la figura 1 le restamos el área del cuadrado pequeño y nos dará el área de la figura 2.

Figura 11. Respuesta de la Estudiante 5 al segundo problema que evalúa la comprensión operativa.

la altura de los triángulos y decidió omitir ese valor, así que solo dividió la base entre 2. Dos estudiantes comprendieron cómo resolver el

problema, pero aproximaron las dimensiones de las figuras visualmente, sin emplear ninguno de los valores proporcionados. Tres participantes confundieron el área con el perímetro e intentaron sumar los lados de algunas figuras; el perímetro que obtuvieron fue incorrecto. Por último, solo un estudiante dejó el problema sin resolver (Figura 12).

La Figura 11 muestra la respuesta de la única estudiante que siguió el método corto, el cual se esperaba que siguieran todos. La mayoría de los estudiantes intentó calcular el área de la casa por el camino más largo, es decir, sumar las áreas de cada figura que la conforma por separado (Figura 13). También en la Figura 13 se observa que una alumna identificó la base y la altura del triángulo como 3 y 6 respectivamente; ambas mediciones son incorrectas.

Tipos de respuesta a la pregunta 2.2: Aprehensión operativa

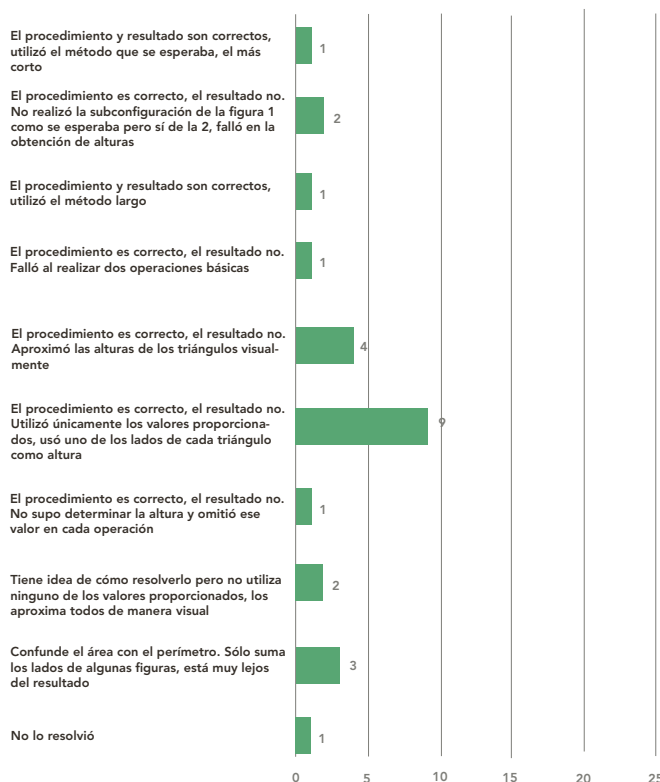


Figura 12. Respuestas al segundo problema que evalúa la comprensión operativa.

VI. Observa detenidamente las siguientes figuras. De acuerdo con la información proporcionada en la figura 1, contesta: ¿Cuál es el área de la figura 2? Justifica tu respuesta con procedimiento y una explicación. 41.75

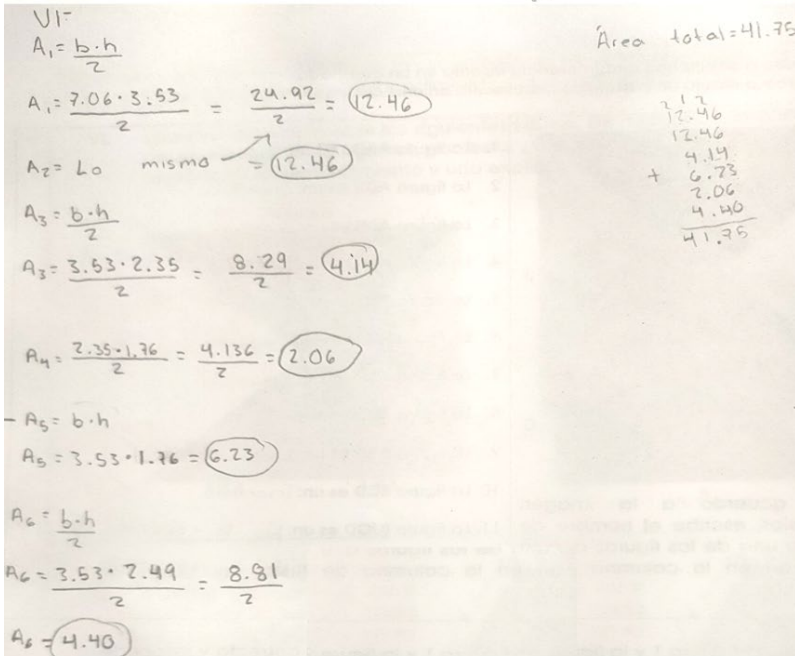
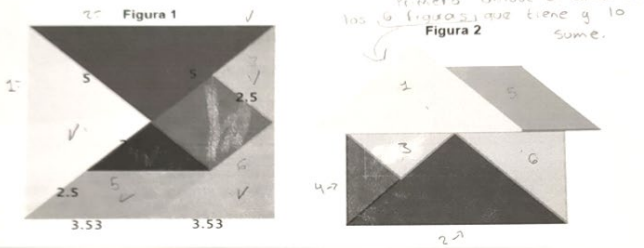


Figura 13. Respuesta de la Estudiante 1 al segundo problema que evalúa la aprehensión operativa.

Los resultados de los dos problemas propuestos para evaluar la aprehensión operativa revelan que la mayoría del grupo tiene un desempeño adecuado en actividades sencillas y de carácter individual; por el contrario, se contrapone a la hora de hacer subconfiguraciones de varias figuras al mismo tiempo, pues confunden el concepto de área, vital para resolver los problemas propuestos.

ACTIVIDAD 3: APREHENSIÓN DISCURSIVA

Tipos de respuesta a la pregunta de Aprehensión discursiva

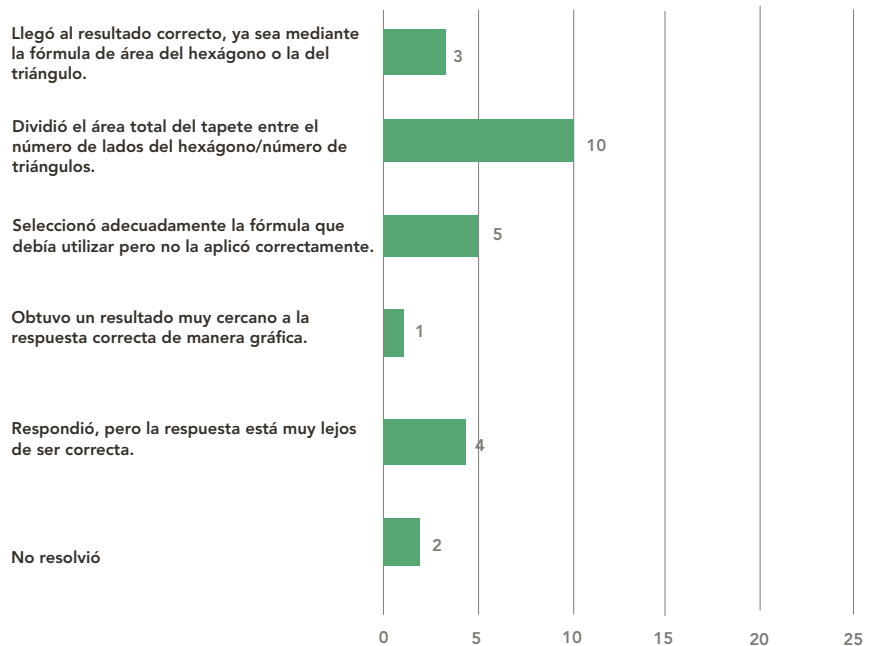


Figura 14. Tipos de respuestas al problema que evalúa la aprehensión discursiva.

La Figura 14 muestra el tipo de respuestas que se dieron en esta actividad. De los 25 evaluados, únicamente tres acertaron; 10 confundieron el perímetro con el área y se limitaron a dividir el área total del hexágono (como si se tratara del perímetro) entre el número de lados para conocer la dimensión de cada uno; 5 seleccionaron la fórmula correcta, pero no despejaron adecuadamente; una alumna encontró un resultado cercano al correcto mediante el método gráfico: partiendo de las dimensiones proporcionadas, dibujó la figura y midió cada uno de los lados; 4 alumnos siguieron un procedimiento completamente erróneo; por último, 2 no contestaron el ejercicio. La Figura 15 muestra la respuesta de una de las estudiantes en esta actividad: dividió el área total entre el número de triángulos que conforman el hexágono.

Si sabemos que el tapete cubre 31.14 m² y debe estar contornado por 6 triángulos de altura 3m entonces busquemos un número que multiplicado por 6 de 31.14 y $5.19 \times 6 = 31.14$ que es lo que vale X

Figura 15. Respuesta de la Estudiante 5 al segundo problema que evalúa su aprehensión operativa.

En entrevista se le preguntó lo siguiente:

Investigador: ¿Por qué dividiste el área total entre seis?

Estudiante 3: No responde.

Investigador: Señala en la figura lo que representa 31.14 metros cuadrados.

Estudiante 3: Señala el contorno del hexágono.

Investigador: ¿Pensaste que lo que se te estaba dando era el perímetro?

Estudiante 3: Sí.

De acuerdo a los resultados, es en este problema donde los estudiantes enfrentaron las mayores dificultades. La mayoría realizó un procedimiento incorrecto; varios de ellos únicamente dividieron el área proporcionada entre el número de lados del hexágono. Algunos creyeron que solo era cuestión de dividir el perímetro entre el número de lados para obtener lo que se pedía; otros dijeron que no entendieron la instrucción. Es evidente que prevalece una incapacidad de relacionar las figuras con declaraciones, definiciones y atributos matemáticos indeterminables únicamente mediante la aprehensión perceptiva.

ACTIVIDAD 4.1: APREHENSIÓN SECUENCIAL

En la Figura 17 podemos observar que nueve de los 25 estudiantes resolvieron correctamente el problema. Otros cinco realizaron tanto la representación gráfica

como el procedimiento de manera correcta, aunque confundieron el radio con el diámetro (Figura 19); 5 más calcularon el perímetro acertadamente, pero su representación gráfica fue errónea; de los 19 pupilos descritos en las líneas anteriores, 14 utilizaron el procedimiento

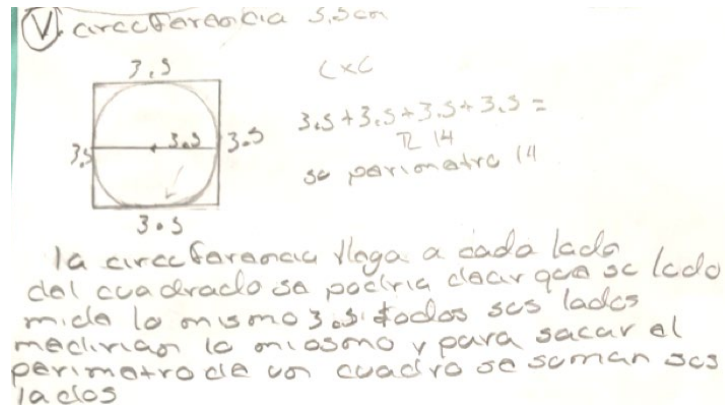


Figura 16. Procedimiento largo de la estudiante 8 al resolver el primer problema que evalúa su aprehensión secuencial.

Tipos de respuesta a la pregunta 4.1: Aprehensión secuencial

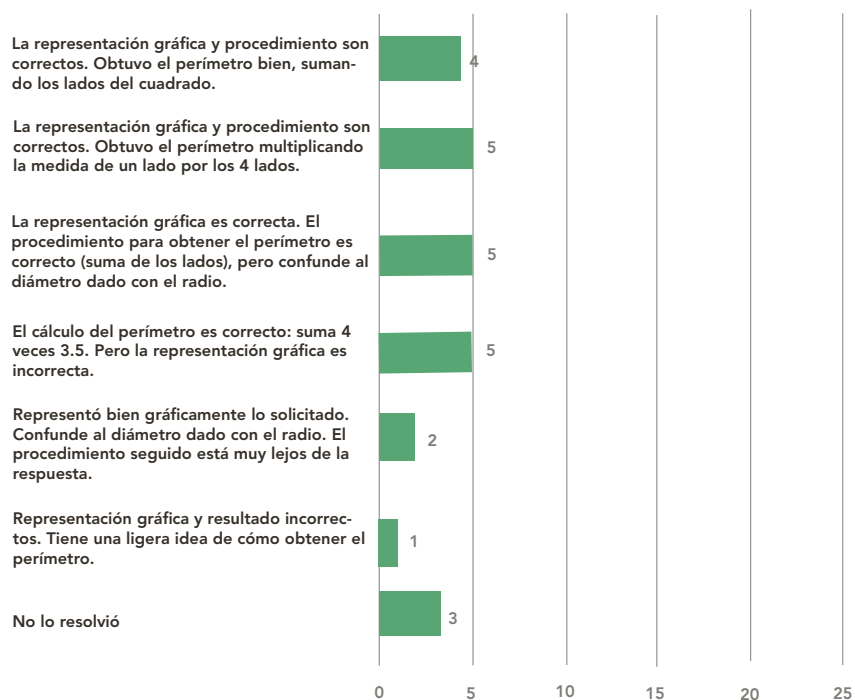


Figura 17. Tipos de respuestas al primer problema que evalúa la aprehensión secuencial.

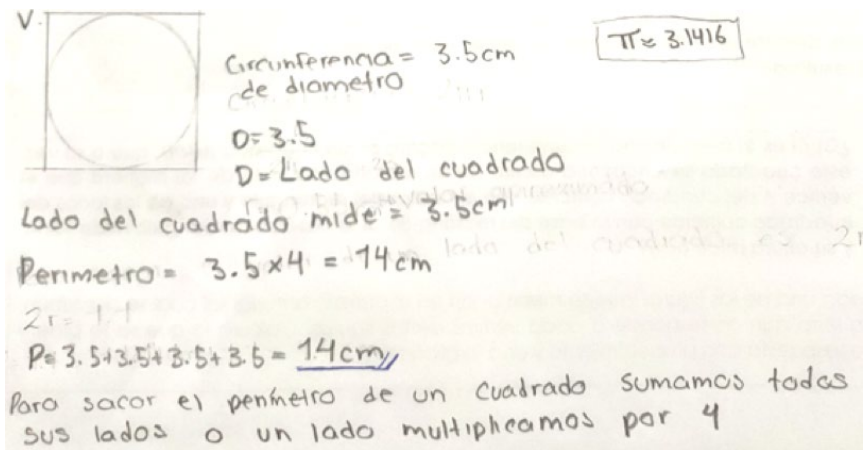


Figura 18. Procedimiento corto de la Estudiante 5 al resolver el primer problema que evalúa su aprehensión secuencial.

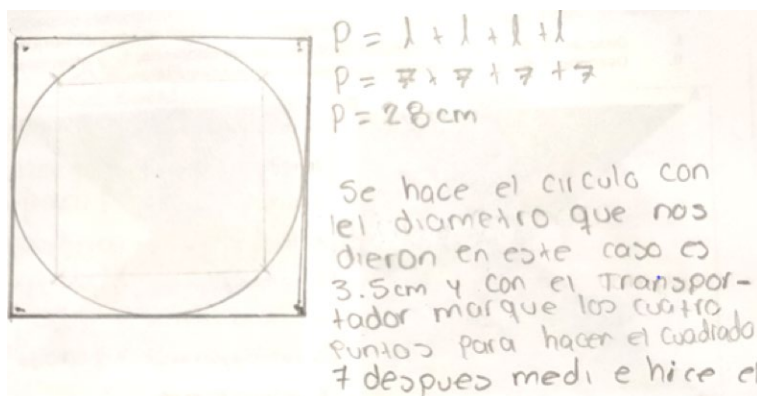


Figura 19. Procedimiento de la Estudiante 4, en el cual confunde el diámetro con el radio.

ACTIVIDAD 4.2:
APREHENSIÓN SECUENCIAL

Únicamente 2 estudiantes encontraron la solución a este problema. 6 siguieron adecuadamente algunos de los pasos necesarios; 3 alinearon el vértice A con la línea que parte el rectángulo a la mitad verticalmente, tomaron el cuadrado como si fuese la mitad del rectángulo y sus cálculos fueron erróneos. 6 dibujaron de forma concéntrica las tres figuras que se pidieron; 2 colocaron una línea que va del centro de las figuras al vértice A del cuadrado; esos 2 alumnos y otro más, identificaron algunas características de las figuras trabajadas, pero el procedimiento de los otros tres se encuentra muy alejado de la respuesta. El sistema ejecutado

por otros 5 estudiantes también se encuentra equívoco, mientras que 3 ni siquiera lo intentaron resolver (Figura 21). En la Figura 20 se observa que el estudiante 2 siguió correctamente algunos de los pasos de la solución correctamente; sin embargo, no realizó ni un solo

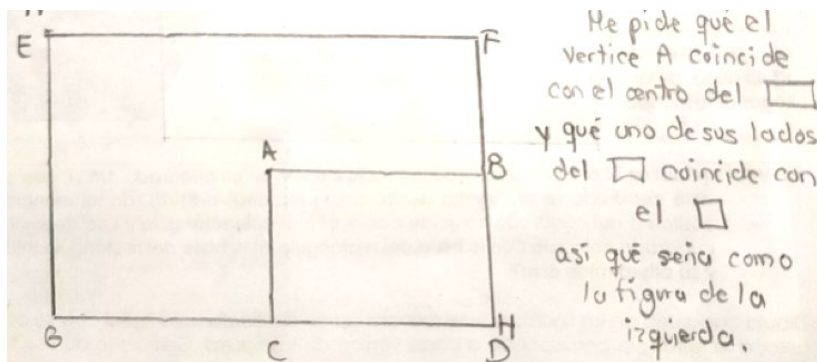
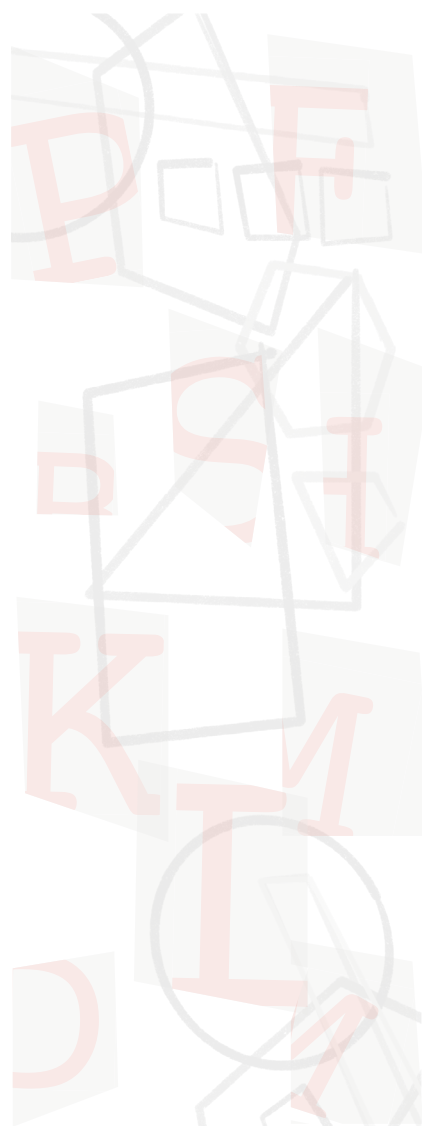


Figura 20. Procedimiento del Estudiante 2 a la segunda pregunta que evalúa la aprehensión secuencial.

cálculo de lo que se solicitaba. En la Figura 11 se observa que el estudiante 2, pudo acertar algunos de los pasos del problema; no obstante, no realizó lo que se solicitaba.

Tipos de respuesta a la pregunta 4.2: Aprehensión secuencial

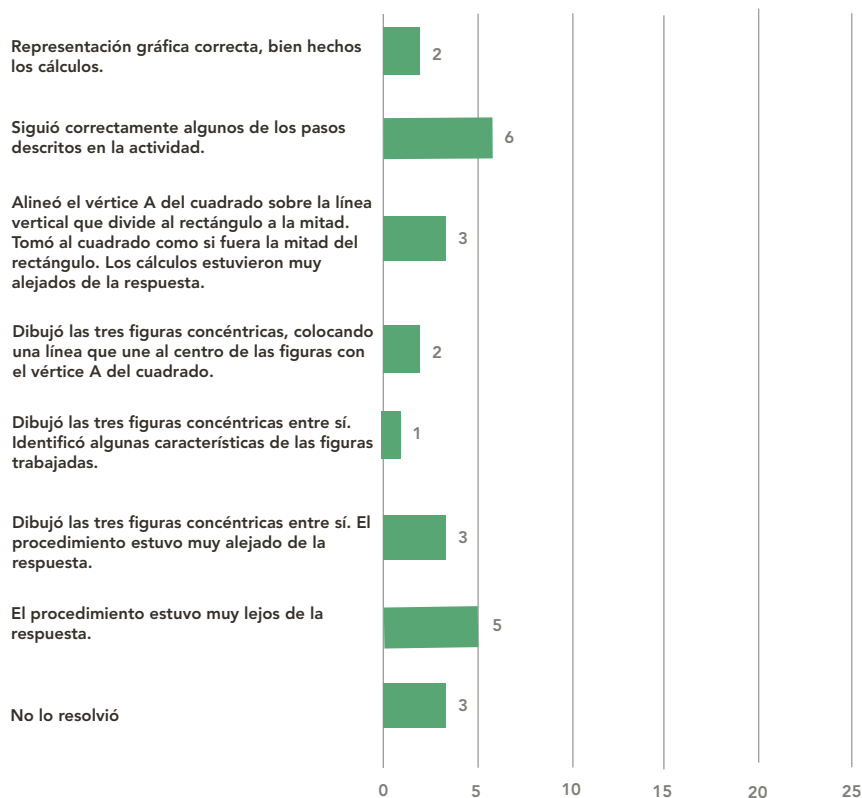


Figura 21. Tipos de respuestas de los estudiantes al segundo problema que evalúa la aprehensión secuencial.

en la realización de los cálculos; algunos incluso utilizaron el diámetro dado de la circunferencia en lugar del radio. Ante la pregunta de por qué habían procedido así contestaron que se confundieron y pensaron que el diámetro era la mitad de la circunferencia; cabe mencionar que el primer ejercicio era el más sencillo de representar gráficamente. El segundo problema tuvo un grado de dificultad mayor al primero, y la gran parte de los alumnos no logró resolverlo; a pesar de ello, intentaron representar gráficamente lo que se pedía, aunque al final solo 2 lo resolvieron correctamente y otros 6 siguieron algunos de los pasos de la secuencia. Una porción significativa de participantes no realizó bien los cálculos o simplemente desistieron. Una de las estudiantes que resolvió correctamente el problema,

En la Figura 12 y Figura 13 se observa que tanto la Estudiante 8 como la Estudiante 24, respectivamente, alinean el vértice "A" con la mitad del rectángulo. Para conocer la razón por la cual lo realizaron de esa forma, en entrevista se le preguntó a la Estudiante 8:

Investigador: ¿Por qué dibujaste así el cuadrado, en esa posición?
 Estudiante 8: Porque así lo pedía, dice que el vértice A coincide con el centro del rectángulo y uno de sus lados con la base.
 Investigador: ¿Cuál es el centro del rectángulo?
 Estudiante 8: Este (señala la línea vertical que divide al rectángulo en dos partes iguales).

En el primer problema propuesto para evaluar este tipo de aprehensión, la mayoría de los estudiantes realizó la representación gráfica correctamente; sin embargo, falló

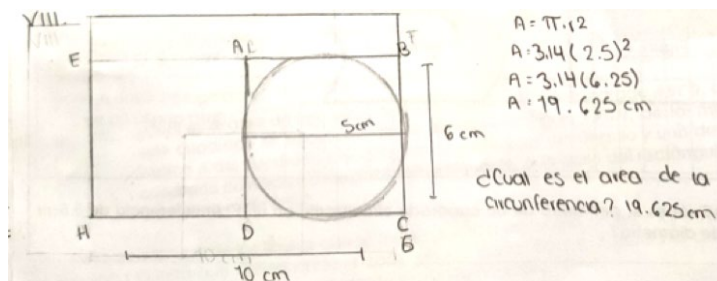


Figura 22. Procedimiento del Estudiante 24 para la segunda pregunta que evalúa la aprehensión secuencial.

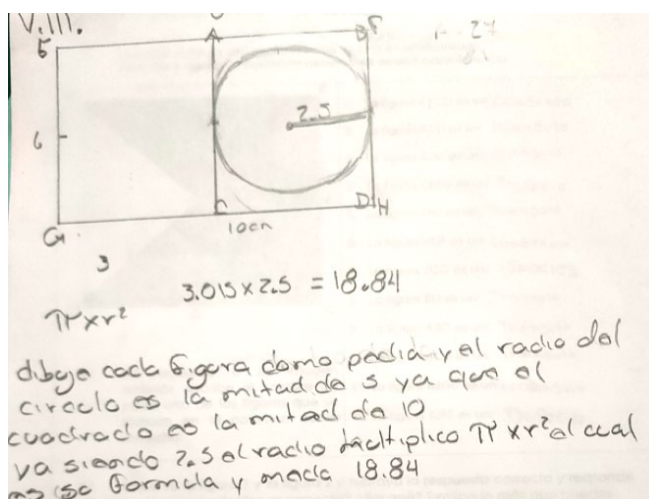


Figura 23. Procedimiento del estudiante 8 para la segunda pregunta que evalúa la aprehensión secuencial.

antes de devolver su evaluación, preguntó a la profesora a qué se refería el texto con que “el vértice A del cuadrado coincide con el centro del rectángulo” y regresó a su lugar a corregirlo (Figura 24). Al comparar las evaluaciones, se puede observar que hubo distintas interpretaciones a dicha instrucción; algunos unieron el centro con el vértice A del cuadrado mediante una línea; otros hicieron coincidir uno de los lados del cuadrado con la mitad del rectángulo, pero no con su centro; mientras que otros no supieron qué hacer.

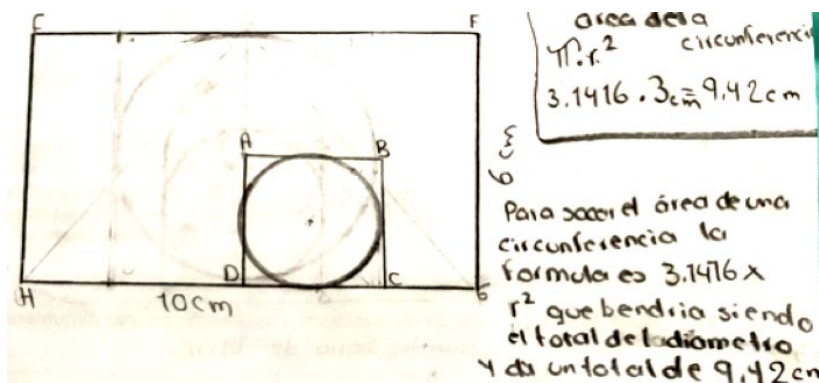


Figura 24. Procedimiento del Estudiante 3 para la segunda pregunta que evalúa la comprensión secuencial.

CONCLUSIONES

En los resultados se puede notar que el tipo de comprensión más difícil para los estudiantes es la discursiva, seguida de la secuencial y operativa, aunque también depende del grado de dificultad con el que cuente cada problema. En la comprensión perceptiva no se tienen mayores dificultades, siempre y cuando se trate de figuras conocidas para ellos; el problema surge cuando se les muestran figuras poco utilizadas o en una posición u orientación distinta a la habitual, como fue el caso del cuadrado girado, los trapecios y el paralelogramo.

En los resultados se aprecia:

- **Falta de análisis.** La mayoría se limita únicamente a los datos proporcionados; cuando se solicita calcular algo con base en un dato indeterminado, entra en conflicto (a pesar de que sea posible determinarlo). Los estudiantes esperaban que la profesora les diera exactamente los datos a sustituir en las fórmulas.
- **Problemas en la comprensión lectora.**

- **Falta de motivación o interés.** A pesar de contar con un espacio para resolver dudas respecto a la evaluación, los alumnos no mostraron iniciativa en participar.
- **Desconocimiento o idea errónea de conceptos y definiciones.**

Falta solidez en los conocimientos de los participantes ya que tienen definiciones inciertas de los conceptos y desconocen las propiedades de las figuras que se les presentan; es por eso que, en ciertos momentos, identifican y aciertan algunos de ellos, pero en otros problemas parece que

los han olvidado. Ocurre, como menciona Dewey (1993, p. 158), que “los conceptos estandarizan nuestro conocimiento, introducen solidez en lo que, de lo contrario, carecería de forma, y permanencia en lo que, sería cambiante”. Según Acuña (2012, p. 22) “ver con los ojos no es lo mismo que ver con los ojos y con el cerebro interpretando lo que se ve”. Por lo tanto, la mayoría de ellos no puede llevar a cabo un proceso de visualización y uso de aprehensiones adecuado, y en consecuencia su razonamiento configural se ve limitado.

REFERENCIAS

- Acuña, C. M. (2012). *La visualización como forma de ver en matemáticas; un acercamiento a la investigación*. Barcelona, España: Gedisa.
- Barrantes, M. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la Geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias* 22(2), 241-250.
- Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2019). Experimento de enseñanza como una aproximación metodológica a la investigación en Educación Matemática. *Unipluriversidad*, 19(2), 103-123. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.07>
- Clemente, F., Llinares, S. y Torregrosa, G. (2017). Visualización y razonamiento configural. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 497-516. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a24>
- Dewey, J. (1993). *Cómo pensamos*. Barcelona: Paidós.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C. Mammana y V. Villani (Eds.), *Perspective on the Teaching*

of the Geometry for the 21st Century (pp. 37–51). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

- Duval, Raymond. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Fernández, T., Díaz, J. y Cajaraville, J. A. (2012). Razonamiento geométrico y visualización espacial desde el punto de vista ontosemiótico. *Boletim de Educação Matemática*, 26(42a), 39–64. <https://doi.org/10.1590/s0103-636x2012000100004>
- Gagatsis, A. (2015). Explorando el rol de las figuras geométricas en el pensamiento geométrico. In B. D'Amore y M.I. Fandiño Pinilla (Eds) *Didáctica de la Matemática - Una mirada internacional, empírica y teórica* (pp. 231- 248). Chia: Universidad de la Sabana.
- Prior, J., y Torregrosa, G. (2013). Razonamiento configural y procedimientos de verificación en contexto geométrico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(3), 339–368. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1633>
- Saorín, A., Torregrosa, G. y Quesada, H. (2017). Razonamiento Configural Extendido: coordinación de procesos cognitivos en la resolución de problemas geométricos empíricos. En Red de Educación Matemática de América Central y el Caribe (edit.), *II Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe* (págs. 1-8). México: Comité Interamericano de Educación Matemática.
- Torregrosa, G., Quesada, H. y Penalva, M. C. (2010). Razonamiento Configural Como

Coordinación De Procesos De Visualización. *Enseñanza de Las Ciencias*, 28(3), 327–340.



UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA
DE QUERÉTARO