Pädi: Revista de proyectos y textos académicos en Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería. Año 1, Núm. 002, Septiembre de 2017, ISSN en trámite.
Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No. 04 - 2017 - 081015494400 - 203

EL ARITMÉTICA COMO BASE INDISPENSABLE PARA EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

(DEL ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA, UN EJEMPLO DESDE LA TEORÍA APOE)

Arithmetic as an essential base for learning algebra (From arithmetic to algebra, an example based on APOS Theory)

Daniela Hernández Jaramillo, Jesús Alfonso Noriega Márquez
DIVISIÓN DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO, FACULTAD DE INGENIERÍA,
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO. PONTIFICIA UNIVERSIDAD
E-mail: danielahjaramillo@hotmail.com
E-mail: jalfonsonoriega@gmail.com

RESUMEN:
En este trabajo se presenta un panorama muy general acerca del papel que juega el álgebra dentro de la educación matemática, así como el proceso de transición por el cual pasan los estudiantes que inician sus estudios de esta materia. Para enfatizar la importancia del álgebra en la formación escolar se muestran algunas estadísticas de las pruebas estandarizadas PISA. Se aborda la relación que existe entre los conocimientos aritméticos que posee el estudiante y el aprendizaje de conceptos y procedimientos algebraicos, y, basándonos en la teoría APOE, (acciones, procesos, objetos y esquemas) se ejemplifica la importancia de contar con bases aritméticas sólidas para la construcción de los conceptos y conocimientos algebraicos. Por último, se abre la puerta a la generación de propuestas didácticas para realizar esa transición desde la aritmética hacia el álgebra.

Palabras clave: álgebra, APOE, aritmética, PISA

ABSTRACT:
In this paper we present a very general view of the roll that algebra plays inside mathematics education, as well as the transition process that students go through when they initiate their studies on this subject. To emphasize on the importance of algebra during formal education, we show some statistical data collected from PISA standardized tests. We discuss the connection between the arithmetic knowledge that students possess and the learning of algebraic concepts and procedures, and, based on APOS (actions, processes, objects, schemes) theory we provide an example of the importance of having a solid arithmetic knowledge base for the construction of algebraic concepts. Lastly, we open the door for the generation of didactical proposals to work on that transition from arithmetic towards algebra.

Key words: algebra, arithmetic, APOS, PISA

Pädi: Revista de proyectos y textos académicos en Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería. Año 1. Núm. 002, Septiembre de 2017, ISSN en trámite.
Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No. 04 - 2017 - 081015494400 - 203

INTRODUCCIÓN

Pruebas PISA

El sistema educativo en México está constantemente sometido a cambios políticos y sociales que impactan en la educación en general y en la educación matemática en particular. Con todos estos cambios es importante que profesores, investigadores y estudiantes tengan claros los objetivos que se persiguen en la clase de matemáticas, así como la importancia de esta dentro y fuera de los contextos escolares.

El proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas es un tema conflictivo por sí mismo que, además, se ve constantemente afectado por factores externos. Para darnos una idea de las dificultades que afronta este proceso de enseñanza – aprendizaje, podemos referirnos a evaluaciones estandarizadas de nivel internacional, como lo es la prueba PISA.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) ha desarrollado el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes, PISA por sus siglas en inglés, como un estudio con fines comparativos entre los sistemas educativos de los diferentes países adscritos a la OCDE. PISA evalúa a estudiantes de 15 años, inscritos principalmente en el nivel medio superior, incluyendo también a estudiantes de nivel básico (secundarias generales, técnicas o telesecundarias). En México, la evaluación estandarizada PISA se aplica desde el año 2000. La finalidad de la evaluación es identificar si los estudiantes han adquirido una serie de competencias consideradas necesarias para su desenvolvimiento en la sociedad. Estas competencias van enfocadas a los dominios de lectura, ciencias y matemáticas.

En el dominio matemático el objetivo es evaluar la competencia de alfabetización matemática. Esta alfabetización matemática se refiere a “la capacidad de las y los jóvenes para analizar, razonar, modelar, argumentar y comunicarse eficazmente cuando se enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en diferentes contextos y situaciones” (Salas, 2012, pág. 3).

La evaluación PISA se aplica cada tres años. En cada ciclo de aplicación se profundiza en alguna de las tres áreas mencionadas, haciendo menor énfasis en las dos áreas restantes. En los años 2003 y 2012 el énfasis principal estuvo en el dominio matemático. De la información publicada por la OCDE (2013) sobre la evaluación PISA 2012 en México, podemos destacar algunos datos estadísticos clave:

- De 2003 a 2012, México aumentó su matrícula de estudiantes de 15 años inscritos a educación formal de un 58% a poco menos de un 70%.

- En matemáticas, el rendimiento de estos alumnos también presentó un aumento, subiendo de una media de 385 puntos en 2003 a 413 puntos en 2012.

- A pesar del aumento en la media, el 55% de los estudiantes mexicanos no alcanzó el nivel de competencias básicas en matemáticas. Los niveles de competencia más altos son alcanzados por menos del 1% de los estudiantes mexicanos.

- Le media obtenida por los estudiantes mexicanos, 413 puntos, queda por debajo del puntaje promedio en la OCDE, 494 puntos, considerándose como una brecha equivalente a dos años de escolaridad.

Además de estas estadísticas, podemos destacar algunos resultados interesantes en cuanto a la visión de los estudiantes sobre las matemáticas. El informe de la OCDE señala que los estudiantes mexicanos tienden a evitar las matemáticas, pues a más del 75% les generan sentimientos de ansiedad, siendo este el porcentaje más alto entre los países participantes en la OCDE. Esto desemboca en resultados negativos a corto y largo plazo, afectando directamente el rendimiento de los estudiantes y reduciendo drásticamente las probabilidades de que dichos estudiantes elijan profesiones que estén relacionadas con las matemáticas.

México tiene el desafío de mejorar significativamente los resultados obtenidos en la prueba PISA para, cuando menos, alcanzar los puntajes promedio de la OCDE. Cabe destacar que los resultados obtenidos en las áreas de lectura y ciencias no difieren demasiado de los obtenidos en matemáticas. Sin embargo, es bien sabido que la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas es uno de los problemas a los que los sistemas educativos se enfrentan constantemente.

Teoría APOE

Como se mencionó en la sección anterior, la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas es un proceso en conflicto permanente. Investigadores en matemática educativa y profesores de matemática de todo el mundo centran sus esfuerzos en encontrar maneras de mejorar estos procesos. Dentro de estos esfuerzos surgen teorías que pretenden explicar, entre otras cosas, cómo es que los estudiantes adquieren o construyen los conocimientos y conceptos matemáticos.

La teoría APOE, desarrollada por el profesor Ed Dubinsky toma como base las ideas constructivistas creadas por Piaget para el desarrollo del pensamiento lógico en los niños. Dubinsky describe la teoría APOE (APOS por sus siglas en inglés) como:

> Las siglas APOS significan las acciones (“actions”), los procesos (“processes”), los objetos (“object”) y los esquemas (“schemes”). Estas son las construcciones mentales que, según esta teoría, un individuo realiza para obtener significados de las situaciones y de los problemas matemáticos. Los mecanismos para hacer dichas construcciones se llaman abstracciones reflexivas e incluyen la repetición, la interiorización, la encapsulación, la desencapsulación, la coordinación, la inversión, etcétera. (Dubinsky, 2000, p. 59).

Pädi: Revista de proyectos y textos académicos en Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería. Año 1. Núm. 002, Septiembre de 2017, ISSN en trámite.
Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No. 04 - 2017 - 081015494400 - 203

Lo cual indica cómo el individuo va formando, a partir de abstracciones reflexivas, una concepción de los conceptos matemáticos. Las ideas de Dubinsky se fundamentan en los trabajos desarrollados por Piaget, los cuales indicaban que el conocimiento no es lineal, el individuo no aprende por la acumulación continua de nuevos conocimientos, es más bien escalonado, Piaget las denomina etapas las cuales representan niveles cognoscitivos característicos, donde en cada nivel cognoscitivo se realiza una reorganización de los conocimientos adquiridos en la etapa anterior. (Piaget y García, 2004).

EL ÁLGEBRA

Muchas teorías en educación matemática, la visión socio crítica de Skovsmose por ejemplo, defienden la idea de que la matemática no es una serie de conceptos que deban estudiarse y aprenderse o memorizarse, sino que se trata de un conjunto de prácticas sociales que influyen fuertemente en la formación de los futuros ciudadanos. Esto implicaría que en la educación matemática, profesores e investigadores, deben buscar la manera de que, a través de la matemática, los estudiantes desarrollen una capacidad de análisis, crítica y reflexión que les permita contribuir a la toma de decisiones dentro de la sociedad a la que pertenecen. (Skovsmose, 1985).

Como profesores e investigadores reconocemos a la matemática como una herramienta presente dentro y fuera del contexto escolar, necesaria para comprender y manejar las circunstancias que nos rodean.

Sin embargo, para los estudiantes la importancia de las matemáticas no siempre está clara y los docentes se ven en la difícil tarea de justificar ante sus alumnos la necesidad de estudiar matemáticas.

En el caso particular del álgebra, las investigaciones en matemática educativa dejan más que clara la importancia de la misma, no solo como herramienta para el estudio de otras matemáticas, ciencias e ingenierías, sino como elemento clave en el desarrollo del pensamiento lógico y racional que los estudiantes necesitarán dentro y fuera de los contextos escolares. El aprendizaje del álgebra implica el desarrollo de estructuras mentales superiores, generando en los estudiantes procesos mentales que no podrían desarrollarse por sí mismos.

Durante los estudios de bachillerato en México (15 – 18 años) los estudiantes cursan al menos un semestre o cuatrimestre de álgebra e incluso, dependiendo del sistema, un ciclo escolar completo. Por lo general estos cursos se dan al inicio del bachillerato, al considerarse que el álgebra es la matemática que les servirá como base para los cursos posteriores y, que si se tienen dificultades en los cursos de álgebra, entonces es muy probable que los estudiantes presenten dificultades en el aprendizaje de los conceptos que se estudiarán en cursos de matemáticas posteriores, principalmente por las complicaciones en el uso y comprensión del lenguaje algebraico. Sánchez y Serna (2013) señalan que el álgebra está presente en innumerables formas, una de ellas serían las palabras, consideradas como una generalización, incluso no dicen: "Cada una tiene un significado en específico, por lo tanto, la palabra es un acto verbal del pensamiento, así como el álgebra es el acto escrito que ayuda a la generalización y a la resolución de problemas en matemáticas" (Sánchez y Serna, 2013, pág. 97)

En el año 2008, el Departamento de Educación de los Estados Unidos presentó Foundations for succes: The final report of The National Mathematics Advisory Panel. El reporte señala que, aunque son muchas las dificultades que los estudiantes enfrentan en su formación matemática, las políticas educacionales ven al álgebra como una de las preocupaciones principales, considerando que los conocimientos adquiridos durante los cursos de álgebra serán necesarios para los cursos matemáticos que el estudiante deba enfrentar más adelante. Además, investigaciones muestran una fuerte relación entre completar exitosamente sus cursos de álgebra en nivel bachillerato, el éxito a nivel licenciatura y el nivel de ingresos una vez que el estudiante se adentra en la vida laboral.

Es tan grande el impacto del álgebra en el desarrollo del país que, en 2006 el Presidente crea The National Mathematics Advisory Panel, con la responsabilidad de generar recomendaciones y propuestas para "fomentar un mayor conocimiento y un mejor rendimiento matemático entre los estudiantes estadounidenses." (NMAP, 2008, pág. xiii)

DEL ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA

Considerando el nivel de importancia que tiene el aprendizaje del álgebra dentro de la matemática educativa no resulta extraño que numerosos investigadores y profesores desarrollen diversas propuestas acerca del método más adecuado para dar a los alumnos una primera aproximación al álgebra que resulte exitosa y que siente las bases adecuadas para sus futuros encuentros con las matemáticas. Aunque diversos autores señalan diferentes métodos, con sus ventajas y desventajas, una opinión generalizada es la importancia de los conocimientos previos del alumno, los cuales sentarán las bases para que el alumno asimile, de forma correcta o no, la nueva información.

Como lo describen Palarea, Ruano y Socas (2008) inclusive los alumnos considerados como los más capacitados, matemáticamente hablando, presentan grandes dificultades cuando inician sus estudios de álgebra. Una de las razones para estas dificultades puede explicarse en el hecho de que, al iniciarse en el álgebra, los estudiantes traen consigo los conceptos, nociones y enfoques de aritmética e interpretan al álgebra como una generalización de dichos conceptos aritméticos. No obstante, el aprendizaje del álgebra requiere un cambio en las estructuras mentales del estudiante para pasar de situaciones numéricas específicas a proposiciones más generalizadas. (Filloy y Kieran, 1989).

Para los estudiantes, resulta extremadamente complicado expresar y entender ideas en un lenguaje matemático y, el proceso de transición de lo informal a las representaciones formales para la resolución de problemas, resulta difícil para los alumnos que se inician en el álgebra. Si a estas dificultades, naturales en el proceso de aprendizaje, se añade la falta de bases sólidas de conocimientos previos, nos toparemos con una serie de obstáculos y errores que serán difíciles de subsanar. Es importante que los profesores sean capaces de identificar cuáles son los errores básicos que comenten los alumnos, ya que esto les brindará información valiosa acerca del origen de estas concepciones erróneas.

Para la mayoría de los investigadores, estas concepciones erróneas no son accidentales, si no que tienen su origen en los procedimientos personales que los alumnos eligen para darle tratamiento a un problema algebraico. Estos procedimientos, a su vez, vienen dictados por las experiencias anteriores de los alumnos en matemáticas. En los últimos años, muchos profesores e investigadores en educación matemática han centrado esfuerzos en analizar los métodos más adecuados para hacer la transición de la aritmética al álgebra, considerando que es justamente en esa transición donde puede encontrarse la fuente de muchos de los errores y dificultades que los estudiantes presentan al iniciar sus estudios en álgebra (Socas, 2007).

En Martínez, Rojas y Villanueva (2015) se realizó un análisis de tres cursos de matemáticas intensivos, impartidos en la Escuela de Bachilleres de la Universidad Autónoma de Querétaro.

En dicho análisis se consideraron los cursos de Álgebra I, Geometría Analítica y Cálculo. De las evaluaciones aplicadas durante el desarrollo del curso de álgebra, se detectaron una serie de errores o problemas de aprendizaje que la mayoría de los estudiantes presentaban, en este caso, se mencionan únicamente las referentes al álgebra:

Curso	Álgebra
Principales problemas detectados	Resta y suma de números enteros y fracciones; Multiplicación; Uso de signos; Uso de signos de agrupación; Factorización; Simbología; Conjunto de números.

Tal como las autoras señalan, los principales errores detectados en álgebra se deben a la deficiencia en las habilidades aritméticas de los alumnos, quienes encuentran muy complicado entender y expresarse en el lenguaje matemático. Con todo lo anterior, se vuelve evidente la necesidad de contar con bases aritméticas sólidas antes de iniciar a trabajar con álgebra.

Pädi: Revista de proyectos y textos académicos en Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería. Año 1. Núm. 002, Septiembre de 2017, ISSN en trámite.
Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No. 04 - 2017 - 081015494400 - 203

VISIÓN DESDE APOE

Como se mencionó al inicio del artículo, los trabajos de Piaget indican que los individuos no aprenden de manera lineal sino escalonada, lo cual implica que en el proceso de aprendizaje el individuo realiza una reorganización de los conocimientos que ya posee para añadir a sus estructuras mentales el nuevo conocimiento, en este caso, el concepto matemático.

Aquí radica la importancia de tener buenas bases previas para aprender un nuevo concepto, si los niveles anteriores presentan incompetencias, deficiencias o defectos será difícil que los nuevos conocimientos queden bien establecidos, ya que no podrán enlazarse los conocimientos previos con los nuevos.

Para que la idea se entienda mejor se presenta un ejemplo de la importancia de la aritmética en conceptos algebraicos. Se analiza la resolución de ecuaciones de primer grado; para realizar este análisis se hace una descomposición genética del concepto, esto es dividir dicho concepto en las mínimas partes que el alumno debe ir aprendiendo, es plantear un camino en términos de construcciones mentales que el estudiante debe seguir para construir de manera exitosa el concepto. (Roa-Fuentes y Oktaç, 2010). La descomposición genética se trabaja de la construcción mental más simple, la acción, para terminar con la más compleja, el esquema; sin embargo, para resaltar la importancia que tienen los niveles inferiores en la formación de nuevos conceptos realizaremos la descomposición del mecanismo mental más complejo al más simple para poder recalcar la importancia que tienen las bases previas antes de formar el conocimiento.

Resolución de ecuaciones de primer grado

El concepto de resolución de ecuaciones de primer grado (REPG) lo tomaremos desde un punto de vista general, donde el alumno no solo debe ser capaz de resolver la ecuación, sino que también sea capaz de interpretar propiedades para analizarlas y poder resolverlas, y además identificar problemas fuera del contexto matemático. Es por esto que el concepto REPG puede ser comprendido bajo tres conceptos que provienen de diferentes construcciones mentales (Barbosa, 2003).

a) Interpretación de REPG: podemos ver la resolución como un ente matemático que es necesario interpretar y al cual lo podemos manipular a partir de diferentes propiedades de los números y de la aritmética.
b) Resolución de REPG: aquí es donde vemos qué tipo de transformaciones son permitidas, cuál es el mejor método para resolver el problema (algebraico, gráfico, por software, etc.) o cómo se pueden minimizar los cálculos.
c) Identificación de REPG: en esta parte es donde el estudiante debe vincular un problema descontextualizado y poder matematizarlo para generar una ecuación de primer grado y con esto poder resolverla donde dicho resultado pueda regresarlo a su contexto original.

Pädi: Revista de proyectos y textos académicos en Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería. Año 1. Núm. 002, Septiembre de 2017, ISSN en trámite.
Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No. 04 - 2017 - 081015494400 - 203

Estas tres diferentes construcciones mentales pueden verse como esquemas de tal manera que hablemos del esquema de interpretación, el esquema de resolución y el esquema de identificación de resolución de ecuaciones de primer grado, a continuación, se presentan las descomposiciones de los tres esquemas.

Esquema de interpretación

El esquema según la teoría APOE es el conjunto de mecanismos mentales necesarios para la concepción del concepto matemático. Quiere decir que es el conjunto de acciones, procesos y objetos que se generaron para la resolución de ecuaciones de primer grado.

Objeto

En este nivel el estudiante es capaz de concebir algunos procesos que utilizó anteriormente para verlo como un todo, generalizar los procesos, y construir transformaciones sobre esta totalidad.

Aquí el estudiante es capaz de aplicar las propiedades de los números y la aritmética para interpretar las ecuaciones, intuye como puede ser la respuesta de la ecuación, imagina como puede ser la gráfica y las propiedades de la misma, es capaz de identificar una ecuación de primer grado con sus propiedades y diferenciar la ecuación de primer grado de otro tipo de ecuaciones.

Proceso

En el nivel de proceso el estudiante es capaz de reflexionar sobre el concepto, sin realizar acciones específicas sobre él. Para nuestro ejemplo se dice que el alumno tiene la concepción de proceso del concepto REPG si tiene nociones sobre las propiedades de las ecuaciones de primer grado, si logra diferenciarlas de otro tipo de ecuaciones.

Sin embargo, no intuye cómo puede ser la respuesta ni la gráfica de la misma, además que no puede utilizar las propiedades de los números para imaginar el posible resultado de la ecuación.

Acción

Es el nivel más simple, aquí el estudiante manipula físicamente el objeto, en este caso las ecuaciones de primer grado.

En este nivel el estudiante intuye como es la ecuación de primer grado, la manipula y la compara con otro tipo de ecuaciones, no puede relacionar las propiedades de los números con la ecuación, no tiene bases para imaginar la gráfica ni la posible solución.

Pre-acción

Para que el estudiante pueda identificar las ecuaciones de primer grado necesita ciertos conocimientos previos que se denominan pre-acción (Barbosa, 2003). Estos conocimientos son indispensables para comenzar a formar el nuevo concepto, aquí es donde reside la importancia de la aritmética, los conocimientos necesarios para el concepto de REPG son: conocimiento de las propiedades de los números, conjuntos de los números, algoritmos de las operaciones aritméticas, propiedades de las operaciones básicas, leyes de signos.

Sin estos conocimientos de pre-acción el estudiante no podrá comenzar a identificar una ecuación de primer grado.

Esquema de resolución

En este esquema se juntan los mecanismos mentales que creó el estudiante para poder resolver las ecuaciones de primer grado.

Objeto

El estudiante tiene la concepción de objeto de REPG cuando es capaz de identificar el mejor método para las ecuaciones que resuelve, ya sea de forma algebraica o gráfica, domina las operaciones necesarias para la resolución y conoce las propiedades de las operaciones para minimizar los cálculos.

Proceso

Cuando el estudiante es capaz de resolver por un solo método las ecuaciones de primer grado se dice que tiene la concepción de proceso del concepto.

Intenta resolver las ecuaciones de manera mecánica, a través de un algoritmo, generalmente el que más domina, pero no puede minimizar cálculos por no conocer las propiedades de las operaciones. No reflexiona sobre el trabajo que realiza y lo lleva a cometer errores.

Acción

Se dice que el estudiante está en el nivel de acción del concepto REPG cuando utiliza valores uno a uno para poder encontrar el valor que satisfaga la igualdad. No es capaz de reflexionar sobre las propiedades de la ecuación y no conoce métodos para resolver el ejercicio, ni métodos que minimicen cálculos.

Pre-acción

Al igual que el esquema pasado se necesitan ciertos conocimientos previos para poder comenzar con la formación del concepto de REPG. En este caso los conceptos que necesita el estudiante son:
propiedades de las operaciones básicas, leyes de los signos, algoritmos para las operaciones aritméticas y conocimientos sobre gráficas de los números reales.

Sin estas bases el alumno no puede concebir el concepto de resolución ya que no puede operar las ecuaciones. Como en álgebra se necesita un mayor nivel de abstracción mental, ya que se trabaja con variables y ya no únicamente con valores concretos como los números, es indispensable que tenga bien establecidas las bases de la aritmética para poder crear la abstracción.

Esquema de identificación

No solo es importante la parte de resolver el problema e identificar las propiedades de las ecuaciones, también se enfoca en que el estudiante pueda identificar qué problemas de la vida diaria pueden resolverse con ecuaciones de primer grado, para esto se necesita que el estudiante construya un esquema de identificación de las ecuaciones de primer grado.

Objeto

En este mecanismo mental el alumno es capaz de identificar problemas descontextualizados, pasarlos a una expresión que él pueda resolver como ecuación de primer grado, para, una vez resuelto la ecuación, regresar al contexto original. Tiene la capacidad de identificar que problemas son de primer grado y cuáles no.

Proceso

En este nivel el estudiante tiene dificultades para identificar que problemas se pueden resolver con ecuaciones de primer grado y cuáles no.

Utiliza el mismo método para todos los ejercicios sin reflexionar en las partes que componen el problema. En los ejercicios que, si logra pasar a ecuaciones de primer grado y logra resolverlas, tiene dificultades en pasar el resultado al contexto original.

Acción

Aquí el alumno intenta resolver el ejercicio desde un punto de vista lógico, utilizando solo algunos datos que identificó en el problema, pero sin pasarlo a un contexto matemático. No identifica la ecuación de primer grado que caracteriza el ejercicio, pero puede llegar a resolverlo.

Pre-acción

Al igual que en los esquemas pasados es fundamental que el alumno posea ciertos conceptos previos, en este caso sería una identificación de las operaciones aritméticas desde un punto de vista fuera del contexto matemático. Que sea capaz de identificar cuando utilizar fuera del aula las operaciones y como utilizarlas, identifica los datos principales y la idea de lo que se le pide.

COMENTARIOS FINALES

Desde la teoría constructivista de Piaget se viene destacando la importancia de considerar los conocimientos previos del individuo cuando se pretende que este adquiera nuevos conocimientos y, a pesar de que en el sistema educativo se aceptan estas teorías constructivistas como base para el desarrollo de planes y programas, en las clases de matemáticas aún se encuentra el obstáculo de no tomar en cuenta dichos conocimientos previos antes de enfrentar al estudiante a la nueva información, se obvia la importancia de los mismos, lo que desemboca en que año tras año los alumnos repitan los mismos errores y arrastren concepciones equivocadas a sus siguientes cursos.

Ausubel Novak y Hanesian mencionan: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente" (Ausubel, Novak y Hanesian, 1983, p. 1). El cual recalca lo que hemos venido mencionando desde el punto de vista de la teoría APOE, lo más importante es que el alumno posea bases sólidas en aritmética, que conozca los conceptos, sus propiedades y pueda manejarlos adecuadamente, para que los conceptos en álgebra queden mejor conceptualizados.

Con todo esto, abrimos las posibilidades a la elaboración de propuestas didácticas, tomando los lineamientos de la teoría APOE, que involucren activamente los conocimientos previos de los estudiantes en los procesos

Pädi: Revista de proyectos y textos académicos en Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería. Año 1. Núm. 002, Septiembre de 2017, ISSN en trámite.
Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No. 04 - 2017 - 081015494400 - 203

de construcción y adquisición de nuevos conocimientos. Para ello se tendría que analizar los conocimientos aritméticos que el individuo posee, así como sus concepciones erróneas, y trabajar sobre ellos en un proceso de transición hacia el álgebra, en el cual, el alumno con las concepciones aritméticas correctas se capaz de realizar los procesos de abstracción necesarios para llegar a concepciones algebraicas igualmente correctas.

REFERENCIAS

Ausubel, D.P., Novak, J.D. y Hanesian, H. (1983). Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas.

Barbosa K. (2003). La enseñanza de inecuaciones desde el punto de vista de la teoría APOE. Revista latinoamericana de matemática educativa, 6(3), 199-219.

Dubinsky E. (2000). De la investigación en matemática teórica a la investigación en matemática educativa: un viaje personal. Revista latinoamericana de matemática educativa, 3, 47-70.

Filloy, Y., y Kieran, C. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. Enseñanza de las ciencias, 7 (3), 229 -240.

Martínez, A., Rojas, A. y Villanueva, C. (2015). Experiencias de enseñanza – aprendizaje en matemáticas en cursos intensivos a nivel bachillerato. En Larios, V. y Obregón, S. Avances en la investigación y el desarrollo tecnológico de la Facultad de Ingeniería 2015 (págs. 237 – 242). Querétaro, México: Editorial Universitaria UAQ.

National Mathematics Advisory Panel [NMAP]. (2008). Foundations of succes: The final report of the National Mathematics Advisory Panel. Washington, EEUU: U.S. Department of Education.

OCDE (2013) Programa para la evaluación Internacional de Alumnos (PISA), PISA 2012 – Resultados. 2016, de OCDE. Sitio web: https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-mexico-ESP.pdf

Palarea, M., Ruano, R. y Socas, M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. PNA, 2(2), 61 – 74.

Piaget, J. y García, R. (2004). Psicogénesis e historia de la ciencia. México: Siglo XXI Editores.

Roa-Fuentes S. y Oktaç A. (2010). Construcción de una descomposición genética: análisis teórico del concepto transformación lineal. Revista latinoamericana de matemática educativa, 13, 89-112.

Skovsmose, O. (1985). Mathematical Education versus Critical Education. Educational Studies in Mathematics, 16, 337 - 354.

Salas, O. (2012). Constructo "Alfabetización matemática" según PISA. Cuarto informe del estado de la educación. Costa Rica: Estado de la nación.

Sánchez, E. y Serna, D. (2013). Álgebra, un conocimiento indispensable. Educación científica y tecnológica. Edición especial, 95 -98.

Socas, M. (2008). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. Investigación en educación matemática: comunicaciones de los grupos de investigación del XI Simposio de la SEIEM (2007). Págs. 19 -52.