

ESTUDIO DEL CURRÍCULO CHILENO EN TORNO A LA DIVISIÓN COMO ISOMORFISMO DE MEDIDA: EL CASO 5° BÁSICO

STUDY OF THE CHILEAN CURRICULUM
AROUND DIVISION AS AN ISOMORPHISM
OF MEASUREMENT: THE 5TH BASIC CASE

Yanet Riveras León
Universidad de Los Lagos, Chile
yriverasleon@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-8877-8276>

Maximina Márquez Torres
Universidad de Los Lagos, Chile
maximina.marquez@ulagos.cl
<https://orcid.org/0000-0002-0019-8809>



RESUMEN

El presente trabajo considera analizar la perspectiva que en Tabla el currículo chileno en torno a la división y justificar la importancia de un estudio sobre los temas que engloba este concepto en enseñanza básica. Debido a la relevancia que adquirió este material para el profesorado al momento de impartir sus clases, este estudio se centra en 5° básico. Para llevarlo a cabo, se contemplaron dos marcos teóricos: los problemas de estructura multiplicativa (isomorfismo de medidas) planteados por Vergnaud (1997) y la verificación de los significados pretendido y holístico de referencias publicados en el enfoque ontosemiótico. A continuación, se dará cuenta del análisis presentado por dicho planteamiento. Esta investigación es de corte cualitativo, descriptivo e interpretativo. Como conclusión se obtuvo que la dupla curricular enfoca el trabajo en el aprendizaje de la búsqueda del algoritmo de la división y deja de lado aquellos objetos matemáticos que permiten la articulación entre configuraciones.

Busca evidenciar y determinar los significados pretendidos por el currículo chileno sobre la división como isomorfismo a través de la teoría de los campos conceptuales, la investigación con referencia en el EOS y la instrucción matemática.

Palabras clave: currículo chileno, división, enfoque ontosemiótico, isomorfismo de medidas.

ABSTRACT

This paper aims to analyze the perspective around the division promoted by the Chilean curriculum and justify the importance of conducting an analysis of the issues of this concept in basic education. Due to the relevance that this material acquires for teachers at the time of their classes, this time we will focus this

work on 5th grade. To carry out this analysis we have relied on two theoretical frameworks, on the one hand, we have the problems of multiplicative structure (isomorphism of measures) proposed by Vergnaud (1997) and to verify what are the intended and holistic meaning of references proposed in the Ontosemiotic Approach. On this occasion, we will give an account of the analysis presented by the Ontosemiotic Approach. This research is qualitative, descriptive and interpretative. As main conclusions, the curricular pair focuses the work on learning the search for the division algorithm, leaving aside those mathematical objects that allow the articulation between configurations.

Keywords: chilean curriculum, division, measurement isomorphism, Ontosemiotic Approach.

INTRODUCCIÓN

La división es considerada una de las operaciones más importantes dentro del currículo chileno, pues permite solucionar de manera rápida y eficiente los problemas cotidianos que se pueden resolver a través de la distribución equitativa de objetos, identificando cuando existen sobrantes tras una repartición. Se procura que los estudiantes se familiaricen a temprana edad con acciones de reparto en cantidades iguales y busquen distintos mecanismos que les ayuden a encontrar la respuesta en incógnitas donde la división tiene resto, también denominada división inexacta. Además, se pretende que solucionen dichas situaciones apoyados en concreto del material para posteriormente cambiarlo al registro pictórico y simbólico (método COPISI), y finalmente alcanzar el cálculo del

algoritmo de la operación (Gutiérrez, Morales y Valdés, 2018).

Es necesario indagar sobre la enseñanza y aprendizaje de esta operación matemática, ya que algunas investigaciones reportan que los alumnos presentan dificultades (Saíz, 1994; Ivars y Fernández, 2016; Bustamante y Vaca, 2014; Aravena y Morales, 2019) al momento de interpretar el resto en un problema, o al asociar dicho enunciado del problema con la división que deben llevar a cabo para resolverlo. La solución de problemas con este tipo de operación matemática se presentan en la mayoría de las actividades del currículo de educación básica en Chile, reafirmando su manifestación a lo largo de la escolaridad.

Cabe mencionar que, este trabajo es una mínima parte de otras investigaciones cuyo objetivo era “evaluar los significados de la noción de división que considera el currículo chileno, tanto en los programas de estudio como en los libros de texto a la luz del isomorfismo de medida expuestos por Vergnaud (1997) y los significados pretendidos y holísticos de referencia propuestos en el Enfoque Onto-semiótico” (Riveras y Márquez, 2021). Cuando los estudiantes realizan una práctica matemática, se moviliza un conjunto formado por situaciones, problemas, representaciones, conceptos, procedimientos, entre otros (Font, Godino y Gallardo, 2013); por lo tanto, es importan-

te identificar cuáles promueve el currículo chileno. De esta manera, se busca evidenciar y determinar los significados pretendidos por los libros de texto chilenos sobre la división como isomorfismo de medida en el caso de 5° básico.

ANTECEDENTES

MARCO TEÓRICO

Para el desarrollo de esta investigación se contemplaron dos marcos teóricos: la teoría de los campos conceptuales expuestos por Vergnaud (1997) —enfocada en los problemas de isomorfismo de medida de división-medida y división-partitiva— y la investigación con los significados pretendidos y holísticos de referencia propuestos en el enfoque onto-semiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática. La teoría de los campos conceptuales permitió centrar la investigación en las actividades cognitivas del estudiante.

Vergnaud (1997) define los problemas de estructuras multiplicativas como un conjunto de situaciones en las que es necesaria una multiplicación, división o combinarlas además de un análisis cognitivo para resolverlas. También considera que en ello intervienen dos conceptos fundamentales: el aprendizaje y la enseñanza; y distingue tres categorías de estructuras multiplicativas: isomorfismo de medida, un solo espacio de

medida y producto de medidas. En este caso se trabajará con el isomorfismo de medida, que se clasifica como en la Figura 1

En cuanto al enfoque onto-semiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemáticas (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007), este marco teórico permite realizar un análisis detallado de los significados pretendidos sobre cómo se trabaja la noción de división en el currículo chileno (entendemos por currículo los programas de estudio y libros de texto) a través del material propuesto por el Ministerio de Educación. Dentro del EOS, la noción de *sistema de prácticas* es fundamental desde un punto de vista epistemológico y didáctico. Godino y Batanero (1994) entienden por sistema de prácticas a “toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas” (p. 334). Estas prácticas pueden ser desarrolladas por una persona o compartidas por una institución. Según Font, Godino y Gallardo (2013) “las prácticas matemáticas pueden ser conceptualizadas como la combinación de una práctica operativa, a través de la cual los libros de texto son leídos y producidos, y una práctica discursiva, la cual permite la reflexión sobre las prácticas operativas” (p. 104). En el EOS se considera a los

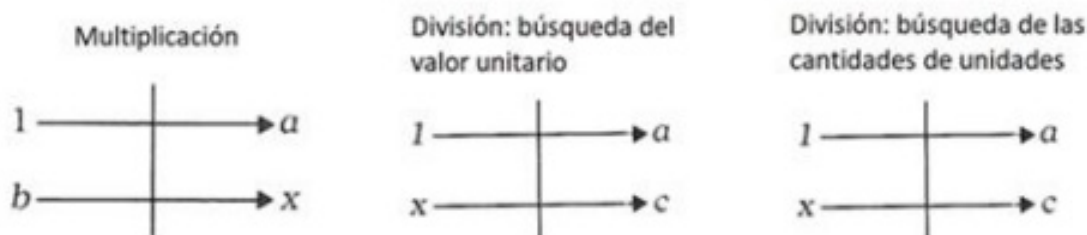


Figura 1. Representación de problemas de isomorfismo de medida (Vergnaud, 1997).

objetos matemáticos como entidades intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas realizadas para resolver dificultades (Godino y Batanero, 1994).

Al analizar y determinar los significados solicitados por los libros de texto se utilizó la siguiente tipología de *objetos matemáticos* primarios, intervinientes en los sistemas de prácticas (Godino, Batanero y Font, 2007, p.7): elementos lingüísticos (términos, expresiones, notaciones, gráficos), situaciones-problemas (aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios), conceptos/definiciones (introducidos mediante descripciones: recta, punto, número, media, función, derivada), proposiciones o propiedades (enunciados sobre conceptos), procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo) y argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y métodos, deductivos o de otra clase). Dichos términos conforman la configuración ontosemiótica, que puede ser de carácter cognitivo (configuración cognitiva) si se trata de los *objetos matemáticos primarios* que moviliza un sujeto como parte de su práctica matemática desarrollada a propósito de la solución de un problema, o de tipo epistémica (configuración epistémica) si se trata de los *objetos matemáticos institucionales*. En este trabajo se utiliza la noción de configuración epistémica para determinar los significados determinados por los libros de texto chilenos y cómo abordan la noción de división.

DIFICULTADES EN LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN

En relación con las dificultades presentadas en los procesos de

enseñanza de la *división*, específicamente en educación primaria, se han realizado varias investigaciones que van desde cómo se introduce el desarrollo del algoritmo hasta el material que se le proporciona a los profesores (Aguayo, Piñeiro y Flores, 2016). Diferentes estudios se han referido a la enseñanza y el aprendizaje de algoritmos aritméticos, que han sido motivo de discusión en lo referente al proceso de enfoque del concepto y los procedimientos que se utilizan.

En cuanto a la búsqueda del algoritmo en la resolución de problemas, se han realizado talleres con estudiantes de 5-6 años en España, donde se plantean problemas de estructura aditiva y multiplicativa. Ellos debían resolver problemas de multiplicación, división de reparto y agrupamiento, utilizando el conteo de elementos. Las dificultades eran cercanas a los alumnos con acciones vividas anteriormente. Además, el material utilizado fue seleccionado por los educandos (De Castro y Escorial, 2007).

Con la finalidad de aportar a los maestros estrategias que les permitieran superar dichos obstáculos, Saíz (1994) investigó las complejidades que presentan los niños de 5° y 6° grado en Argentina al resolver divisiones. Los resultados mostraron que cuando los estudiantes se enfrentan a estos ejercicios desconocen qué operación deben realizar, si una multiplicación o una división. Por otro lado, las explicaciones de los profesores eran ambiguas y dificultaban aún más la situación. Otros conflictos que se presentaron fue que el alumnado ignoraba cómo interpretar correctamente las divisiones con resto.

Problemas de división y su relación con los estudiantes

Como menciona el título, Ordoñez (2019) realizó en Perú investigaciones donde individuos de tercer grado debían construir el concepto de división. Se les presentaron actividades de reparto para las cuales carecían de conocimientos por tratarse de una operación que se trabaja en cuarto grado; no obstante, sí conocían la adición, la sustracción y la multiplicación. Realizaron sesiones de actividades individuales y grupales en las que se abordó la noción de división y divisibilidad con números naturales. Los resultados mostraron que el concepto de reparto equitativo es intuitivo para los estudiantes pues es una actividad que realizan a diario, de modo que se logra la comprensión del concepto por encima del aprendizaje de memoria que podría presentarse como una dificultad en un futuro.

Debido a los insatisfactorios resultados del alumnado mexicano en la prueba PISA, se realizó un estudio que pretende diagnosticar qué sucede cuando estudiantes de sexto de primaria y tercero de secundaria se enfrentan a problemas de isomorfismo de medidas del tipo división-reparto; los resultados evidenciaron dificultades en relación con el lenguaje, la notación y otros conceptos involucrados. Aunque se les permitió el uso de calculadora, las respuestas en primaria fueron en su mayoría incorrectas, mientras en secundaria el desempeño fue positivo (Bustamante y Vaca, 2014).

En un estudio realizado en 4° básico (Santiago de Chile), Aravena y Morales (2019) se propusieron develar elementos que permiten caracterizar el proceso de construc-

ción del algoritmo de la división en el sistema de los números naturales. Esta experiencia se desarrolló debido a comentarios realizados por docentes en los que expresaban lo difícil que resultaba enseñar este contenido y lo complejo que era para los alumnos la comprensión del mismo. A estos últimos se les propusieron diversas actividades en las que debían resolver divisiones de reparto e interpretación del resto. Al momento de realizarlas los educandos no tuvieron dificultades; sin embargo, cuando se les presentó un problema de agrupamiento no lo reconocieron como una división.

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El currículo chileno considera a la división como una operación valiosa, dado que se le atribuyen aplicaciones que son útiles en varios contextos de la vida diaria; sin embargo, también se comprende como una de las operaciones más complejas en los procesos de enseñanza-aprendizaje en educación básica. En lo que refiere a la materia, resulta difícil para los profesores plantear actividades que estén enfocadas a la aplicación de esta operación. Aunado a lo anterior, el material que se utiliza con frecuencia es inadecuado y

termina por generar dificultades en la comprensión del proceso requerido para esta operación.

La revisión de la literatura permite identificar los distintos obstáculos que existen a la hora de implementar actividades relacionadas con problemas de isomorfismo de medida; estas pueden ser epistemológicas, ontológicas y didácticas.

La historia menciona que (Bell 1985; Gairín y Oller, 2013; Boyer, 1986), desde las antiguas cunas de la civilización, los matemáticos pasaban mucho tiempo intentando descifrar y resolver problemas donde estaba presente la división, lo que demuestra que la complejidad en el desarrollo de esta operación siempre han existido. Hoy en día los estudiantes presentan mayores conflictos en el desarrollo de este concepto. En el caso de los profesores, también existen obstáculos en la enseñanza de esta operación, por lo que resulta urgente analizar cómo se desarrolla en los programas y libros de textos chilenos e identificar los significados pretendidos por el currículo chileno a la noción de división en 5° básico.

METODOLOGÍA

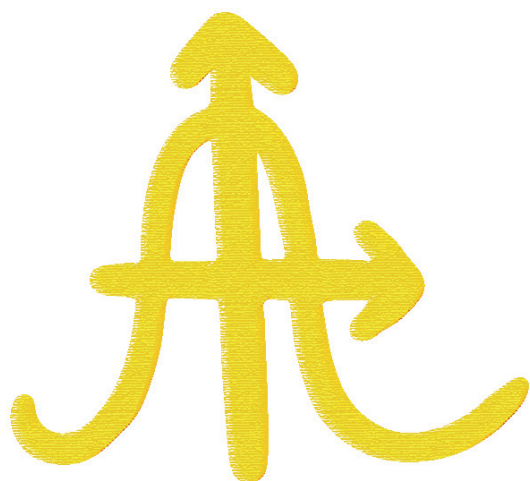
El estudio es de corte cualitativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014), ya que las preguntas e hipótesis están presentes antes, durante y después de la recolección de datos. A medida que se avanza con el trabajo, estas se pueden clasificar de acuerdo a la importancia y perfeccionar a posteriori. El objetivo principal es evaluar los significados pretendidos y holísticos de referencia expuestos en el enfoque ontosemiótico presentes en libro de texto y programa de estudio de 5° básico (Ho Kheong, Kee Soon y Ramakrishnan, 2017).

ANÁLISIS DE LA NOCIÓN DE DIVISIÓN EN 5° BÁSICO, SEGÚN EL EOS

En el caso del curso de 5° básico se analizó el currículo (libro de texto y programa de estudio) con la intención de evidenciar cómo enfoca la noción de división. Mediante dicha revisión fue posible visualizar que las actividades están centradas principalmente en la búsqueda del algoritmo por sobre la resolución de problemas y que existen pocas relacionadas a la interpretación del resto, lo que se puede evidenciar en la Tabla 1.

Tabla 1. Actividades presentadas en los libros de texto en relación con la división en 5° básico.

ALGORITMO DE LA DIVISIÓN		INTERPRETACIÓN DEL RESTO	
EJERCICIO	PROBLEMA	EJERCICIO	PROBLEMA
69	13	3	8



ANÁLISIS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO

El programa de estudio de 5° (Mineduc, 2013) básico está dividido en cuatro unidades y cinco ejes temáticos, cada uno de ellos relacionado con las unidades. En cuanto a la división, esta se encuentra en la unidad 1 en el eje de números, compuesta por ocho objetivos de aprendizajes. La noción de división se enuncia en los objetivos de aprendizaje 2 a 6. Cabe señalar que cada uno de ellos está relacionado con sus respectivos indicadores de evaluación, en concordancia con las actividades propuestas en los libros de texto.

Objetivos de Aprendizaje Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Indicadores de evaluación sugeridos Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p>OA_2</p> <p>Aplicar estrategias de cálculo mental para la multiplicación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Anexar ceros cuando se multiplica por un múltiplo de 10 doblar y dividir por 2 en forma repetida. Usar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva. 	<ul style="list-style-type: none"> Determinan productos cuando uno de los factores es múltiplo de 10, 100 o 1.000. Calculan multiplicaciones, aplicando mitades y dobles. Por ejemplo: $34 \cdot 5 = 17 \cdot 10$. Calculan multiplicaciones, aplicando repetidamente dobles y mitades. Por ejemplo: $12 \cdot 25 = 6 \cdot 50 = 3 \cdot 100$. Aplican la propiedad distributiva en multiplicaciones, des componiendo en múltiplos de 10. Por ejemplo: $102 \cdot 4 = (100 \div 2) \cdot 4 = 100 \cdot 4 + 2 \cdot 4$. Doblan multiplicaciones dadas para realizar multiplicaciones. Por ejemplo: para calcular 12×3, piensan en 6×3 y la doblan. Usan propiedades conmutativa y asociativa para multiplicar números. Por ejemplo: $25 \cdot (-4) = 25 \cdot (4 \cdot -3) = (25 \cdot 4) \cdot -3 = 100 \cdot -3 = -300$.
<p>OA_4</p> <p>Demostrar que comprende la división con dividendos de tres dígitos y divisores de un dígito:</p> <ul style="list-style-type: none"> Interpretando el resto. Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que impliquen divisiones. 	<ul style="list-style-type: none"> Modelan la división como el proceso de reparto equitativo, usando bloques de base diez, y registran los resultados de manera simbólica. Explican el resto de una división en términos del contexto. Ignoran el resto de divisiones en el contexto de situaciones. Por ejemplo: determinan que 5 equipos de 4 personas cada uno se pueden formar con 22 personas. Redondean cocientes. Expresan restos como fracciones. Expresan restos como decimales. Resuelven un problema no rutinario de división en contexto usando el algoritmo y registro del proceso.

<p>OA_5</p> <p>Realizar cálculos que involucren las cuatro operaciones con expresiones numéricas, aplicando las reglas relativas a paréntesis y la prevalencia de la multiplicación y la división por sobre la adición y la sustracción cuando corresponda.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Realizan operaciones sumas y restas. • Realizan operaciones combinadas de sumas y restas que involucren paréntesis. • Calculan expresiones desconocidas en igualdades en que intervienen sumas y restas. • Resuelven sumas y/o restas de multiplicaciones y/o divisiones. • Aplican reglas de paréntesis en la operatoria con expresiones.
<p>OA_6</p> <p>Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren las cuatro operaciones y combinaciones de ellas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • que incluirán situaciones con dinero y • usar la calculadora y el computador en ámbitos numéricos superiores al 10.000 	<p>Seleccionan y usan una estrategia para estimar la solución de un problema dado.</p> <p>Demuestran que la solución aproximada a un problema no rutinario dado, no requiere de una respuesta exacta.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determinan respuestas aproximadas. • Estiman la solución de un problema dado y lo resuelven. • Resuelven problemas matemáticos relativos a cálculos de números, usando la calculadora. • Identifican qué operación es necesaria para resolver un problema dado y lo solucionan. • Determinan lo razonable de una respuesta a un problema rutinario. • Evalúan la solución de un problema en su enunciado. • Explican la estrategia utilizada para resolver un problema.

Figura 2. Objetivos de aprendizaje e indicadores de evaluación, Unidad 1 (Mineduc, 2013, pp. 55-57).

Como las configuraciones epistémicas están relacionadas con las *situaciones-problemas* presentes en los programas de estudio, se pretende que, al desarrollar las actividades, los estudiantes sean capaces de argumentar y comunicar, además de representar de manera gráfica la información con el fin de comprender más fácilmente los planteamientos. Los ejercicios que se presentan son contextualizados y se esperan que se conecten con otras asignaturas para que los alumnos logren relacionar la información de forma transversal. En lo que respecta a los *elementos lingüísticos*, se espera que estos expresen

información de manera verbal y simbólica utilizando algunos conceptos clave, tales como *producto*, *cociente*, *resto*, entre otros.

ANÁLISIS PARA EL LIBRO DE TEXTO DE 5° BÁSICO

El libro de texto sugerido por el Ministerio de Educación de Chile para 5° básico presenta la división en la unidad 1, *Números naturales, operaciones y patrones*, segmentada en cuatro lecciones. El concepto se encuentra en la lección dos de *La multiplicación y división* y la lección tres de *Estrategias de cálculo y problemas*.

CONFIGURACIÓN EPISTÉMICA

Con respecto a las *situaciones-problemas*, se encontraron cuatro elementos:

1. Resolución y comprobación de un problema.
2. Problemas contextualizados de división interpretando el resto
3. Ejercicios de división mediante reagrupación de centenas, decenas y unidades.
4. Multiplicación como método para comprobar el resultado de la división.

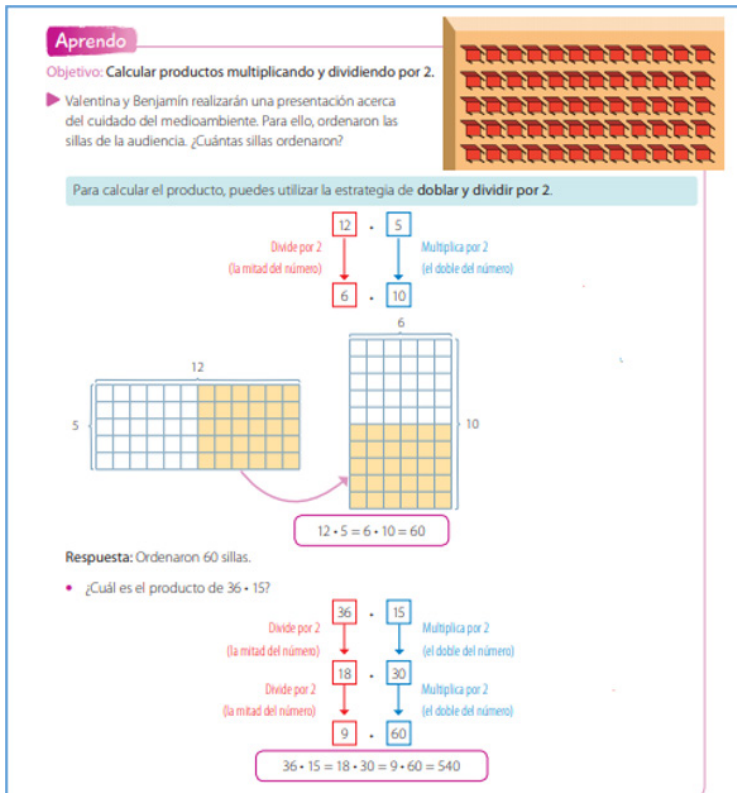


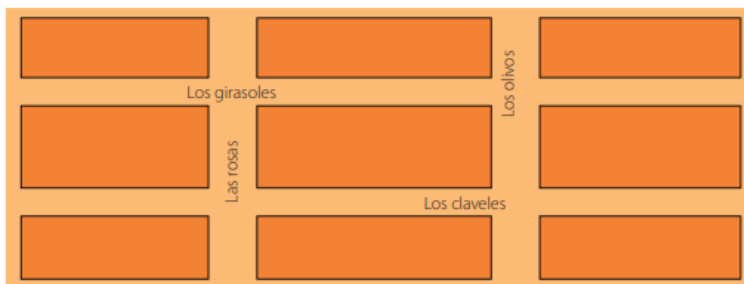
Figura 3. Ejemplo de problema (Ho Kheong, Gan Kee y Ramakrishnan, 2017, p. 58).

- b. Una agencia de turismo espera a 135 turistas para la próxima semana. Cada uno de los vehículos de la agencia puede llevar a 7 pasajeros. ¿Cuántos vehículos se necesitarán para transportar a todos los turistas?

Figura 4. Ejemplo de problema (Ho Kheong, Gan Kee y Ramakrishnan, 2017, p. 73).

Objetivo: Resolver problemas interpretando el resto de una división.

► La municipalidad de una ciudad dispone de 126 árboles para plantar en las siguientes calles:



Si se plantará la mayor cantidad posible de árboles de manera que quede la misma cantidad en cada calle, ¿cuántos árboles no se plantarán?

La cantidad de árboles que se plantarán en cada calle se puede calcular como:

$$\begin{array}{r} 126 : 4 = 31 \rightarrow \text{Cociente} \\ - 12 \\ \hline 06 \\ - 4 \\ \hline 2 \rightarrow \text{Resto} \end{array}$$

Cada calle tendrá 31 árboles nuevos y sobrarán 2 del total de árboles que disponía la municipalidad.

Respuesta: Por lo tanto, 2 árboles del total no se plantarán en las calles.

Figura 5. Ejemplo de problema (Ho Kheong, Gan Kee y Ramakrishnan, 2017, pp. 71).

(x, y)

Respecto al segundo tipo de problemas, el estudiante, además de resolver un problema cercano a nuestra realidad, debe interpretar qué sucede con el resto, tal como se muestra en la figura 3; sin embargo, estos sólo se abordan en 5° básico y los que se presentan en este libro son escasos. Gran parte de ellos promueve hallar el cociente mayoritariamente.

En la tercera categoría se encontraron actividades con relación a la interpretación del resto (siendo este el único libro que presenta dichas actividades), tal como se muestra en la figura 4.

Las situaciones-problemas detectadas pueden clasificarse en verbales, gráficas (Tablas), pictóricas y simbólicas respecto a los elementos lingüísticos. Del mismo modo, las representaciones se expresan con material concreto, pictórico y simbólico.

$f(x)$
 π
 e
 \ln

TIPOS DE REPRESENTACIONES ACTIVADAS EN EL PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN DE LAS TAREAS

La Tabla 2 resume la clasificación de los planteamientos que se espera que desarrolle el alumnado con relación a las distintas cuestiones presentadas en el libro de texto.

Tabla 2. Representaciones previas y emergentes de los problemas de 5° básico.

		REPRESENTACIÓN PARA LA NOCIÓN DE DIVISIÓN			
		EMERGENTES			
		VERBAL	CONCRETA	GRÁFICA	SIMBÓLICA
PREVIOS	VERBAL				
	CONCRETA				
	GRÁFICA				
	SIMBÓLICA				

Es posible observar cuatro clases en cuanto al tipo de problemas. En el primer caso tenemos una *situación-problema* que se expresa de manera verbal y se busca que se responda de igual forma, por ejemplo:

10 Resuelve los siguientes problemas.

a. Mariana, Benjamín, Carolina y Daniel estimaron el cociente de $468 : 5$. Estas son sus respuestas:

Nombre	Respuesta
Mariana	2500
Benjamín	450
Carolina	90
Daniel	9

Explícale a un compañero o compañera cuál de las respuestas es más cercana al cociente real.

Figura 6. Ejemplo de problema (Ho Kheong, Gan Kee y Ramakrishnan, 2017, p. 73).

En la segunda categoría existe una relación verbal-simbólica; es decir, la *situación/problema* se expresa de manera verbal, pero se pide al estudiante que represente la solución de manera simbólica, por ejemplo:

6 Analiza y responde. Luego, justifica con ejemplos.

- Si un número es dividido por 2, ¿cuáles son los posibles restos?
- Si un número es dividido por 3, ¿cuáles son los posibles restos?

Figura 7. Ejemplo de problema (Ho Kheong, Gan Kee y Ramakrishnan, 2017, p. 72).

En la tercera clase se encontró que, cuando la actividad es presentada de manera gráfica, se espera que la solución se exprese de manera simbólica, tal como lo muestra la Figura 8.

En cuanto a los *conceptos/definiciones*, se encontraron nociones previas: mitad, mitad de números pares, propiedad distributiva de multiplicación con respecto a la suma, estimar cocientes, división, entre otros; y emergentes: dividir reagrupando centenas, decenas y unidades, y resolver problemas interpretando el resto de una división (siendo éste el único libro de básica que presenta este tipo de problemas). Asimismo, se identificaron propiedades relacionadas con reglas relativas a paréntesis y la prevalencia de la multiplicación y división sobre la adición y sustracción cuando corresponda. El libro establece la relación entre la multiplicación y la división para encontrar el producto, por ejemplo: “El producto de $12 \cdot 5$ es equivalente a $6 \cdot 10$ ”, es decir, “Puedes doblar y dividir por 2 en forma sucesiva”, tal como se muestra en la Figura 2.

En la cuarta clasificación se encuentran las *situaciones-problemas* en las que la actividad se expresa de manera simbólica y se espera que la solución se represente del mismo modo, como en la Figura 9.

Centenas	Decenas	Unidades

$735 : 3 = ?$

Primero, divide las centenas en 3.

$$\begin{array}{r} 735 : 3 = 2 \\ - 6 \\ \hline 1 \end{array}$$

7 centenas divididas en 3 son centenas con resto centenas

Centenas	Decenas	Unidades

centena = decenas

Suma las decenas:

decenas más decenas son decenas.

$$\begin{array}{r} 735 : 3 = 2 \\ - 6 \\ \hline 13 \end{array}$$

Centenas	Decenas	Unidades

decenas divididas en 3 son decenas con resto decenas

$$\begin{array}{r} 735 : 3 = 24 \\ - 6 \\ \hline 13 \\ - 12 \\ \hline 1 \end{array}$$

Centenas	Decenas	Unidades

Reagrupa el resto de las decenas:

decena = unidades

Suma las unidades:

unidades más unidades son unidades.

$$\begin{array}{r} 735 : 3 = 245 \\ - 6 \\ \hline 13 \\ - 12 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

Figura 8. Ejemplo de problema (Ho Kheong, Gan Kee y Ramakrishnan, 2017, pp. 69-70).

4 Estima cada cociente.

- a. $569 : 5$
- b. $417 : 2$
- c. $322 : 6$
- d. $126 : 4$

Figura 9. Ejemplo de problema (Ho Khong, Gan Kee y Ramakrishnan, 2017, pp. 69-70).

DISCUSIÓN

En torno a los significados holísticos de referencia presentes en la dupla curricular de 5° básico (programa de estudio y libro de texto), se estableció que la mayoría de las actividades están relacionadas con el aprendizaje del algoritmo de la división, transitan de lo verbal a lo simbólico y dejando de lado la marcha de lo verbal a lo gráfico, de lo concreto a lo gráfico y de este a lo simbólico. Lo anterior dicho puede ocasionar dificultades a futuro en la comprensión de problemas donde se requiere el cambio de registro, dando por trabajados este tipo de situaciones en niveles inferiores. Ahora, consideramos que los objetos matemáticos se movilizan en la resolución (en nuestro caso la división), es necesario hilar de estas representaciones, pues son la parte ostensiva de una serie de proposiciones y procedimientos que permite visualizar la articulación en la configuración y dar cuenta de la elaboración de una buena práctica (Font, Godino y Gallardo, 2013).

Por otro lado, se observa una predilección por la realización de ejercicios que privilegian la búsqueda del algoritmo sobre la resolución que permiten el incremento de habilidades de índole superior. En consecuencia, esto puede generar dificultades en los procesos de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, pues los libros de texto son considerados una herramienta fundamental para el profesorado al momento de impartir sus clases. De ahí la importancia de profundizar en el análisis de un libro de texto de matemáticas, mostrando así aspectos relevantes como análisis de tareas, errores, representaciones, etc.

Un aspecto a resaltar es que es el único libro de texto de educación básica que presenta problemas donde se debe realizar la interpretación del resto, aunque en poca medida. Este hallazgo resulta relevante, ya que en la literatura (Saíz, 1994; Ordoñez, 2019; Lago, et. al 2008; Márquez, et. al 2019) está demostrado que los alumnos frecuentemente encuentran dificultades y cometen errores en la resolución de esta clase de problemas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se lleva a cabo en el marco del Proyecto Regular CR22/18 "Caracterización del conocimiento para la enseñanza de futuros profesores sobre la división medida", bajo la tutela de la vicerrectoría de investigación y posgrado de la Universidad de Los Lagos.

REFERENCIAS

- Aguayo Arriagada, C. G., Piñeiro, J. L. y Flores, P. (diciembre de 2016). La introducción a la división en educación primaria. Un análisis comparativo. *En Actas del XVI Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, ni más ni menos*. Jérez: SAEM THALES.
- Aravena, A. y Morales, A. (2019). Construcción del algoritmo de la división en estudiantes de cuarto año básico de una escuela chilena. *PNA*, 13(3), 147-171.
- Bell, E. T. (1969). *Historia de las Matemáticas*, Nueva York.
- Boyer, C. (1986). *Historia de la Matemática*, Madrid, España.
- De Castro Hernández, C.; Escorial González, B. (2017). Resolución de problemas aritméticos verbales en la educación infantil:

Una experiencia de enfoque investigativo, CSEU La Salle, Universidad Autónoma de Madrid, España.

- Font, V.; Godino, J. D.; Gallardo, J. (2013): The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Gutiérrez Guzmán, N., Morles Estruch, N. y Valdés Figueroa, F. (2018), *Progresiones de aprendizaje en espiral en Matemática*, Ministerio de educación Chile División de Educación General Unidad de educación especial, Chile, Santiago, 30 - 31.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación*, editorial Mc Graw Hill Educación, Sexta edición, México D.F.
- Ho Kheong, F., Kee Soon, G. y Ramakrishnan Ch. (2017). *Texto para el estudiante. Matemática 5° básico*, Chile Santillana Chile, S.A.
- Ivars, P. y Fernández, C. (2016). Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años. *Educación Matemática*. España, 28(1), 9-38.
- Lago, M. O.; Rodríguez, P.; Enesco, I.; Jiménez, L. y Dopico, C. (2008). Me sobran cuatro y no sé qué hacer con ellas. Un estudio sobre los problemas de división con resto en 1° de ESO. *Anales de Psicología*, 24(2), 201-212.

- Márquez, M. Hernández, E. y García, J. (2019). Estrategias en la resolución de problemas de división-medida por estudiantes de séptimo básico en Chile. *Espacios*. 40(33), 1-10.
- Mineduc (2013). *Programa de Estudio para cuarto año de Educación General Básica Unidad de Curriculum y Evaluación*. Santiago de Chile. Páginas 194. ISBN 978-956-292-373-6
- Oller Marcén, A. M., & Gairín Sallán, J. M. (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(3), 317-338.
- Ordoñez Montañez, C. C. (5-10 de mayo de 2019). *Enseñanza de la división, basada en justificaciones, con estudiantes de primaria*. Comunicación presentada en xv Conferencia Interamericana de Educación Matemática Medellín, Colombia. Universidad de Medellín y Universidad de Antioquía, Medellín – Colombia.
- Riveras, Y. y Márquez M. (2021). *Análisis del currículo chileno en educación básica en torno a la división como isomorfismo de medida* [Tesis de maestría, Universidad de los Lagos, Chile]
- Saíz, I. (1994). Dividir con dificultad o la dificultad de dividir. En Parra, C. & Saíz, I. (comps.). *Didáctica de las Matemáticas: reflexiones pedagógicas*. Buenos Aires, Argentina. Ed. Paidós.
- Vergnaud (1997). *El niño, la matemática y la realidad*. México: Trillas.