

PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y EL QUEHACER CIENTÍFICO

MATHEMATICAL THOUGHT AND THE SCIENTIFIC TASK

Ángel Homero Flores Samaniego

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES, UNAM (MÉXICO)

flores.samho@gmail.com

RESUMEN

El pensamiento matemático y el pensamiento científico son manifestaciones contextualizadas del pensamiento reflexivo, entendido como el proceso de formación de significados que lleva al individuo de una experiencia a otra con un entendimiento más profundo de sus relaciones con otras experiencias y otras ideas. En este ensayo se hará una reflexión sobre los procesos de razonamiento que están detrás del conocimiento científico; el papel que juega el pensamiento matemático en la generación de dicho conocimiento; y las implicaciones en la enseñanza de las ciencias.

Parte de la reflexión se centra en la caracterización de los razonamientos que llevan a la formación de conjeturas y la búsqueda de su justificación; no referimos a los razonamientos deductivo, inductivo y abductivo, y cómo su combinación guía la indagación científica.

Palabras clave: Abducción; deducción; enseñanza de las ciencias; inducción; pensamiento matemático; pensamiento reflexivo.

ABSTRACT

Mathematical and scientific thought are contextualized manifestations of reflexive thought, defined as the process of meanings formation that takes an individual from one experience to another with a deeper understanding of its relationships with other experiences and ideas. In this essay a reflection on the reasoning processes behind scientific knowledge, the role of mathematical thought in the building of such a knowledge, and its implications on the teaching of science will be addressed.

Part of the reflection is focused on the characterization of the kind of reasoning that leads toward the posing of conjectures and the search of its validation; we are referring to deductive, inductive, and abductive kind of reasoning, and how its combination guide scientific inquiry.

Key words: Abduction; deduction; induction; mathematical thought; reflexive thinking; science teaching.

INTRODUCCIÓN

Para los efectos del presente ensayo, consideramos que un científico es toda aquella persona que se dedica a la ciencia, sin hacer distinciones sobre el carácter de dicha ciencia, puede ser natural o social.

Un científico debe poseer una manera de pensar y de concebir su entorno acorde con su posición de persona que busca el conocimiento. Este conocimiento debe ser válido, considerado como verdadero por la comunidad de científicos en la que se desenvuelve y, de ser el caso, por la sociedad a la que pertenece.

El pensamiento científico es un pensamiento reflexivo que se puede resumir de la siguiente manera (Rodgers, 2002: 845):

- Es un proceso de formación de significados que lleva al individuo de una experiencia a otra con un entendimiento más profundo de sus relaciones y sus conexiones con otras experiencias y otras ideas.
- Es una manera de pensar sistemática, rigurosa y disciplinada, con sus raíces en el cuestionamiento científico.
- Es necesario que se dé en el seno de una comunidad, a partir de la interacción entre individuos.
- Requiere actitudes que valoren el crecimiento personal e intelectual del individuo mismo y de los demás.

Según, John Dewey (1910), filósofo y pedagogo estadounidense, el pensamiento reflexivo sigue cinco pasos lógicos:

- a) La sensación de una dificultad o su percepción.
- b) Su ubicación y su definición.
- c) Sugerencias de posibles soluciones o explicaciones en la forma de hipótesis o de conjeturas.
- d) Desarrollo, mediante razonamientos lógicos, de las implicaciones de las sugerencias.
- e) Observación y experimentación más detallada que lleva a la aceptación o al rechazo de la posible solución o explicación, es decir, de la conjetura.

Esto es, una persona percibe una dificultad, un problema, o algo que no encaja del todo en una situación; el pensamiento reflexivo hace que la persona ubique y defina aquello que despertó su curiosidad; sugiere posibles causas y, si la situación es conflictiva, posibles soluciones; ahora, mediante inferencias lógicas, determina las implicaciones que pueden tener las sugerencias de solución, es decir, las conjeturas sobre las causas del conflicto o sobre las posibles soluciones; finalmente, el pensamiento reflexivo lleva a hacer una especie de recapitulación, observando y analizando con más detalle lo que tiene hasta ese momento, y esto lleva a aceptar o no las conjeturas como válidas. El pensamiento reflexivo influye en el sistema de creencias de un individuo, ya sea reforzando algunas de ellas o desechando otras.

Ahora bien, el tipo de razonamiento que utiliza un matemático cuando hace matemática es una forma muy especial del pensamiento reflexivo. El pensamiento matemático dota al individuo de las habilidades de

razonamiento abstracto que le permitirán adquirir la capacidad de resolver problemas de manera efectiva, haciendo un uso racional de las herramientas tecnológicas a su alcance.

Así pues, por pensamiento matemático entenderemos el razonamiento que se da durante el proceso de hacer matemática; este razonamiento tiene elementos inductivos, deductivos y abductivos y adquiere características especiales dependiendo del contexto matemático en el que se dé. Dividimos el pensamiento matemático en cinco categorías igualmente importantes y que se complementan entre sí:

- Razonamiento numérico: implica la comprensión de los números y su representación, así como su conformación en conjuntos específicos en donde existen operaciones y transformaciones entre ellos.
- Razonamiento algebraico: se refiere al entendimiento de los procesos de reconocimiento de patrones y generalización.
- Razonamiento variacional: está conformado por la comprensión de las relaciones funcionales y los procesos de cambio.
- Razonamiento geométrico: implica la percepción espacial de los objetos que nos rodean y la comprensión de sus relaciones.
- Razonamiento probabilístico y estocástico: tiene que ver con la comprensión de los procesos azarosos y de cálculo de probabilidades.

La matemática es inherente a cualquier actividad humana, desde el quehacer científico y humanístico, hasta las manifestaciones culturales y artísticas. Por tal motivo, es importante desarrollar aquellos aspectos básicos de la matemática que permitirán desempeñarse satisfactoriamente en el contexto social y laboral, no sólo en el académico o científico.

Para entender la naturaleza de la matemática y la manera en que se construye el conocimiento matemático, es necesario hacer una recapitulación sobre cómo se genera y se valida el conocimiento matemático, que no es muy diferente al proceso que sigue el conocimiento científico en general.

Básicamente, los resultados que un matemático obtiene de sus investigaciones aparecen, en primer término, como una serie de conjeturas que debe validar. Es muy probable que una conjetura se forme a partir de una serie de hechos aislados, siguiendo un proceso inductivo. Si las evidencias obtenidas convencen al matemático de su plausibilidad, es decir, si hay un proceso de autoconvencimiento de la veracidad de sus hallazgos, entonces se aventura a buscar una demostración matemática, basada en procesos deductivos. Una vez que tiene la demostración de su conjetura, la somete a la revisión y al escrutinio de sus colegas, dando inicio, así, a un proceso de persuasión sobre su validez. Si los resultados son lo suficientemente interesantes o relevantes para el conocimiento y la teoría matemática, es posible que la revisión de la demostración

lógica de la conjetura se haga de tal manera que se dé una serie de pruebas y refutaciones hasta que sea aceptada o rechazada por la comunidad.

Si la conjetura es aceptada como válida, entonces adquiere el estatus de teorema; si no, la conjetura puede utilizarse con las reservas del caso. En ambos casos, teorema y conjetura, vienen a formar parte del conocimiento matemático.

Lo interesante de este proceso de formación de conjeturas y su validación, es que el pensamiento reflexivo juega un papel importante. Esto es, el investigador, siguiendo más o menos en el mismo orden los pasos lógicos del pensamiento reflexivo definidos por Dewey, percibe que algo puede ser importante; ubica ese algo y lo define o trata de definirlo; sugiere posibles explicaciones en forma de una conjetura; razona de manera lógica sobre la validez de su conjetura; y busca mayores evidencias de ésta, hasta que termina por aceptarla o rechazarla. Ahora bien, este conocimiento se da en el seno de una comunidad, por ello la necesidad de someterlo a su escrutinio; esta misma necesidad de que el resultado sea reconocido como válido por la comunidad, hace que el investigador se someta a una serie de reglas establecidas tanto en la disciplina misma como por la comunidad en la que se desenvuelve. En este caso, hablamos del respeto a las reglas matemáticas y la honestidad en los planteamientos.

Por tanto, la matemática y la generación de conocimiento matemático implican el desarrollo de un

pensamiento reflexivo contextualizado que se puede fomentar haciendo matemática. Un pensamiento reflexivo que será de gran ayuda en la formación de científicos y en la investigación científica.

En este ensayo se hará una reflexión sobre los procesos de razonamiento que están detrás de la generación y manifestación del conocimiento científico; el papel que juega el pensamiento matemático en la generación de dicho conocimiento; y las implicaciones en la enseñanza de las ciencias.

LA FORMACIÓN DE CONJETURAS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA LÓGICA

Pensemos en el siguiente razonamiento:

Premisa Mayor: Todos los perros son animales.

Premisa Menor: Jackson es un perro.

Conclusión: Jackson es un animal.

Éste es un modo de silogismo llamado Barbara, podemos decir que se trata de uno de los razonamientos más directos y fáciles de comprender. Es un razonamiento deductivo en el que la premisa mayor es una **regla general**, la premisa menor es un **caso particular** y la **conclusión** se obtiene directamente de las otras dos. El razonamiento será válido si las dos premisas son válidas.

Ahora, si cambiamos de lugar la premisa mayor y la ponemos al final del silogismo tendremos:

Premisa 1: Jackson es un perro

Premisa 2: Jackson es un animal.

Conclusión: Todos los perros son animales.

En este caso tenemos una inducción. Las dos premisas apuntan a un caso particular, Jackson es un perro y es animal. Este caso lleva a una regla general: *Todos los perros son animales*. La conclusión es débil, no es posible decir que sea válida tomando como ejemplo un solo perro. Habría que indagar más. En este tipo de razonamiento el conocimiento para determinar la validez de la conclusión está contenido en las dos premisas, la validación consistiría en encontrar más casos de perros que también sean animales: cuántos más perros animales encontremos, más fuerte será la conclusión. Decimos que la conclusión es una conjetura.

Intercambiamos ahora la segunda premisa y la conclusión en nuestro silogismo:

Premisa 1: Todos los perros son animales.

Premisa 2: Jackson es un animal.

Conclusión: Jackson es un perro.

Este tipo de razonamiento no se puede considerar una inducción, pues parte de una regla general. ¿Es un razonamiento válido? ¿La certitud de las dos premisas aseguran la veracidad de la conclusión? La respuesta claramente es no. Si cambiamos la redacción del razonamiento a:

Jackson es un animal; todos los perros son animales, entonces es posible que Jackson sea un perro.

El conocimiento que puede llevarnos a la validez de la conclusión no se encuentra en las premisas. Habría que buscarlo en otra parte. En este caso una simple inspección del animal podría sacarnos de la duda.

A este tipo de razonamiento, Charles Sanders Peirce, filósofo pragmático estadounidense, llamó razonamiento abductivo. Lo expresó de la siguiente manera (Peirce, citado en Psilos 2011, p. 132):

Se observa un hecho sorprendente C.

Pero si A fuera cierto, C se estaría observando.

Entonces existe razón para pensar que A es cierto.

En nuestro caso el hecho observado es que Jackson es un animal. Si Jackson fuera perro, tendríamos que Jackson es animal. Entonces existe razón para pensar que Jackson sea un perro.

Así pues, mientras que en los razonamientos deductivo e inductivo la validación de la conclusión está en las mismas premisas, en el razonamiento abductivo hay que buscarla en otro lado.

En el ámbito de la matemática un razonamiento abductivo sería el siguiente.

Este triángulo tiene la propiedad de que la suma del cuadrado de la longitud de dos de sus lados es igual al cuadrado de la longitud del tercero (hecho

observado). Yo sé que los triángulos rectángulos cumplen con esta propiedad (regla general), entonces es posible que este triángulo sea rectángulo (conjetura).

Coincidimos con Peirce (2014) y otros autores (Anderson, 1995; Douglas, 1995; Fann, 1970; Reichertz, 2010; Russell, 1965) en que este tipo de razonamiento lleva a una indagación con razonamientos de tipo deductivo e inductivo que nace de probar la validez de la conjetura y generalizarla. En este caso la pregunta que nos haríamos es: ¿será, entonces, que todos los triángulos que tengan esta relación entre la longitud de sus lados sean rectángulos? Si tomamos esto como cierto, ¿cuáles serían las consecuencias? ¿Qué se puede deducir de esto?

¿Cómo podemos probar la hipótesis? Lo primero que se puede hacer es ver si el triángulo observado y otros con la misma característica cumplen con el hecho de ser rectángulos. Cuando se tienen casos suficientes como para estar seguros de que la regla general se cumple, entonces se buscaría una cadena de razonamientos deductivos (cuyas premisas están sustentadas por la teoría matemática) que lleven a la conjetura como conclusión.

LA INDAGACIÓN CIENTÍFICA

Tomando en cuenta lo dicho hasta este momento, un razonamiento de tipo abductivo es el primer paso en un proceso de pensamiento reflexivo y, por ende, de un proceso de indagación científica. Peirce reconoce tres

etapas de la indagación científica (adaptado de Psillos, 2011, pp. 143-144; traducción propia).

La completa serie de desempeños mentales entre la observación del maravilloso fenómeno y la aceptación de la hipótesis, ... y la estimación final de su plausibilidad, considero que es la primera etapa de la indagación. Su fórmula característica de razonamiento la llamo abducción (retroducción en el texto original), es decir del consecuente al antecedente.

La abducción no permite seguridad. La hipótesis debe ser probada. Esta prueba, para que sea lógicamente válida, debe honestamente iniciar, no como inicia una abducción, con el escrutinio del fenómeno, sino con el examen de la hipótesis, y exhibir toda suerte de consecuencias condicionales que se seguirían de su veracidad. Esto constituye la segunda etapa de la indagación. Por su forma característica de razonamiento, nuestra sociedad le ha proporcionado el nombre de deducción.

Una vez que el propósito de la deducción, el recabar consecuentes de la hipótesis, es llevado a cabo de manera suficiente, la indagación entra en su tercera etapa, la de establecer qué tan lejos tales consecuentes concuerdan con la experiencia, y de juzgar en consecuencia si la hipótesis es sensiblemente correcta o requiere alguna modificación no esencial, o debe ser completamente rechazada. Su forma característica de razonamiento es la inducción.

El desarrollo de la ciencia está lleno de ejemplos de razonamiento abductivo que lleva al planteamiento de una conjetura o hipótesis y a la búsqueda de su aceptación completa bajo ciertas circunstancias o su completo rechazo.

Un ejemplo de esto es la evolución del concepto de átomo, desde las consideraciones filosóficas de Demócrito, hasta el modelo atómico de Schrödinger. Todo apunta a un proceso que aún no termina.

Según la versión más aceptada (Enciclopedia de Filosofía de Stanford, 2004), Parménides afirmaba que no podía haber un cambio sin que implicara que algo viniera de la nada; y como la idea de que algo viniera de la nada es algo que se tenía por imposible, entonces decía que el cambio era ilusorio. Pero los cambios están ahí, se pueden testificar diariamente, por tanto, negar el hecho no era la solución. En consecuencia, varios filósofos, entre ellos Demócrito y su maestro Leucipo de Mileto, se dieron a la tarea de buscar una explicación alternativa sobre las causas del cambio.

Podemos poner el razonamiento de Parménides como una abducción de la siguiente manera:

Se observa un cambio en la materia. Si algo surgiera de la nada, estaríamos observando cambios; por tanto, es posible que algo surja de la nada.

Parménides no avanza mucho en su razonamiento, el siguiente paso fue negar el hecho observado (el movimiento es ilusorio), en lugar de tratar de probar su conjetura: hay cosas que surgen de la nada; o dado el caso, cambiarla.

Porsu parte, el razonamiento de Demócrito se puede establecer como:

Se observa un cambio en la materia. Si hubiera principios constitutivos de la materia que no percibimos, estaríamos observando los cambios. Por tanto, es posible que existan esos principios.

Y en lugar de negar lo observado, lo que hizo fue tratar de probar su conjetura suponiendo la existencia de bloques indivisibles de materia que al combinarse con otros bloques provocaban los cambios que sí podemos percibir. A estos bloques los llamó *átomos*.

La existencia misma de los átomos como una estructura indivisible era una conjetura, conjetura que retomó Newton y modificó Dalton muchos siglos después para explicar los elementos químicos, dando a los átomos formas y tamaños diferentes. Es decir, la conjetura que suponía la existencia de los átomos, si no verdadera, resultó útil para explicar algunos fenómenos. A medida que avanzó la tecnología y la ciencia fue evolucionando, el concepto de átomo perdió su característica de indivisible, el átomo está compuesto de partículas como electrones, neutrones, protones, muones y un número grande de otras partículas (partículas elementales). Pero básicamente la conjetura de Demócrito sigue vigente, ¿cuál es la estructura mínima e indivisible de la materia que origina los cambios que observamos? ¿Existen tales estructuras? Sabemos que la energía juega un papel fundamental en la conformación de la materia, y la luz tiene un comportamiento dual: como corpúsculo y como onda. Incluso tenemos una ecuación que relaciona la energía con la masa: $E = mc^2$; por tanto es razonable

creer que tal vez no exista dicha estructura y todo sea un intercambio entre materia y energía.

En la naturaleza, por lo menos hasta donde se conoce, la materia se encuentra en estado sólido, líquido, gaseoso o en forma de plasma. Y es posible tener conversiones entre estos estados. Entonces, es plausible pensar que, al final de cuentas, Aristóteles tuviera razón cuando argumentaba que la materia es un continuo y los cuatro elementos tierra (sólido), agua (líquido), aire (gas) y fuego (plasma) compartan algunas características.

El punto a resaltar con todo lo anterior, es que el razonamiento abductivo puede embarcarnos en un proceso de reflexión y de formación de conjeturas que, eventualmente, nos llevaría al conocimiento, o a destinos insospechados como la poesía quees el caso de Edgar Alan Poe con su texto Eureka escrito en 1847.

Pensamiento matemático e investigación científica

En geometría, un ejercicio típico es el siguiente:

Si tenemos dos segmentos de diferente longitud que se cruzan en su punto medio, el cuadrilátero que se forma con los extremos de los segmentos es un paralelogramo. ¿Es válida la afirmación anterior? Explica por qué sí o por qué no.

Al resolver este ejercicio un profesor de matemática de bachillerato (tres últimos años antes de iniciar la

universidad) respondió de la siguiente manera:

Sí es un paralelogramo, pues en un paralelogramo sus ángulos internos miden lo mismo y sus diagonales se cruzan en su punto medio.

¿Es correcto este razonamiento?

Si planteamos la afirmación como un razonamiento abductivo, quedaría así:

Hecho observado: Dos segmentos que se cruzan en su punto medio.

Si todos los cuadriláteros cuyas diagonales se cruzan en su punto medio fueran paralelogramos, entonces es posible que estos dos segmentos sean las diagonales de un paralelogramo.

La conjetura que hay que revisar sería:

Todos los cuadriláteros con diagonales que se cruzan en su punto medio, son paralelogramos.

Y no como lo pone el profesor del ejemplo:

Todos los paralelogramos tienen diagonales que se cruzan en su punto medio.

Es decir, el razonamiento abductivo nos ayudaría a plantear la conjetura correcta.

Una vez que tenemos la conjetura correcta, para probarla podemos recurrir a procedimientos deductivos, es decir, considerar que consecuencias tendremos de considerar que en el cuadrilátero sus diagonales se cruzan en su punto medio, y si estas consecuencias nos llevan al

hecho de que el cuadrilátero es un paralelogramo.

Como en el caso del átomo, es posible que el razonamiento abductivo lleve a un proceso de validación y refutación de conjeturas que tome años, décadas e, incluso, siglos.

Tomemos, por ejemplo, el caso de la fórmula de Euler que relaciona el número de vértices, aristas y caras de un poliedro regular: $V - A = C + 2$, en la que V es el número de vértices, A el número de aristas y C el número de caras.

El problema original fue la clasificación de los poliedros por parte de Euler, 1758 (adaptado de Lakatos, 1963, p. 6):

Mientras que la clasificación de polígonos en geometría plana puede hacerse con facilidad de acuerdo con el número de sus lados, que siempre es igual al número de sus ángulos, en estereotomía la clasificación de poliedros representa un problema mucho más difícil, ya que el solo número de caras resulta insuficiente para este propósito.

Según Lakatos, la línea de pensamiento del matemático fue: si pudiera establecer una relación entre los elementos de un poliedro, como en el caso de los polígonos, sería fácil hacer la clasificación. El razonamiento que se vislumbra en el argumento de Euler es de tipo abductivo:

Si se pudieran clasificar los poliedros, tendríamos una relación entre sus elementos. Tengo una relación entre

sus elementos, entonces es posible que se puedan clasificar.

El hecho observado es la relación entre los elementos del poliedro, y la conjetura es que los poliedros se pueden clasificar. La cuestión está en que Euler no tenía la relación, supone que existe por la correspondencia entre polígonos y poliedros. A diferencia de Parménides que negó el hecho, Euler supone que existe y se abocó a encontrarlo.

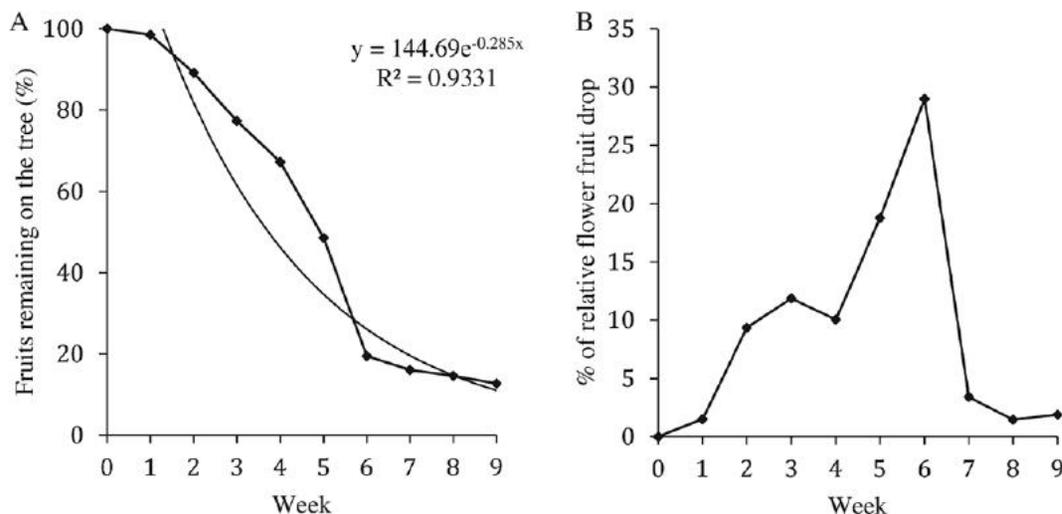
La fórmula que encontró, de hecho, fue otra conjetura que requería demostración: esta conjetura tuvo una serie de demostraciones y refutaciones que llevaron varias décadas (Lakatos, 1963).

En términos generales, podemos concluir que la matemática se ve sometida al escrutinio de las leyes de la inferencia y su conocimiento no se produce exclusivamente con razonamientos de tipos inductivo y deductivo. Sin embargo, debido a las características de la teoría matemática y la forma en que se construye, el pensamiento matemático da un carácter más riguroso al quehacer científico en general.

La matemática ha impactado todos los ámbitos del quehacer humano. No obstante, parece ser que el pensamiento matemático no ha tenido el mismo impacto. Veamos el siguiente ejemplo:

La Figura 1 fue tomada de la revista *Annals of Applied Biology*.

Patrón de fructificación de longan, *Dimocarpus longan*: desde la polinización hasta el desarrollo de arilos



Annals of Applied Biology
 Volume 169, Issue 3, pages 357-368, 11 JUL 2016 DOI: 10.1111/aab.12306
<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/aab.12306/full#aab12306-fig-0004>

Figura 1. Patrón de fructificación del árbol de longan u ojo de dragón.
 Fuente: Annals of Applied Biology.

La gráfica A muestra la tendencia de la permanencia de frutos de longan (también conocido como 'ojo de dragón'), una fruta tropical asiática parecida al lichi. Parte de la explicación que se da en el artículo sobre la gráfica A es como sigue (traducción propia)

Las flores/frutos caen de 1 a 9 semanas después de la floración, siguiendo una tendencia exponencial ($R^2 = 0.9331$) según la ecuación $y = 144.69e^{-0.285x}$, en la que 'x' significa semanas después de la antesis. (Pham, et al, 2016: 363)

Si analizamos la información que se da en la gráfica y lo transcrito en el párrafo anterior, podemos observar lo siguiente: suponemos que la gráfica con puntos corresponde a las observaciones de campo (en el artículo no se menciona este hecho), éstas se hicieron semanalmente, en consecuencia, los puntos no deberían estar unidos por segmentos pues no se sabe qué sucede entre una medición y otra (éste es un ejemplo de curva discreta). Ahora bien, teniendo una gráfica de puntos como la

de la figura, ¿qué fue lo que llevó a los autores a pensar en un ajuste exponencial? El coeficiente de determinación R^2 es alto, por tanto, la curva debería pasar muy cerca de los puntos, cosa que no se observa en la gráfica. Esto haría pensar en que se haya cometido algún error en el cálculo de R^2 . Ahora bien, el artículo está publicado en una revista arbitrada, ¿faltó rigurosidad a los revisores o simplemente no les pareció importante?

Situaciones como la anterior se deben a la falta de un pensamiento matemático en las líneas de razonamiento de los autores. ¿Habrían cambiado los resultados y, por ende, las conclusiones de haber sido más rigurosos en el uso de herramientas matemáticas? ¿Qué tan útiles son las gráficas en el artículo o sólo tienen la función de darle un carácter más 'científico' al texto?

IMPPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

La escuela, como el centro de formación de los integrantes de una sociedad, se conforma en el lugar en donde se prepara a los aprendices para la vida. En palabras de Dewey (traducción propia):

La gran importancia del pensamiento para la vida hace necesario su control por parte de la educación, debido a su tendencia natural a perderse, y debido a que existen influencias sociales que tienden a formar

hábitos de pensamiento que llevan a creencias inadecuadas y erróneas. (Dewey, 1910: 29)

En especial, durante el proceso de formación científica (incluyo en esta categoría a todos los ingenieros y los científicos sociales) es necesario que los aprendices adquieran hábitos y habilidades de pensamiento reflexivo que les permita llegar a inferencias mejor sustentadas. Es decir, la escuela debe proporcionar al estudiante una disciplina mental que convierta el talento natural de los individuos, a través de un ejercicio gradual, en un poder efectivo (Dewey, 1910):

Cuando la disciplina es concebida en términos intelectuales (como el poder habitual de una actividad mental efectiva), se le identifica con la libertad en su sentido verdadero. Ya que la libertad de mente significa un poder mental capaz de un ejercicio independiente, emancipado del control de otros, no la mera operación externa sin ataduras (p. 64. Traducción propia)

El científico necesita esta independencia intelectual para poder plantear conjeturas y buscar su justificación sin apegarse a dogmas. Por lo general, el científico se encuentra con hechos y busca su causa. La disciplina mental le ayudará descubrir lo que hay en medio y si la causa encontrada es razonable.

En este sentido, el pensamiento matemático podría ser de gran ayuda. Por consiguiente, sería recomendable que el estudio de la matemática en niveles superiores se

abocara a desarrollar el pensamiento reflexivo a través del pensamiento matemático.

Para ello es necesario cambiar el enfoque de enseñanza de la matemática que se ha dado en estos niveles. Exceptuando las carreras de matemática pura, la enseñanza de la matemática ha sido como una herramienta de apoyo a otras materias como física, química o biología; y su concepción como un cuerpo de conocimiento acabado no ha cambiado: la matemática se enseña como una serie de recetas y algoritmos que se aplican en determinadas situaciones, sin que haya una reflexión verdadera sobre el origen de tales algoritmos o el porqué de las fórmulas. En este tipo de enfoque no hay espacio para el razonamiento, sólo la aplicación mecánica de recetas.

Por el contrario, en carreras de matemática pura, el enfoque es axiomático y formal, en donde el razonamiento deductivo juega un papel importante, como el método único para demostrar teoremas. Por lo general, se inicia con la definición de conceptos clave, las leyes básicas (y obvias) que rigen algunas relaciones entre tales conceptos (axiomas) y, a partir de esto, se construye la teoría, siguiendo una serie de implicaciones deductivas derivadas de los axiomas, en un principio, y de axiomas y teoremas más adelante. Una vez establecido el teorema, se ejemplifica su aplicación con ejemplos concretos, dando a la mecanización de procedimientos un lugar relevante en el aprendizaje.

Es muy común que una clase de matemática empiece con el enunciado de un teorema y, a continuación, la demostración del mismo llevada a cabo por el encargado del curso. Tales demostraciones son tomadas de libros de texto y se las presenta sin muchas variaciones. Si el profesor es bueno, la demostración puede llegar a buen fin sin problema alguno. Pero si el profesor no tiene mucha experiencia con la reproducción de la demostración, puede pasarse horas platicando con el pizarrón mientras los estudiantes son mudos testigos.

En ninguno de los dos extremos presentados, hay espacio para que el estudiante explore, haga conjeturas, siga líneas de razonamiento y llegue a sus propias conclusiones.

Para que el estudio de la matemática sea realmente de utilidad y refuerce el pensamiento reflexivo de los científicos en ciernes, es necesario dejar de verla exclusivamente como una herramienta, o exclusivamente como una serie de conceptos abstractos sin mayor aplicación en la vida cotidiana.

En cada carrera universitaria, incluidas las humanidades y las ciencias sociales, debería hacerse un estudio de la matemática inherente a ese campo de conocimiento y las características que tendría en su carácter de ciencia, herramienta y lenguaje. En Física esto está más o menos claro, pues la física y la matemática se han desarrollado de la mano, prestándose mutua ayuda; pero la relación en otras materias como la biología, la química o la historia la relación no es tan inmediata.

A manera de conclusión, me atrevo a afirmar que, igual que hay una matemática financiera, una físico-matemática o una bio-matemática, también es posible definir una matemática para la historia, la química, la ingeniería e, incluso, la filosofía o la medicina.

El estudio de estas ramas de la matemática aplicada muy bien podría constituirse en el vehículo ideal para fomentar el pensamiento reflexivo en nuestros futuros científicos. Hay que allanar el camino.

REFERENCIAS

Peirce, C. S. (2014) *Illustrations of the logic of science*, by de Waal, Cornelis, Peirce, Charles Sanders. Open Court.

Stanford Encyclopedia of Philosophy, extraída el 17 de octubre de 2016 desde <http://plato.stanford.edu/entries/democritus/#2>

Lakatos, I. (1976) *Proofs and Refutations: the logic of mathematical Discovery*. EUA: Cambridge University Press. DOI: <http://dx.doi.org/10.1017/CBO9781316286425>

Pham, V. T., Herrero, M. y Hormaza J. I. (2016) Fruiting pattern in longan, *Dimocarpus longan*: from pollination to aril development. *Annals of Applied Biology*. 169(pp. 357–368)

Dewey, J. (1910) *How we think*. EUA: D. C. Heath & co. Publishers.

Reichertz, J. (2010) Abduction: The Logic of Discovery of Grounded Theory. *Forum Qualitative Social Research*. Vol. 11, no. 1.

Anderson, D. (1995). *Strand of system. The philosophy of Charles Peirce*. West Lafayette: Purdue University Press.

Fann, K. T. (1970). *Peirce's theory of abduction*. The Hague: Nijhoff.

Russell, H. N. (1965). Notes toward a logic of discovery. En Richard J. Bernstein (Ed.), *Perspectives on Peirce*. (pp.42-65). New Haven: Yale University Press.