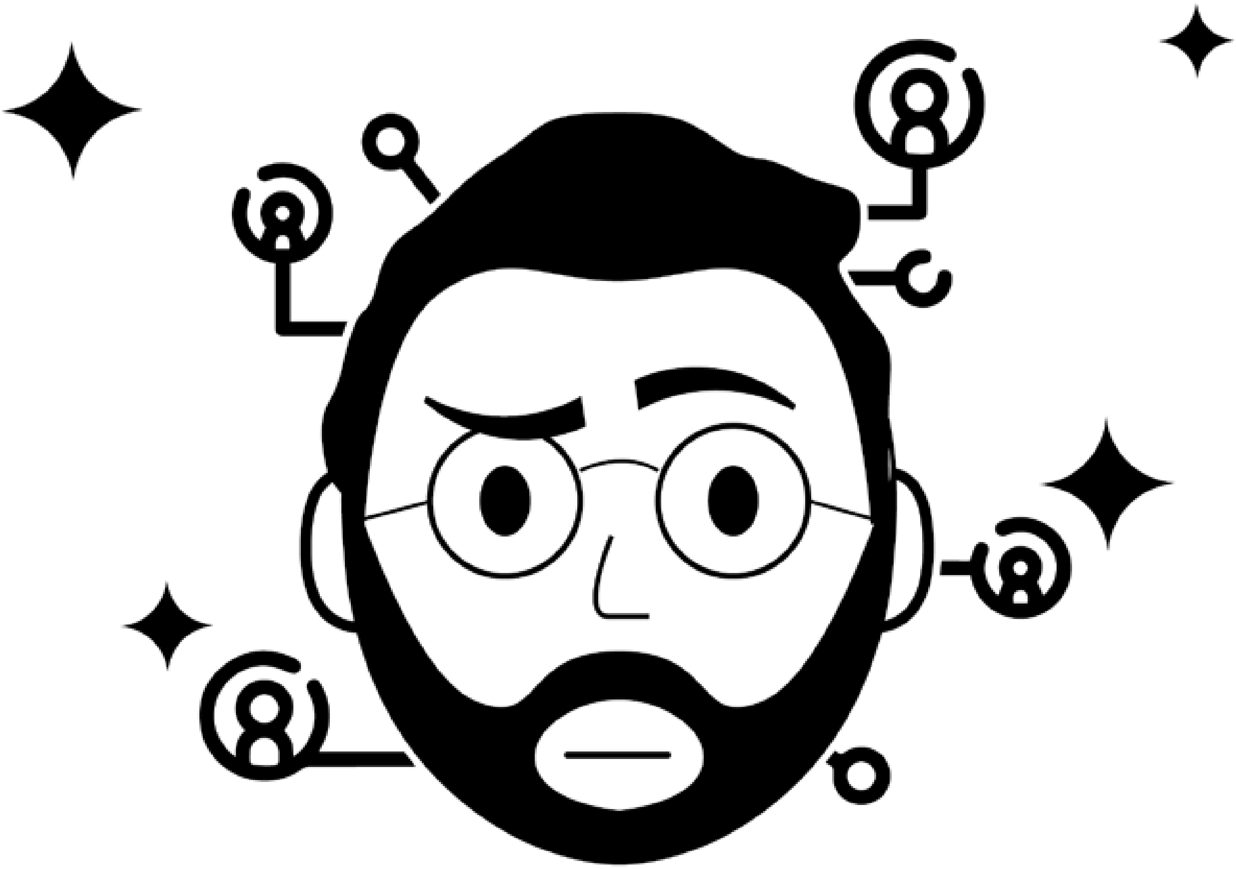


ACODESA
EN UNA EDUCACIÓN NO PRESENCIAL

ACODESA IN NON-FACE-TO-FACE EDUCATION

Rosa Elvira Páez Murillo

Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM)
rosa.paez@uacm.edu.mx

Recibido el 7 de septiembre de 2021,
aceptado el 2 de octubre de 2021.

Resumen

Llevamos a cabo un análisis de cada una de las etapas de la metodología de enseñanza ACODESA y su puesta en práctica en educación no presencial. Explicamos cada una y los retos para su implementación a través de un experimento educativo con estudiantes de un curso de cálculo diferencial en el nivel universitario durante el semestre 2021-I. La actividad didáctica que exponemos se enfoca en la noción de intervalo. El análisis de los datos recolectados es de corte cualitativo e identifica las características de la escritura algebraica (Duval, 1988) que favorecen la identificación de un intervalo en su representación de conjunto, y que son fundamentales en la conversión entre registros de representaciones. Identificamos las representaciones semióticas espontáneas (Hitt, 2003) que surgen en el trabajo individual y que pueden refinarse en las diferentes etapas de la metodología. Finalmente, presentamos una reflexión sobre los factores externos que influyen en la implementación de la metodología en una educación no presencial.

Palabras clave: ACODESA, educación no presencial, actividad didáctica, características significativas, representaciones semióticas espontáneas.

Abstract

We show an analysis of each of the stages of the ACODESA teaching methodology and its implementation in non-face-to-face education. We explain each phase and the challenges to address in their implementation. This is done through an educational experiment carried out with students of a university level differential calculus course during the semester 2021-I. The didactic activity we present focuses on the notion of interval. The analysis of the data collected is qualitative and identifies the significant characteristics of an algebraic writing (Duval, 1988) that favor the distinction of an interval when it is presented as a set, and are fundamental in the conversion between registers. We identify the spontaneous semiotic representations (Hitt, 2003) that emerge in individual work and can be refined in the different stages of the methodology. Finally, we present a reflection on the external factors that influence the implementation of the methodology in non-face-to-face education.

Keywords: ACODESA, non-face-to-face education, didactic activity, significant characteristics, spontaneous semiotic representations.

Introducción

Tras la lectura de algunas revistas de educación matemática del año 2020 y del primer semestre de 2021, encontramos que son escasos los artículos de investigación provenientes del escenario real de una "educación no presencial". La escasez es natural, dados los tiempos necesarios para concebir y ejecutar un experimento educativo, sin mencionar la escritura y publicación del artículo. Lo que sí se evidencia son la reflexión, preocupación, incertidumbre y necesidad de documentar cómo los diferentes actores del proceso enseñanza-aprendizaje (estudiantes, profesores, investigadores y padres de familia) han afrontado este "terremoto educacional"[1] que inició en México el 17 de marzo de 2020, por el cual llevamos más de un año en esta modalidad.

Antes de continuar con el desarrollo del artículo, es preciso especificar que utilizamos el concepto de "educación no presencial" para referirnos a la modalidad de educación que se implementó mediante herramientas digitales de comunicación para sustituir al modelo tradicional de educación. Evitamos referirnos a una "educación a distancia", ya que esta tiene lineamientos bien definidos: los papeles principales corresponden a estudiantes y tutores, los programas de estudio están adecuados a tiempos diferentes y las formas de comunicación entre los participantes del proceso están previstas. Además, su aspecto fundamental corresponde al fino diseño y la meticulosa experimentación del material de enseñanza, que permiten a cada estudiante avanzar a su propio ritmo (un ejemplo de ello aparece en la plataforma del Centro Nacional de Educación a Distancia www.cned.fr).

La contingencia sanitaria de 2020 ofreció a los profesores menos de una semana para idear un modo de continuar con el trabajo de docencia y, en algunos casos, aun en las mejores circunstancias, fue con mínimos lineamientos institucionales. Dado que el período de educación no presencial en México se ha extendido a más de un año escolar, realizaremos una breve introducción

[1] Definido así por Michèle Artigue en su conferencia de septiembre de 2020 en EICAL 11.

de acuerdo con un calendario escolar sobre los momentos que permitieron espacios de planificación de la actividad docente.

El primer momento (entre marzo y julio de 2020, según el nivel educativo del que hablemos) marca el abrupto cambio de modalidad, donde una de las prioridades fue encontrar la mejor manera de comunicación para continuar la educación académica. Se recurrió al uso del correo electrónico, aplicaciones de mensajería instantánea, como WhatsApp y redes sociales, entre otros medios. "Esta necesidad de comunicación se tuvo que suplir sin prever a detalle su eficiencia en términos del proceso enseñanza-aprendizaje y del trabajo del profesor" (Font y Sala, 2020). La situación presentó un reto para los docentes, quienes continuaron con su enseñanza en modo no presencial. Así finalizaron el primer semestre de 2020 y el año escolar 2019-2020.

El segundo momento pertenece al desarrollo del año escolar 2020-2021 en los niveles de educación básica y secundaria. En este punto no existía certeza de cuándo se regresaría al aula de clase y los profesores dispusieron de poco más de una semana para organizar la actividad docente y asumir el reto. En el nivel superior, este lapso atañe a la planificación del segundo semestre de 2020 y el primero de 2021. El trabajo por semestres nos proporcionó la experiencia para desarrollar cursos completos bajo esta modalidad e implementar las adecuaciones pertinentes en el proceso de formación de los estudiantes.

Antes de la pandemia, en la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM) ya se había hecho uso de la tecnología como herramienta de enseñanza del cálculo (Páez, Alfaro y Torres, 2008; Páez y Pluvinage, 2018; Páez y Pluvinage, 2019), mas no como "el medio a través del cual se establece la relación entre docentes y estudiantes" (Font y Sala, 2020). En este artículo, presentamos un análisis de las etapas y puesta en práctica de ACODESA en una educación no presencial, derivado de la experiencia de su aplicación. Asimismo, exponemos las ventajas y limitaciones de un escenario en el que se integra la tecnología como herramienta y medio a la vez.

La metodología de enseñanza ACODESA

Los proyectos de investigación de Páez (2004), Borbón (2003) y Hitt (2003), que en aquel entonces no especificaban un nombre para el método, ya hacían referencia a la construcción de conocimientos en un ambiente de aprendizaje cooperativo, según el sentido de Hagelgans et al. (1995). En el proceso de refinamiento de la metodología, Hitt (2006) integró una visión similar, esta vez en consonancia con Davidson (1998) y Dillenbourg (1999); desde la publicación de ese trabajo, el método se ha conocido como ACODESA.

Esta enseñanza incluye elementos del aprendizaje colaborativo, debate científico (Legrande, 2001) y autorreflexión de acuerdo con las ideas de Hadamard (1945). Tal como lo especifica Hitt, "a lo largo de la evolución de las concepciones de los estudiantes, intentamos promover la conciliación de las representaciones funcionales que usan los alumnos con las institucionales que utilizamos al enseñar" (2006: 265, Traducción propia).

Las representaciones funcionales que menciona Hitt surgen del trabajo individual del pupilo, quien posteriormente las considera, modifica y refina. En específico, Hitt (2003, p. 269. Traducción propia) las define como "representaciones semióticas que permiten la construcción de un concepto matemático". Estas son espontáneas y dependen del conocimiento que posee el estudiante cuando intenta resolver una actividad didáctica.

Las representaciones semióticas funcionales, sin embargo, no son necesariamente idénticas a las institucionales (las que aparecen en los libros que utiliza el profesor). Hitt (2013: 12. Traducción propia) afirma que "(las funcionales) provienen de la actividad matemática no rutinaria y están ligadas a la acción". Hitt y Quiroz precisan que "al resolver una actividad no rutinaria, los estudiantes movilizan representaciones funcionales espontáneas (RF-E), las cuales se apoyan en las funcionales internas (RF). En consecuencia, se generan representaciones espontáneas (RE) que son externas al individuo" (2019: 79, traducción propia). De tal manera, el individuo es quien produce las RF-E y les otorga significado.

Diseño y rol de la actividad didáctica

Uno de los primeros retos de ACODESA consiste en el diseño de actividades didácticas que sirvan a los estudiantes en la construcción de un determinado concepto matemático. Para este fin, es importante contar con una amplia documentación de los obstáculos, tanto didácticos como epistemológicos. Páez (2004) compiló un grupo de veintidós actividades didácticas —algunas propias y otras rediseñadas o tomadas de investigaciones previas—, con el fin de que emergieran de manera natural en el individuo ideas intuitivas de los conceptos matemáticos de infinito y límite como se precisa en Hitt (2003); al mismo tiempo, otro grupo estuvo centrado en provocar conflictos cognitivos en los estudiantes respecto a estas ideas. En Borbón (2003), se diseñó un conjunto de nueve actividades para determinar concepciones del cálculo diferencial. Ambos trabajos se dirigieron a una población de maestría y se formularon según la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas (Duval, 1999), la cual afirma que la conversión entre registros de representación es la base para la construcción de un concepto matemático.

En Hitt y Passaro (2007), Hitt y Morasse (2009), así como Hitt y Quiroz (2019), se analizan los resultados de "situaciones-problema" —cuya finalidad es promover un pensamiento divergente que favorece la formulación de representaciones funcionales— planeadas con el objetivo de asimilar el concepto de covarianza. Hitt y Cortés se interesaron en "el diseño de actividades para el desarrollo de competencias matemáticas en torno a la modelización matemática y uso de la calculadora con posibilidades gráficas" (2009:2). Cortés, Hitt y Saboya reportaron una dinámica orientada a "promover un salto a los procesos algebraicos clásicos de papel y lápiz, mediados (por) el uso de un applet (POLY)" (2014: 230). Todas estas investigaciones se llevaron a cabo con estudiantes de secundaria en México y Canadá.

Por otra parte, Páez y Vivier (2013) plantearon cinco tareas relacionadas con el concepto de tangente con el fin de utilizarlas en un taller para profesores, algunas de las cuales contemplaban el uso del programa *GeoGebra* como apoyo. La primera se enfocó en reconocer las nociones iniciales de los profesores sobre la recta tangente en el registro gráfico, esto permitiría conformar los grupos requeridos para la segunda etapa, que explicaremos más adelante. Más recientemente, en 2019, Páez y Pluvinage diseñaron un conjunto triple de labores didácticas destinadas a estudiantes de nuevo ingreso al nivel superior que integra el uso de GeoGebra para el estudio de las asíntotas de funciones racionales. En la estructura didáctica de "exploración guiada" (Carrión, Pluvinage y Adjiage, 2016) del modelo, se dan instrucciones del uso del *software* y, posteriormente, se interroga a los alumnos sobre los resultados que obtienen en relación con el concepto matemático que se pretende construir. En resumen, "la elaboración de actividades dentro de la metodología ACODESA implica una estructuración que favorezca la producción de representaciones funcionales a partir de sus correspondientes representaciones externas y los procesos de conversión entre estas" (Cortés, Hitt y Saboya, 2014: 229).

Debemos considerar que, en principio, ACODESA no emplea ejercicios. Nos referimos a un ejercicio solo si "en la lectura de un enunciado matemático recordamos de inmediato un proceso o algoritmo a seguir para resolverlo" (Hitt y Cortés, 2009: 6). Hablamos, en cambio, de situaciones-problema, es decir, enunciados que evocan representaciones semióticas espontáneas del concepto matemático estudiado en virtud de las nociones que posean los estudiantes y exigen al alumno realizar tratamientos y conversiones entre los registros involucrados.

Finalmente, como lo especifica García (2019), el diseño de la enseñanza atañe, por un lado, a la investigación de los aspectos del proceso didáctico y, por el otro, a la puesta en práctica en el aula. Sea en escenario presencial o no, se deben incluir las tres etapas de trabajo (individual, en pequeños grupos y con todo el grupo) sin exceder el tiempo destinado para una clase (Robert y Coulange, 2009). La clase y el programa académico tendrán éxito si los estudiantes logran la adquisición y organización del conocimiento matemático.

Primera etapa: trabajo individual

El primer acercamiento se propone de manera escrita en un tiempo que el profesor monitorea según el desarrollo de la actividad y permite explorar las nociones individuales previas. Es aquí cuando surgen las RF que permiten comprender la actividad (Hitt, 2003, 2006 y 2013) y el instructor debe identificar directamente los acercamientos de los pupilos a la solución. En un escenario de educación no presencial, tomando en cuenta lineamientos institucionales y posibilidades de conectividad (Internet y/o equipo) del alumnado, esta primera etapa puede desarrollarse de manera asincrónica: el alumno recibe la tarea a realizar de manera digital a través de una plataforma como *Moodle*, *Classroom*, *GeoGebra*, etc. y la devuelve una vez que la haya completado.

Este modelo de trabajo da lugar a algunas cuestiones importantes: ¿Es más conveniente que el educando utilice procesadores de texto, donde los signos están condicionados por el sistema informático, o que recurra a la escritura a mano, que permite el uso de signos propios como las representaciones funcionales espontáneas (Hitt, 2003, 2006, 2013)? En términos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (1988, 1993, 1999) y el Marco de las Representaciones Funcionales de Hitt (2003, 2006, 2013), ¿qué tipo de representaciones utilizan los estudiantes bajo este esquema de comunicación? Por otro lado, los aspectos de instrumentalización (Rabardel, 1995) en relación con el artefacto tecnológico como herramienta quedan ocultos en un trabajo asincrónico.

Segunda etapa: trabajo en pequeños grupos

Tras el primer acercamiento, se procede al debate en equipos de dos a cuatro integrantes, en los que las ideas para la solución de la actividad habrán de compartirse y discutirse. Cada participante debe registrar los refinamientos al método surgidos de esta discusión en sus propios apuntes y, en una hoja de trabajo de equipo, se estructura el procedimiento colectivo de solución. Con el fin de promover la colaboración, cada estudiante asume un rol diferente; por ejemplo, si se utilizan objetos para el desarrollo de la actividad, alguien se encarga de manipularlos, alguien más redacta la hoja de trabajo en grupo donde establecen la propuesta en conjunto cuando llegan a un acuerdo, o justifican sus desacuerdos si es el caso, por último, otro comunica las ideas ante el resto de los equipos en la siguiente etapa.

La conformación y el trabajo de estos equipos es otro reto para la metodología. La finalidad no es crearlos, sino propiciar que cada estudiante participe, defienda sus nociones y se apoye en los argumentos de sus compañeros para ajustar o cambiar los propios. Es un momento para pulir las representaciones semióticas espontáneas a través del ambiente colaborativo. Idealmente, la integración de los equipos considerará los conocimientos iniciales del alumnado en relación con el concepto matemático en construcción. Esto se logra con la aplicación de una actividad que permita identificarlas (Páez, 2004; Borbón 2003; Páez y Vivier, 2013); tras el diagnóstico, se deben distribuir los estudiantes que mejor dominen el tema de manera balanceada en los equipos. Es importante notar que, en algunos casos, las circunstancias específicas (Hitt, 2013), así como ciertos aspectos de personalidad entre los compañeros, pueden incidir desfavorablemente en el avance individual y afectar el criterio para la conformación de los grupos (Páez, 2004; Borbón, 2003).

Gracias a la experiencia que tenemos de implementar ACODESA en un escenario presencial a nivel universitario, definimos tres factores que influyen en el trabajo dentro de esta etapa: el primero corresponde a la asistencia, ya que no es obligatoria en nuestra institución; el segundo, a la deserción de los estudiantes. Ambos factores repercuten en el trabajo grupal, pues se recomienda que los grupos persistan en las sesiones. En términos de Hagelgans et al. (1995), la estabilidad de los equipos promueve el esprit de corps entre sus miembros, es decir, el sentimiento de satisfacción, pertenencia y coherencia del trabajo realizado. Por último, los ya mencionados aspectos de empatía, personalidad e interés por interactuar de los compañeros de clase constituyen un factor que impacta su avance.

En una modalidad no presencial, la segunda etapa se realizaría de manera sincrónica mediante salas virtuales privadas, pero siempre teniendo en cuenta los recursos tecnológicos y calidad de la conexión a Internet de los estudiantes. Asimismo, algunos rasgos de personalidad pueden verse agudizados en este contexto; por ejemplo, debido al entorno desde donde se conectan, en ocasiones la timidez de los estudiantes merma su concentración para el debate de ideas. Por otro lado, no es eficiente generar un gran número de salas virtuales, debido a que el profesor tiene que revisar cada propuesta grupal para la organización de la siguiente etapa.

Tercera etapa: trabajo con todo el grupo

El siguiente paso corresponde a la discusión de las diferentes propuestas de solución con todo el grupo. El profesor organiza esta discusión e inicia con el procedimiento que muestre las nociones menos refinadas o más contradictorias con el fin de abrir el debate con todo el grupo para evaluarlo. La meta de este intercambio es que sean los estudiantes quienes presenten sus propuestas y ellos mismos las cuestionen, validen o refinen (Hitt y Quiroz, 2019).

El educador orienta el diálogo hacia el debate científico (Legrand, 2001) para que los alumnos identifiquen las propiedades y aspectos semióticos fundamentales del aprendizaje en construcción. En ninguna de estas tres etapas puede aprobar ni desestimar los acercamientos de solución a la actividad didáctica, pero sí plantear preguntas para moderar y orientar la interacción. Este modo de trabajo aporta una valoración general de los conocimientos que posee cada uno de los pupilos a través de las preguntas y representaciones semióticas que producen —y que el profesor quizás nunca haya considerado.

En modo presencial, el catedrático se acerca a cada equipo para explorar sus producciones escritas y verbales. En cambio, en enseñanza no presencial, el acercamiento toma más tiempo y cada participante debe adaptar su forma de trabajo según sus propias circunstancias y el profesor ha de revisar cada archivo por separado porque tampoco puede tener una visión global del trabajo de los pequeños grupos. Además, una sesión de trabajo de 90 minutos, lapso que nuestra institución contempla para la clase de matemáticas, es rara vez suficiente para desarrollar las tres, por tal motivo, modificamos la organización para que el trabajo individual se realizara durante una sesión asincrónica previa.

Cuarta etapa: autorreflexión

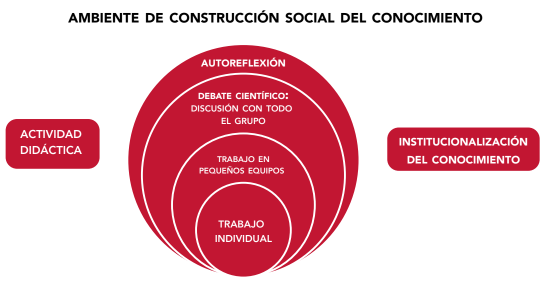
Una vez desarrolladas las tres etapas anteriores, el profesor solicita a los estudiantes que retomen la actividad por su cuenta para reconstruir lo discutido y proponer una solución propia; esto se realiza de manera asincrónica y permite evidenciar qué tanto internalizó y de qué se apropió cada uno. En la modalidad presencial, esta fase se lleva a cabo en papel; en la no presencial, en formato digital —como ya mencionamos, esta diferencia en los formatos condiciona las representaciones semióticas que los estudiantes utilizan.

Quinta etapa: el proceso de institucionalización del conocimiento

En una sesión subsecuente, el profesor presenta un resumen de las nociones de los estudiantes para integrarlas con el conocimiento y representaciones institucionales (los tiempos y contenidos establecidos dentro del programa de estudios también limitan esta fase).

En la Figura 1 se resumen las etapas mencionadas en las modalidades presencial y no presencial.

Figura 1. Etapas de ACODESA.



El experimento de enseñanza

La ejecución de este experimento en un contexto real se realizó en un curso de cálculo diferencial en el semestre 2021-I de una universidad pública de México. Los estudiantes corresponden a un sector de bajos recursos económicos y, aunque la lista constaba de treinta y cinco nombres, en promedio solo veintidós asistían a las discusiones grupales en sala virtual y realizaban las entregas del trabajo individual. La mayoría de ellos culminaron el nivel medio superior de modo no presencial e iniciaron sus estudios de superiores bajo este mismo esquema. Esto significa que tanto los estudiantes como el profesor-investigador habían trabajado por lo menos un semestre no presencial. Con el objeto de atender las problemáticas de conexión a Internet y acceso a dispositivos o espacios propios para un ambiente de aprendizaje, se estableció un lineamiento institucional de trabajo: de las cuatro sesiones semanales de 90 minutos, se planificaron dos sincrónicas en sala virtual y dos asincrónicas, lo que derivó en la implementación parcial de la metodología de enseñanza ACODESA; en suma: se eliminó la etapa de trabajo en grupos pequeños.

La actividad didáctica

Hemos seleccionado una de las actividades que aborda la noción de intervalo para ilustrar el trabajo parcial realizado con ACODESA en una educación no presencial, el subtema forma parte de la primera unidad del marco del Proyecto de Enseñanza del Cálculo en nuestra universidad. Si bien la tarea no constituye una situación-problema en el sentido de Hitt (2013), sí permite identificar las ideas intuitivas alrededor de la noción de intervalo en sus diferentes registros de representación semiótica (Duval, 1988 y 2006). Su diseño evoca concepciones (Duroux, 1983) y provoca conflictos cognitivos en relación con las características significativas (Duval 1988) del registro de conjuntos, la propiedad de orden en los números reales y el proceso de visualización (Páez y Vivier, 2014).

Se proponen trece conjuntos para que el estudiante determine si conforman un intervalo, once escritos por comprensión y dos por extensión; si el alumno identifica un conjunto como intervalo, debe especificar su denotación y representación gráfica. Como apoyo para el desarrollo de la actividad, se anexa una hoja en la que se especifica la definición, notación y tipos de intervalo, su representación en el registro de conjuntos, la explicación en un lenguaje natural y también la representación gráfica. Esta actividad requiere un proceso de conversión del registro de conjuntos al gráfico a través de tratamientos específicos para proporcionar la denotación; para algunos conjuntos, son necesarias la introducción de símbolos como $+\infty$ y $-\infty$ o las denotaciones de intervalos degenerados. Para que el estudiante tenga éxito, las características significativas dentro del registro de conjuntos juegan un factor fundamental: el uso de las llaves ({}) para especificar un conjunto y de la variable x junto a una desigualdad para expresar si un conjunto por extensión corresponde a un intervalo. Cabe destacar que los signos de desigualdad menor que (<), menor o igual que (≤), mayor que (>) y mayor o igual que (≥) permiten variaciones neutras entre las representaciones semióticas espontáneas individuales, explicadas en términos de la congruencia semántica entre registros (Duval, 1988).

En el ambiente de educación no presencial, la asignación y entrega de la actividad didáctica se realizó a través de la plataforma institucional Moodle, donde anunciamos que el trabajo era asincrónico, pero con fecha límite. Asimismo, el desarrollo individual de las actividades se contempló como una sesión de clase presencial, por lo que el estudiante debía devolverlas al finalizar dicha sesión. En otras palabras, se intentó que el trabajo individual fuera sincrónico, pero sin conexión virtual, con la meta de fomentar la organización autónoma de tiempo de estudio y dar al profesor-investigador margen suficiente para revisar cada acercamiento y organizar la discusión con todo el grupo.

Resultados

Para analizar la eficiencia de las etapas de ACODESA y someter a examen las representaciones semióticas producidas por el alumnado en un contexto donde el artefacto tecnológico es utilizado como medio de comunicación, mostramos un análisis cualitativo del trabajo individual de los pupilos y la discusión con todo el grupo. Presentamos además las características significativas (Duval, 1988) propias de la escritura de un conjunto en este registro (Páez y Vivier 2014) que permiten al estudiante identificar la correspondencia entre conjuntos e intervalos.

Trabajo individual

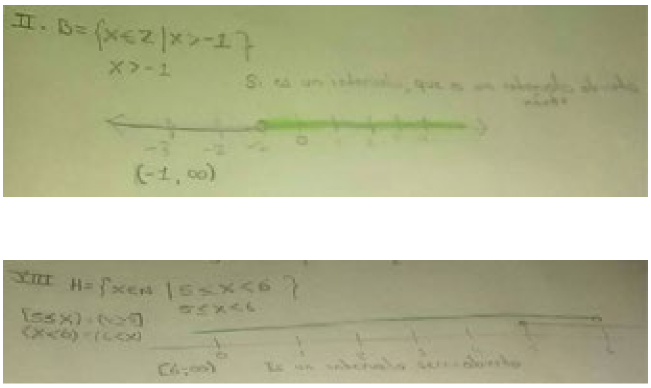
La exploración del trabajo individual y el uso simultáneo de los artefactos tecnológicos como herramientas y medios de comunicación puede fundamentarse en:

> *... estamos ante una nueva generación de alumnos que, en general, está vinculada con la tecnología digital, lo cual ha modificado sus formas de aprender, sus intereses y sus habilidades. Sin embargo, esto no significa que puedan aprender con la tecnología; saben usarla para comunicarse, para las redes sociales, pero no necesariamente la emplean como un recurso de aprendizaje" (Díaz-Barriga, 2020:22).*

A continuación, listamos las características significativas presentes (o ausentes) en el trabajo matemático realizado por los estudiantes de manera individual. Cuatro de los conjuntos proporcionados por extensión pertenecen al dominio de los números naturales y dos más se ubican en el de los números enteros. El propósito de esta clasificación es determinar qué importancia otorgan los educandos a la naturaleza de los elementos que conforman un conjunto (la denotación $x \in$ __ significa "equis pertenece a __", es decir, x puede adquirir cualquier valor, siempre y cuando pertenezca al conjunto especificado).

En el trabajo matemático del estudiante 1 (E1) (Figura 2), se puede apreciar, tanto en el conjunto B como el H, que las distinciones $x \in Z$ y $x \in N$ no le resultan relevantes. Su atención está centrada en la siguiente característica significativa, que corresponde a las desigualdades $x > -1$ y $5 \leq x < 6$.

Figura 2. Trabajo matemático del Estudiante E1.



El sujeto realiza la descomposición de la desigualdad doble tanto en el registro algebraico como en el gráfico y una operación diferente a la intersección que lo lleva a concluir que el conjunto H (ver Figura 2) "es un intervalo semiabierto". De igual manera, no se evidencia reflexión sobre la pertenencia x Î N. En este caso, la representación $[5 \leq x) = (x \geq 5]$ surge espontánea y natural en un ambiente de trabajo a mano y tiene un significado propio que le otorga el estudiante (Hitt y Quiroz, 2019); este tipo de representaciones utilizadas para conservar congruencia entre las unidades semánticas de los registros conforma un aspecto fundamental en el trabajo inicial (Duval, 1988).

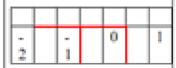
Para evaluar el dominio de las desigualdades y los efectos de las variaciones neutras (p. ej., a < x < b escrito de la forma b > x > a cuando sí existe un intervalo), se colocaron tres conjuntos, de los cuales uno se clasifica como "vacío". El trabajo del E3 para el conjunto C (Figura 3) muestra cómo la variación neutra de la desigualdad provoca la escritura del intervalo en un orden incorrecto, es decir, (2, -1) en lugar de (-1, 2); no obstante, esta dificultad no se produce en la gráfica de la recta numérica. Al parecer, la noción de orden genera una mayor incongruencia entre los registros escritos que en el gráfico (Duval, 1988). Como en el caso del E1, el E3 resuelve el ejercicio ignorando la especificación x ÎR. Por último, podemos resaltar en esta instancia la combinación del uso básico de un procesador de textos con el trabajo realizado en papel y lápiz, lo que percibimos como un posible indicador de la escasa habilidad del alumno para realizar una representación gráfica con las herramientas digitales.

Figura 3. Trabajo matemático del Estudiante E3.

iii. $C=\{x\in R \mid 2>x>-1\}$	Si	Es un intervalo abierto finito.	$(2,-1)$	
x. $K=\{x\in R \mid -3>x>-1\}$	Si	Es un intervalo abierto finito.	$(-3,-1)$	

Las dificultades que enfrenta el alumnado en la asimilación del concepto de intervalo se identificaron por medio de dos conjuntos por extensión. Para el conjunto L, E7 afirma que "un conjunto en el que se pueda identificar dos valores es un intervalo" (Figura 4); esta concepción errónea del estudiante es coherente con lo que expresa para el conjunto N, donde concluye que no hay un intervalo porque "falta un segundo valor". Además, la etiqueta N del conjunto lo remite a pensar en los números naturales, lo que revela una dificultad oculta en la representación de los números reales: el estudiante es incapaz de identificar el número 2 en su expresión alternativa como $1.\overline{9}$.

Figura 4. Trabajo matemático del Estudiante E7

xi. $L=\{-1.5, 0.\overline{9}\}$	Si lo es	Es un intervalo siempre y cuando existan dos valores , sea a y b esos valores entonces si existe un intervalo.	(-1.5, 0.999…)	
xiii. $N=\{1.\overline{9}\}$	No lo es	No es un intervalo puesto que no tiene un segundo valor es decir, si esta a y b entonces existe un intervalo. Aparte que 1.9999 no es un numero natural.		

Hay otra concepción equivocada visible en este mismo ejemplo: para el E7, todo conjunto que se exprese por comprensión constituye un intervalo si se emplea una desigualdad. Sin embargo, aunque erradas, sus suposiciones no entran en conflicto, ya sea por el modo en que los conjuntos están expresados o por la ausencia de reflexión del estudiante (una observación más profunda sobre los elementos del conjunto H = {x ∈ N |5 ≤ x < 6} probablemente habría puesto en conflicto sus ideas). Adicionalmente, vemos que el E7 desarrolla su ejercicio en formato completamente digital, sin embargo, el uso básico del procesador de textos y la representación gráfica que propone para el conjunto L (Figura 4) dejan ver una carente habilidad informática. Por tal razón, inferimos que el uso de procesadores de textos condiciona las representaciones semióticas espontáneas de los estudiantes; en contraste, el trabajo a lápiz y papel permite emplear signos propios en las representaciones funcionales espontáneas (Hitt 2003, 2006, 2013).

Trabajo con todo el grupo

Dado que la etapa de trabajo en grupos pequeños no se llevó a cabo en este experimento, la discusión abierta a la clase entera se basó en las soluciones individuales. El profesor-investigador revisó cada una para ponderarla e incorporarla a la discusión de manera gradual y pertinente.

A diferencia de la discusión de manera presencial, que se abre con la intervención de un representante por equipo, aquí utilizamos la pregunta "¿qué es un intervalo?", planteada en un documento de Google al cual todos los estudiantes tenían acceso. Tras unos minutos, estas fueron las respuestas:

— "Conjunto entre dos extremos";
— "un conjunto que tiene límites de comienzo y fin";
— "el intervalo al conjunto de números reales comprendidos entre otros dos dados: a y b que se llaman extremos del intervalo";
— "intervalo abierto";
— "intervalo abierto, (a, b), es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores que b";
— "conjunto de dos números en una recta".

Las respuestas permitieron dar inicio a la discusión grupal, centrando el debate en el trabajo realizado con el conjunto L (Figura 4). Con los argumentos que se presentaron, abordamos e intentamos refinar las nociones detectadas en el trabajo individual para, finalmente, avanzar a la fase de institucionalización del concepto de intervalo. Dicha etapa, junto con la de autorreflexión, se apoyó en un documento etiquetado como "síntesis conceptual". No solo se incluyeron en este nuevamente la definición y tipos de intervalo según diferentes textos, sino que también se reafirmó el conocimiento con algunas preguntas adicionales de reflexión.

Los factores que afectaron la discusión grupal no presencial pueden clasificarse en 3 categorías. La primera se relaciona con la ergonomía del artefacto tecnológico: el 35 % de los sujetos utilizó su dispositivo móvil como conexión a la sala virtual, y algunos manifestaron que el tamaño de las pantallas era inadecuado para los formularios que debían rellenar en tiempo real. La segunda categoría concierne al entorno de trabajo de cada participante, pues solo podían abrir sus micrófonos para interceder si el ambiente estaba en tranquilidad. Por ejemplo, se presentó el caso de un estudiante cuyo traslado hacia su trabajo coincidía con las sesiones en sala virtual, por este motivo, sus participaciones se limitaban al chat, en el mejor de los casos. De igual manera, otro alumno que accedía desde su lugar de trabajo solo intervenía pasivamente. Esta situación contraviene lo expresado por Hitt (2013), quien afirma que el trabajo con todo el grupo no corresponde a una clase magistral, sino a una dicusión que necesita la partipación activa de los estudiantes. Finalmente, la tecera categoría involucra la relación del estado emocional y los rasgos de personalidad con el medio de comunicación, pues es evidente que este ejerce mayor o menor presión sobre los pupilos según su personalidad. Factores como el desconocimiento de sus compañeros (debido a que la cámara no es obligatoria) y la grabación de la sesión, entre otros, influenciaron la participación activa en la discusión colectiva.

Comentarios finales

Los resultados de diversas investigaciones han demostrado que la metodología ACODESA favorece la construcción social del conocimiento a partir del acercamiento individual, no obstante, el uso de artefactos de comunicación electrónica como herramienta y medio de la relación profesor-alumno en la educación no presencial condiciona las representaciones semióticas que producen los estudiantes en la generación del conocimiento. En nuestro intento de aplicar tal metodología de manera parcial, el acercamiento individual nos permitió explorar las nociones previas del alumnado y el modo en que este asimila la teoría.

La implementación de ACODESA en una educación no presencial requiere un ambiente adecuado que le permita al estudiante escuchar y participar activamente; lamentablemente, son muy pocos quienes cuentan con estas condiciones. A estas circunstancias se suman retos como el diseño de la actividad, el rol del profesor durante el trabajo en pequeños grupos, la organización del discurso estudiantil para el debate científico y la formalización del conocimiento matemático, además de los factores externos que trae consigo la comunicación a través de artefactos tecnológicos.

Por último, el Proyecto de Enseñanza del Cálculo contempla la educación no presencial en nuestra institución para el semestre 2021-II a través de la metodología ACODESA. Sin embargo, la decisión de implementarla depende del éxito de la actividad de exploración realizada con los estudiantes de nuevo ingreso. Es de vital importancia destacar que la eficiencia y eficacia de esta nueva manera de comunicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje permanece en transcurso de reflexión y experimentación.

Referencias

Aprendizajes Clave para la Educación Integral. (2017) Plan y programa de estudios para la educación básica. Secretaria de Educación Pública. México.

Borbón, A. (2003). Concepciones de profesores sobre varios conceptos del cálculo diferencial. (Tesis de maestría no publicada). Cinvestav-IPN. México.

Carrión, V., Pluvinage, F. & Adjiage, R. (2016). Facilitating the genesis of functional working spaces in guided explorations. ZDM Mathematics Education, 48, 809–826.

Cortés, C., Hitt, F., y Saboya, M. (2014). De la aritmética al álgebra: Números triangulares, tecnología y ACODESA. REDIMAT, 3(3), 220-252. DOI: 10.4471/redimat.2014.52

Davidson, N. (1998) L'apprentissage coopératif et en collaboration. Une tentatived'unification. J. Thousand, R. Villa, et Nevin A. (Eds.), La créativité etl'apprentissage coopératif, 63-101, Les Éditions Logiques, Québec.

Diaz-Barriga, A. (2020) La escuela ausente, la necesidad de replantear su significado. En IISUE (2020), Educación y pandemia. Una visión académica, México, UNAM, <http://www.iisue.unam.iisue/covid/educacion-y-pandemia>, consultado el 25 de mayo, 2020.

Dillenbourg, P. (1999) What do you mean by collaborative learning? P.Dillenbourg (Ed.), Collaborative Learning: Cognitive and Computational Approaches, 1-19, Elsevier Science/Pergamon, Amsterdam.

Duroux, A. (1983) La valeur absolue : Difficultés majeures pour une notion mineure. Petit x, 3, 43-67

Duval, R. (1988) Graphiques et équations : l'Articulation de deux registres. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,1, 235-253.

Duval, R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnementcognitif de la pensée, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5, 37-65.

Duval, R. (1999) Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning, Proceedings of the 21 Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Hitt F. & Santos M. Editors), Mexico, I, 3-26.

Duval, R. (2006) A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. Educational Studies in Mathematics 61, 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Font, V. y Sala, G. (2020). 2021. Un año de incertidumbres para la Educación Matemática. Bolema: Boletim de Educação Matemática Dez 2020, 34(68), i-v. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n68e01.

García, F. J. (2019). Introducción a 'Diseño de tareas en educación matemática: Una diversidad de marcos teóricos'. Avances de Investigación en Educación Matemática, 15, 1-4.

Hadamard, J. (1975). Essai sur la psychologie de l'invention dans les domainesmathématiques, Gauthier-Villards, Paris.

Hagelgans, N.; Reynolds, B.; Schwingendorf, K.; Vidakovic, D.; Dubinsky, E. Shahin, M. y Wimbish, J. (1995). A Practical Guide to Cooperative Learning inCollegiate Mathematics. MAA NOTES, Number 37. USA.

Hitt F. & Morasse C. (2009). Développement du concept de covariation et de fonction en 3ème secondaire dans un contexte de modélisation mathématique et de résolution de situations problèmes. Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009. "Quaderni di Ricerca inDidattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009. G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy). http://math.unipa.it/~grim/cieaem/quaderno19_suppl_2.htm

Hitt, F. (2003) Le caractère fonctionnel des représentations, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 8, 255-271. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_08/adsc8-2003_013.pdf

Hitt, F. (2006) Students' functional representations and conceptions in the construction of mathematical concepts. An example : the concept of limit, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 11, 251-267.

Hitt, F. (2013). Théorie de l'activité, interactionnisme et socioconstructivisme.Quel cadre théorique autour des représentations dans la construction desconnaissances mathématiques ?,Annales de didactique et de sciences cognitives,18, 9-27.

Hitt, F.y Cortés, C. (2009). Planificación de actividades en un curso sobrela adquisición de competencias en la modelización matemática y usode calculadora con posibilidades gráficas. Revista DigitalMatemática, Educación et Internet, 10(1), 1-30.

Hitt, F. y Quiroz, S. (2019). Formation et evolution des representationsfonctionelles-spontanees a travers un apprentissage socioculturel. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, V. 24. p. 75-106. IREM de Strasbourg

Hitt, F., et Passaro, V. (2007). De la résolution de problèmes à la résolution de situationsproblèmes : le rôle des représentations spontanées. Actes de la Commission Internationalepour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM-59).Dobogókö, Hongrie, juillet, 2007, pp. 117-123.

Legrand, M. (2001) Scientific debate in mathematics courses, In Derek Holton(Ed.) The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI Study,127-135, Kluwer Academic Publishers, Dordretch.

Páez Murillo, R. E., & Vivier, L. (2013). Evolution of teachers' conceptions of tangent line, Journal of Mathematical Behavior, 32, 209– 229.

Páez, R. (2004) Procesos de construcción del concepto de límite en un ambiente de aprendizaje cooperativo, debate científico y autorreflexión. Cinvestav-IPN, México: Tesis de Doctorado.

Páez, R. y Pluvinage, F. (2018). Exploración guiada en un ambiente con tecnología interactiva, caso de las ramas infinitas de una función. Sexto Simposio Internacional ETM Espacio de Trabajo Matemático. Valparaíso, Chile. Diciembre 13 al 18 de 2018. Impreso en Chile.

Páez, R. y Pluvinage, F. (2019). Estudio de las asíntotas de una función en un ambiente con tecnología dinámica. Recherches en Didactique des Mathématiques. Volumen 39/3. La pensee sauvage editions.

Páez, R. y Vivier, L. (2014). Representaciones semióticas de las soluciones de las desigualdades lineales en una sola variable. Cuarto Simposio Internacional ETM Espacio de Trabajo Matemático. San Lorenzo de El Escorial, España. Junio 30 al 4 de julio de 2014. Publicaciones del Instituto de Matemática Interdisciplinar.

Páez, R., Alfaro, F. y Torres, C. (2008). Estudiando funciones en contexto a través de simulaciones con estudiantes de ingeniería (La simulationdansl'étude de fonctionspour des étudiants en ingénierie). Annales de didactique et de sciences cognitives. pp. 113 – 132.

Rabardel, P. (1995) Les hommes et les technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Collins.

Robert, A. y Coulange, L (2009). La double approche didactique et ergonomique. Tangente Education. No. 11.

SEP (Secretaria de Educación Pública), Dirección General del Bachillerato, Programas de estudio. Recuperado de http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/4to_SEMESTRE/Matematicas_IV_biblio2014.pdf .