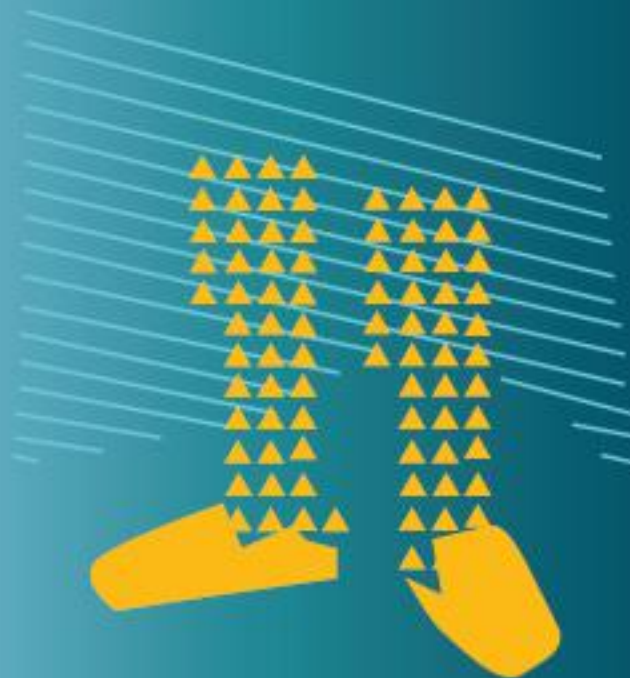


MONTSERRAT LINO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

LINOMONTSE@GMAIL.COM



01

**COMPRENSIÓN  
DE LA PROBABILIDAD  
CONDICIONAL A TRAVÉS DE  
LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA  
DE LO DIDÁCTICO**

## RESUMEN

Parte de la problemática descrita en la literatura especializada en el proceso enseñanza-aprendizaje de la probabilidad condicional está relacionada principalmente con los sesgos y el contexto del problema. La investigación descrita en este artículo tiene un enfoque cualitativo y exploratorio bajo observación natural; la muestra será por conveniencia, se obtendrá de un aula de estudiantes universitarios de la facultad de ingeniería que cursen probabilidad y estadística como parte de las materias de tronco común y que hayan cursado el tema de probabilidad condicional. Se asignarán a los participantes cuatro tareas, cada una con cuatro consignas; dos de las tareas se seleccionaron de cuestionarios que ya están estadísticamente validados para encontrar sesgos asociados al concepto de probabilidad condicional y son de contextos con los que el estudiante está familiarizado; mientras que las tareas restantes tendrán como característica la presentación de los problemas en un contexto distinto a su campo de conocimiento, pero evidenciarán el mismo sesgo. Las tareas se modificaron bajo el marco teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico con la intención de que, al analizar sus producciones cognitivas, se detecte qué y cómo resuelven los estudiantes las actividades propuestas, aportando evidencia que permita establecer cómo comprenden la probabilidad condicional. Con la información obtenida se espera que sea posible focalizar los puntos donde es necesario incidir para la corrección de sesgos, y de esta manera, puedan resolver con éxito problemas de probabilidad condicional.

**Palabras Clave:** 000, probabilidad condicional, TAD, ACODESA, sesgo temporal, sesgo de causalidad.

## ABSTRACT

Part of the problem described in specialized literature about the teaching-learning process of conditional probability is mainly related to biases and the context of the problems. The research described in this article has a qualitative and exploratory approach under natural observation. The sample will be chosen by convenience and will be obtained from a group of engineering students, at university level, who study probability

and statistics as part of the common core subjects and who have studied conditional probability. Participants will be assigned four tasks, each with four items to fulfill; two of the tasks were selected from questionnaires that are already statistically validated to find biases associated with the concept of conditional probability and with which students are already familiar; while, in the remaining tasks the problems will be presented in a different context from their field of knowledge but they will show the same bias. The tasks were modified under the theoretical framework through the Anthropological Theory of Didactics, with the intention that, when analyzing their productions, it is detected what and how the students solve the proposed activities, providing evidence that allows to establish how they understand the conditional probability. With the information obtained, it is expected that the students acquire the capacity to focus on the points where it is necessary to influence the correction of biases, and in this way, they will be able to successfully solve conditional probability problems.

**Keywords:** 000, conditional probability, ATD, ACODESA, temporary bias, causality bias.

## INTRODUCCIÓN

La probabilidad condicional según Díaz & de la Fuente [1], Barraguzé & Guisasola [11] es un tema importante debido a que se utiliza con frecuencia en la vida profesional y en la vida cotidiana, principalmente cuando se busca tomar decisiones acertadas en situaciones de incertidumbre, y también porque forma parte de la definición de otros conceptos estadísticos que son requisito en el estudio de la inferencia estadística, tanto clásica como bayesiana; así como en el estudio de la asociación de variables, la regresión y el contraste de las pruebas de hipótesis, entre otros conceptos que se definen mediante una probabilidad condicional. Por tanto, es imprescindible que el alumno adquiera las competencias y conocimientos básicos en este tema antes de avanzar en el estudio de la estadística.

Mejía, Sierra y Fernández [2] sugieren que parte de la dificultad aparece incluso desde la redacción de los problemas, ya que entenderlos puede resultar complejo, lo que obstaculiza su resolución adecuada. Esto ocurre principalmente por el contexto al que los problemas hacen referen-

cia y con el cual los estudiantes pueden no estar familiarizados. Se considera que, cuanto mayor sea el número de probabilidades condicionales que contiene la parte formativa de un problema, mayor será la dificultad de los estudiantes para resolverlo.

La investigación teórica y experimental que se hace actualmente en Didáctica de la Matemática surge de observar que el alumno se equivoca cuando se le pide realizar ciertas tareas; cabe destacar que estos errores no obedecen a un modo aleatorio e impredecible, sino que ya se han focalizado; por otra parte, se ha determinado que otras dificultades se deben, según Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos [3], a la falta del conocimiento básico necesario para la comprensión correcta de un concepto o procedimiento dado. Por su parte, Sánchez [4] refiere que los errores o dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas con frecuencia se deben a que tienen sus propias ideas previas sobre las situaciones, las cuales suelen ser persistentes e inconsistentes con el punto de vista normativo.

Las principales dificultades para comprender el concepto de probabilidad condicional (sesgos en el razonamiento, Díaz & de la Fuente [1] y Tarr & Lannin [5]) son:

- Influencia de la presentación del problema.
  - Estructura que presentan los problemas de enunciado verbal.
  - Relación con el contexto (no le es familiar al estudiante).
- Condicionamiento y causación.
- Condicionamiento y temporalidad (intercambio de sucesos en la probabilidad condicional):  $P(A|B)$  es diferente de  $P(B|A)$ ; este error es muy común cuando se trata de los errores en la interpretación del nivel de significación y el p-valor.
- Confusión entre probabilidad condicional y conjunta, pues depende de cómo se redacten los enunciados.
- Situaciones Sincrónicas (situaciones estáticas, donde los experimentos aleatorios se realizan simultáneamente) o situaciones diacrónicas (hay una clara secuencia temporal).
- Concepto de independencia.

Díaz & de la Fuente [6] refieren que la probabilidad condicional fue reportada por docentes universitarios como un concepto que se les dificulta comprender a los estudiantes. Con base en esto surge la siguiente investigación, cuyo objetivo es dar respuesta a la pregunta de investigación:

¿Cómo comprenden la probabilidad condicional los estudiantes universitarios?; para ello, se utilizarán algunas tareas propuestas para medir sesgos de falacia temporal (situación diacrónica) y de concepto de causalidad en la resolución de dichos problemas, los cuales han sido validados estadísticamente y pueden ser usados por otras investigaciones con dicho fin (estos problemas serán los descontextualizados). La presente investigación sólo analizará dos de los sesgos antes mencionados, debido a que, al ser una investigación de tipo cualitativo, no es posible analizar las producciones de muchos alumnos por el trabajo inherente definido por la TAD, la cual guía y sustenta toda la investigación y será considerada en cada una de las cinco fases del método Acodesa para su aplicación.

Los problemas elegidos se modificaron a la luz del marco teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard [7], la cual funge como eje rector de toda la investigación con la finalidad de cubrir el objetivo principal de caracterizar la actividad matemática de los estudiantes universitarios al resolver problemas de probabilidad condicional, analizando el qué y cómo resuelven estos problemas y aportando una idea de cómo es que comprenden la probabilidad condicional, pregunta de investigación que se pretende responder.

La investigación está acotada únicamente a la probabilidad condicional excluyendo el teorema de Bayes. Se remite a la que se enseña en los cursos básicos de probabilidad, con escenarios discretos finitos y equiprobables.

Aunque es un problema ya estudiado, no se ha hecho desde la TAD y la metodología Acodesa para su aplicación, que nos pueden dar otro tipo de sugerencias para la enseñanza-aprendizaje del concepto de probabilidad condicional. La razón de que la propuesta no haya sido probada y, por tanto, no se presenten resultados se debe a que es una investigación en curso y será probada antes de finalizar este año con alumnos de la FI-UAQ, como se definió en la muestra. Por el momento es sólo una propuesta; sin embargo, aunque no se tienen aún resultados en las investigaciones, es posible escribir el artículo enfocándose en el diseño del instrumento y cómo éste permitirá recoger lo que se pretende observar, indicándolo en la sección de resultados.

Con la información obtenida, será posible focalizar los puntos donde es necesario incidir para

la corrección de sesgos a través del rediseño de una secuencia de tareas de probabilidad condicional mediante una selección de éstas de acuerdo a su grado de dificultad, con la finalidad de favorecer la comprensión progresiva del concepto y, de esta manera, lograr que resuelvan con éxito problemas de probabilidad condicional en cualquier contexto mediante la comprensión de los conceptos asociados y no por la memorización de fórmulas.

## MARCO TEÓRICO

### La Teoría antropológica de lo didáctico

Como referente teórico se utiliza la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard [7], la cual es una herramienta para el análisis del conocimiento matemático visto como un conjunto de prácticas sociales institucionalizadas que requiere de una forma de análisis que permita la descripción y el estudio de las condiciones de la realización desde la Organización Matemática. La Organización Matemática (OM) o Praxeología está compuesta por varios tipos de tareas cuya realización requiere técnicas matemáticas, que a su vez se justifican en tecnologías y teorías matemáticas específicas.

**Tabla 1. Elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico**

<b>Praxeologías</b> Para que el conocimiento matemático se desarrolle hay que crear una situación $m(\pi, \tau, \theta, \Theta)$	(s) Tipos de Situaciones	} Praxis o conocimiento <b>SABER HACER</b> Maneras de HACER <i>procedimientos que pueden ser empleados para resolver los problemas</i>
	$\pi$ Problemas (actividad que involucra al objeto matemático)	
	$\tau$ Técnicas (procedimiento que permite resolver la tarea)	<b>SABER</b> Discursos que sustentan, describen, explican y justifican los procesos matemáticos que ahí se encuentran involucrados y los cuales se espera que sean institucionalizados en los procesos de enseñanza-aprendizaje.
	$\theta$ Tecnologías (discurso que justifica y explica la técnica)	
$\Theta$ La teoría (discurso que justifica y explica la tecnología)	<b>SABER</b> Argumento formal que permite justificar rigurosamente la tecnología	

Fuente: Modificado de Chevallard [7].

En la Organización Matemática o Praxeología se observan las prácticas matemáticas; éstas son actuaciones particulares en el abordaje de problemas matemáticos específicos. Está determinada por formas de razonar, comunicar, validar o generalizar, y habitualmente no existe de manera aislada.

Lo que este artículo presenta es una construcción de una praxeología matemática que permita determinar que los objetos matemáticos surgen de prácticas con las matemáticas ubicadas en diversos contextos geográficos y culturales, relacionada con la probabilidad condicional y direccionada por la TAD exponiendo la tarea, la técnica, la tecnología y la teoría.

Con la TAD, se podrá determinar si resolvieron correctamente el problema mediante el uso de alguna de las técnicas ( $\tau$ ) fundamentadas en alguna tecnología ( $\theta$ ) y alguna teoría ( $\Theta$ ).

## METODOLOGÍA

La presente investigación tiene un enfoque cualitativo y exploratorio bajo observación natural (León & Montero [8]); la muestra será por conveniencia, se obtendrá de un aula de estudiantes universitarios de la facultad de ingeniería que cursen probabilidad y estadística como parte de las materias de tronco común y que hayan cursado el tema de probabilidad condicional. El instrumento de recolección de datos estará conformado por 4 tareas de probabilidad condicional con 4 consignas cada una; dicho instrumento será aplicado bajo el método de ACODESA (Hitt, González-Martín [9]), por su acrónimo en francés. Es un método de enseñanza para introducir conceptos matemáticos en el aula y promover el desarrollo del pensamiento matemático que se refiere al aprendizaje colaborativo, debate científico y auto-reflexión; además, provoca que los estudiantes construyan significados e involucra escenarios individuales inmersos en los socioculturales. En esta metodología, cada tarea constará de 5 fases: 1) *Trabajo individual*, donde se recuperan los conocimientos previos del estudiante pues su producción cognitiva produce significados propios correctos o no; 2) *Trabajo en equipo*, se espera un refinamiento de sus respuestas sobre la misma tarea a partir de sus procesos de argumentación y validación; 3) *Debate*, todo el grupo discute las distintas formas en la que resolvieron la tarea, se espera obtener un refinamiento de su técnica y eventualmente su teoría; 4) *Auto-reflexión*, proceso individual de reconstrucción para afianzar lo logrado en el debate, y 5) *Institucionalización del concepto* probabilístico asociado a la tarea analizada tomando en cuenta las producciones de los estudiantes. Cada una de las fases será dirigida y analizada bajo el marco teórico de la TAD. Se estima una sesión de 50 minutos para cada tarea.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para ejemplificar la construcción de la praxeología matemática asociada a las tareas, sólo se desarrolla este proceso para el caso de la Tarea 1, que forma parte de la secuencia estructurada de tareas para el estudio de investigación. Se pondrá otra tarea que evidencie el mismo sesgo diacrónico que la tarea 1 pero en un contexto del ámbito ingenieril, y otras dos que evidencien el sesgo causal.

La tarea 1 que se aplicará tiene por objetivo ver si se presenta la falacia temporal o sesgo de secuencia temporal, dado que es una situación diacrónica que fue modificada de Ojeda [10] (Fig. 1). Y se explica a detalle su análisis bajo la TAD. En la consigna c), la intención de hablar de 100 bolas se puso con el fin de que, al imaginar más bolas, le fuera más fácil al estudiante identificar lo que ocurriría, por la consecuencia de los grandes números y el comportamiento estadístico que conlleva pensarlo usando más de solo 1 bola.

Tarea 1. Analiza el diagrama y resuelve lo que se te pide.

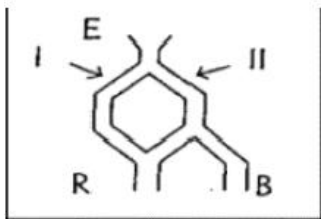
Una bola se suelta por E. Si sale por R, ¿cuál es la probabilidad de que haya pasado por el canal I?

a) Escribe cuáles son los eventos y cuál es la probabilidad pedida.

b) Realiza esquemas que te ayuden a calcular la probabilidad pedida. Justifica tu respuesta.

c) Si en lugar de una bola tienes 100, ¿cambia el resultado?

d) Explica tu resultado. ¿Por qué obtuviste ese resultado?, ¿cómo sabes que es correcto?



**Figura 1. Actividad sobre sesgo temporal. Situación Diacrónica. Contexto no ingenieril. Modificada de Ojeda [10]**

El análisis se hará con base en el marco teórico de la TAD.

Modelo praxeológico de Chevallard (T,  $\tau$ ,  $\theta$ ,  $\vartheta$ ):

Tipo de Tarea (T). Calcular la probabilidad condicional.

Técnicas ( $\tau$ ). Aquí se describen a detalle las posibles respuestas que los estudiantes podrían

dar a cada una de las consignas de la tarea (manera de resolver), donde todas las técnicas conllevan al mismo valor numérico:

$\tau$  1a: Escribir los eventos:

I: Bola paso por el canal izquierdo (I)

R: Bola salió por R

P (I|R): Probabilidad Condicional de que la bola haya pasado por el canal I, dado que salió por R.

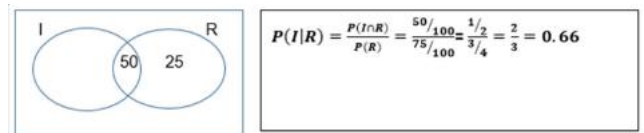
$\tau$  2b: Realice el cálculo con la fórmula de probabilidad condicional  $P(I|R)=P(I \cap R)/P(R)$

Las técnicas 3 y 4 podrían ser referidas por estudiantes que han comprendido el concepto de probabilidad condicional  $P(A|B)$  como la probabilidad de que ocurra el evento A dado que ha ocurrido el evento B (que es el evento seguro), entonces puede entender que su espacio muestral queda reducido al evento B y ahora serán todos sus casos posibles; es decir, obsérvese que en  $A \cap B$  ocurren conjuntamente A y B, y tiene asociado el espacio muestral original  $\Omega$ .  $A|B$  significa que, en los casos en los que ya ha ocurrido B, ocurre A, y por tanto el espacio muestral es aquel en el que ha ocurrido el evento B.

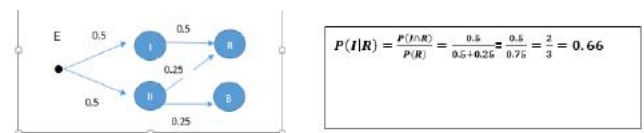
$\tau$  3b: Técnica de la regla de tres.  $75 \rightarrow 100$  y  $50 \rightarrow x = (100 \cdot 50) / 75$  o  $x = (5000 / 75)$

$\tau$  4b: Dibuje un diagrama de VENN. Dejando R como espacio muestral, que es nuestro punto interés y no influye en el resultado el quitar B (ver Figura 2)

$\tau$  5b: Dibuje un diagrama de árbol (ver Figura 3)



**Figura 2. Diagrama de Venn y cálculo de la probabilidad condicional usándolo.**



**Figura 3. Diagrama de árbol y cálculo de la probabilidad condicional usándolo**

Como refieren Lonjedo & Huerta [12], la presentación de los datos en algunos problemas de probabilidad condicional permite resolver estos problemas sólo con los requisitos del conocimiento numérico, tales como razón, proporción, etc., por

lo que su estudio también implica el pensamiento numérico, pero la tradición en la enseñanza de las probabilidades nos muestra lo contrario. Los profesores no suelen utilizar el pensamiento numérico en el contexto de la probabilidad. Tal es el caso de la anterior técnica 3 y la técnica 6, que se muestra a continuación:

**Tabla 2. T6b. Tabla de doble entrada. Renglones y columnas son independientes**

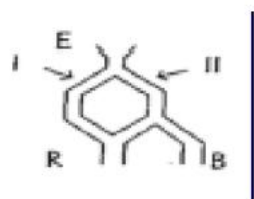
Canal	R	B	Total
I (Izquierdo)	50 •	0 •	50
II (Derecho)	25 *	25 ▲	50
Total	75 §	25 ■	100

Simbología: §=P(R); ■=P(B); • P(R∩I); ▲ P(B∩I); \* = P(R∩II); ▲ = P(B∩II)

$$P(I|R) = \frac{P(I \cap R)}{P(R)} = \frac{50/100}{75/100} = \frac{1/2}{3/4} = \frac{2}{3} = 0.66$$

τ 6b<sub>1</sub>: Usando la Tabla 2, podría haber usado: (•/§) = 50/75 = 2/3 = 0.66

τ 7b: Sólo observa el esquema y apunta las cantidades, y sobre eso deduce:



$$\frac{50}{75} = \frac{2}{3} = 0.66$$

**Figura 4. Esquema del problema**

Tecnologías (θ). Tienen un carácter justificativo que argumenta la técnica realizada por el estudiante.

- θ 1: Operaciones con conjuntos y operaciones de probabilidad
- θ 2b: Uso de la fórmula de probabilidad condicional.
- θ 3b: Noción de variables proporcionales (las cantidades que se corresponden se obtienen multiplicando una por un número constante; función f: = x → ax; la división como inversa de la multiplicación.
- θ 4b: (θ1)
- θ 5b: Técnica gráfica de diagrama de árbol.
- θ 6b y θ 6b<sub>1</sub>: Haga uso de frecuencias observadas y esperadas.
- θ 7b: No se observan tecnologías.

Teorías (Θ). Es un nivel superior de justificación de la tecnología usada y puede estar dada por teoremas, lemas, axiomas o definiciones puntuales (conceptos matemáticos).

Θ 1: Teoría sobre conjuntos y axiomas de probabilidad.

Definición de probabilidad simple, interacción de eventos.

Θ 2b: Definición de probabilidad condicional y uso de fórmula  $P(I|R) = P(I \cap R) / P(R)$

Θ 3b: Teoría de los números racionales y sus operaciones.

Θ 4b: Teoría de probabilidades y conjuntos. Concepto de espacio muestral.

Θ 5b: Reglas de multiplicación para eventos no independientes.

Θ 6b y Θ 6b<sub>1</sub>: Concepto de probabilidades marginales.

Θ 7b. No se observan teorías.

Se pondrá otra tarea que mida el mismo sesgo de temporalidad diacrónica, pero en un contexto que le sea familiar al estudiante. Los resultados se podrán comparar con el antes descrito para contestar a nuestra hipótesis de que el alumno podrá identificar y resolver, mejor y sin sesgos, los problemas de probabilidad condicional en situaciones a las que está familiarizado que los que representan situaciones en otros contextos de uso. Lo mismo se hará con las otras 2 tareas restantes, que evidenciarán el sesgo de concepto de causalidad en dos contextos familiares y en uno no familiar. Como se describe en el apartado de metodología, la aplicación de las tareas se realizará según la lógica de la metodología ACODESA.

## CONCLUSIONES

Se espera obtener resultados similares a otras investigaciones bajo el mismo problema, debido a que la comprensión de la relación de condicionalidad se dificulta si la secuencia temporal de los sucesos no coincide con el orden dado en el condicionamiento. El suceso condicionante (caer en el orificio R) es posterior en el tiempo al suceso cuya probabilidad se evalúa (pasar por I). La secuencia temporal dificulta la identificación correcta del espacio muestral del experimento: {(I,R), (II,R0), (II,B)}, puesto que a R llega el doble de bolas desde I que desde II;  $P(I|R) = 2/3$  y los estudiantes dan erróneamente la respuesta 0.5,

no teniendo en cuenta las bolas que caen en el orificio B (Díaz & de la Fuente [6], Barragués & Guisasola [11]).

Será importante ver si no darle al estudiante los resultados de posibles respuestas, como era la propuesta original de la tarea de donde fue tomada, y permitirle desarrollarla de una forma libre, provoca que no caiga en el sesgo que se está midiendo.

El efecto de la propuesta al usar la TAD y la metodología Acodesa para su aplicación evidenciará el tipo de técnicas y recursos didácticos, así como teorías y tecnologías que los alumnos suelen usar para resolver estos problemas, con la finalidad de homogeneizar su uso y enriquecer el concepto. El método Acodesa proporcionará una forma más sencilla de llegar a la comprensión e institucionalización del concepto de probabilidad condicional, al permitir a cada estudiante trabajar con otras personas (equipo) y grupalmente (debate), e incentivar el aprendizaje colaborativo; de esta forma, se observará la evolución de la comprensión del concepto de probabilidad condicional en cada una de las fases, lo que podría dar pauta a la mejor manera de enseñarlo.

Lo que evidencien los resultados permitirá actuar en la corrección de sesgos, rediseñando una secuencia de tareas de probabilidad condicional mediante una selección de éstas de acuerdo con su grado de dificultad, con la finalidad de favorecer la comprensión progresiva del concepto y, de esta manera, lograr que los problemas de probabilidad condicional se resuelvan con éxito en cualquier contexto.

## AGRADECIMIENTOS

A la Dra. Lilia Patricia Aké Tec, asesora del trabajo de tesis que está en proceso, y a la Mtra. Luisa Granados Ramírez, co-asesora de la misma.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo recibido mediante la beca para realizar estudios en el programa de maestría en didáctica de las Matemáticas.

## REFERENCIAS

- [1] C. Díaz & I. de la Fuente, I. "Razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza de la estadística". *Épsilon*, vol. 59, pp. 245-260. 2005
- [2] G. Mejía, L. Y. Sierra, F. Fernández. "Influencia del contexto y la estructura en la actuación de los estudiantes al resolver problemas de probabilidad condicional," *Revista de Didáctica de las matemáticas*, vol. 86, pp. 95-100. 2014.
- [3] C. Batanero, J. D. Godino, D. R. Green, P. Holmes & A. Vallecillos. "Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts", *International Journal of Mathematics*, vol. 25, No. 4, pp. 527-247. 1998.
- [4] E. Sánchez. "La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México". *Educación matemática*, vol. 21, No. 2, pp. 39-77. 2009.
- [5] J. E. Tarr y J. K. Lannin. "How can teachers build notions of conditional probability and independence?," *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*". New York: Springer. (pp.216-238). 2005.
- [6] C. Díaz & I. de la Fuente. "Validación de un cuestionario de razonamiento probabilístico condicional". *Revista electrónica de metodología aplicada*, vol. 12 No. 1, pp.1-15. 2007.
- [7] Y. Chevallard. "El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico". *Researches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, No. 2, pp. 221-266. 1999.
- [8] O. León, I. Montero. "Métodos de investigación en psicología y educación", Mc Graw Hill. España, 2003.
- [9] F. Hitt, A.S. Gonzalez-Martín. "Covariation between variables in a Modelling process: the ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method". *Educational Studies in Mathematics*, No. 88, pp. 201-219. 2015.
- [10] A.M. Ojeda. "Dificultades del alumnado respecto a la probabilidad condicional". *UNO*, vol. 5, pp. 37-55. 1995
- [11] J. I. Barragués & J. Guisasola. "Una propuesta para la enseñanza de la probabilidad en la universidad basada en la investigación didáctica". *Educación matemática*, col. 21 No. 3, pp. 127-162. 2009
- [12] M. A. Lonjedo & M. P. Huerta. "La resolución de problemas de probabilidad condicional: un estudio exploratorio con estudiantes de bachiller". Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia (Memoria de Tercer Ciclo no publicada)