PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA PROPUESTA PARA EL MÉTODO DE REDUCCIÓN EN BACHILLERATO

Daniela HERNÁNDEZ-JARAMILLO
División de Investigación y Posgrado, Facultad de Ingeniería
danielahjaramillo@hotmail.com

RESUMEN

En el presente artículo se desarrolla una descomposición genética propuesta del método de reducción, utilizado para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Primero se da una introducción a la teoría APOE y con base en esta se desarrolla una descomposición genética. Después se describen las características de los sistemas y los estudiantes considerados para el trabajo y se hace el desarrollo, paso a paso, de la descomposición genética. El artículo representa un extracto de un trabajo de investigación para una tesis de maestría, cuyo objetivo es diseñar una propuesta didáctica para la enseñanza de conjunto solución de sistemas de ecuaciones lineales, utilizando la teoría APOE como marco teórico y metodológico. Por lo anterior, este trabajo deja la puerta abierta a realizar la validación de la descomposición genética y, posteriormente, la propuesta didáctica basada en la misma.

PALABRAS CLAVE

APOE, descomposición genética, método de reducción, sistema de ecuaciones lineales

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

ABSTRACT

On this paper we present the development of a proposed genetic decomposition for the elimination method, used to solve linear equation systems. First we start with an introduction to APOS theory, explaining how this is the basis for the development of genetic decompositions. Later we described the characteristics of the systems and the students considered for the paper y we present, step by step, the formation of the genetic decomposition. This paper represents an extract of a research work for a master s thesis, which objective is to design a teaching sequence for the learning of the solution set of lineal equation systems, using APOS theory as a theoretical and methodological framework. Therefore this paper leaves the door open to validate de genetic decomposition and, later, to elaborate a teaching proposal.

KEYWORDS

APOS, elimination method, genetic decomposition, linear equation systems.

INTRODUCCIÓN

La finalidad del presente trabajo es presentar el desarrollo de una descomposición genética propuesta para el método de reducción para la solución de sistemas de ecuaciones lineales. Este artículo surge como un extracto de un trabajo de tesis de maestría, cuyo alcance es mayor, en el cual se busca realizar el diseño y validación de cuatro descomposiciones genéticas para cuatro distintos métodos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales y, utilizar dichas descomposiciones como base para el diseño de una propuesta didáctica. En el presente trabajo, debido al espacio del mismo, solo se aborda el diseño de la descomposición y algunas pautas para su validación.

De acuerdo con Zill y Dewar en su libro Álgebra, trigonometría y geometría analítica (2012), un sistema de ecuaciones consta de dos o más ecuaciones, donde cada una de ellas tiene al menos una variable. Si estas ecuaciones son lineales, entonces el sistema también es lineal. Para un sistema de n ecuaciones con n variables, la solución del mismo estará formada por los valores de las n variables, que satisfacen cada ecuación del sistema.

Losplanesyprogramas de la Subsecretaría de Educación Básica (SEP, 2017) en México, señalan que los alumnos comienzan el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales en el segundo año de secundaria, entre los 12 y 13 años de edad. Cuando llegan al nivel bachillerato, entre 15 y 16 años, los estudiantes retoman estos temas.

En el programa de matemáticas I de la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEP, 2017) publicado en julio del 2017 y aplicable para las generaciones 2017 – 2020 y subsecuentes, se dedica

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

un bloque con un total de catorce horas, del primer semestre de bachillerato para la enseñanza de ecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones lineales y sus métodos de solución analíticos y gráficos. De acuerdo con el programa anterior para matemáticas I de bachillerato (SEP, 2013), los métodos de solución se dividían en tres apartados: numéricos, algebraicos y gráficos.

Dado que los nuevos programas no detallan cuáles son los métodos analíticos, en este artículo se hace la suposición de que, los métodos analíticos mencionados en el nuevo programa 2017 incluyen los métodos numéricos (método de Cramer) y los métodos algebraicos (igualación, reducción y sustitución).

Para la propuesta de descomposición genética presentada en este artículo, se toma el método de reducción por considerarse que, analizándolo desde la perspectiva de la teoría APOE, este método es el que requiere del estudiante la construcción de una mayor cantidad de conceptos matemáticos que, además, deben interactuar entre sí. Es decir, este método permite, a la vez que se analiza el concepto matemático en sí, observar a mayor profundidad el diseño de una descomposición genética.
Los sistemas de ecuaciones lineales considerados son sistemas cuadrados de dos o tres incógnitas, no homogéneos, con coeficientes k bien definidos y que pertenecen a los reales. Además, la descomposición genética está elaborada pensando en estudiantes regulares de primer semestre de bachillerato en México, es decir, jóvenes entre los 15 y 16 años que han concluido la educación secundaria y, por lo tanto, ya han estudiado tópicos introductorios al álgebra.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

MARCO TEORICO

APOE, por sus siglas Acción, Proceso, Objeto y Esquema, es una teoría constructivista basada en los trabajos realizados por Piaget, para describir el desarrollo del pensamiento lógico del niño. El constructivismo sustenta sus bases en el concepto de la abstracción reflexiva, idea que Dubinsky, creador de la teoría APOE, usa para describir cómo un individuo logra ciertas construcciones mentales sobre un concepto matemático determinado (Kú, Trigueros y Oktaç, 2008).

Dubinsky (1996) menciona:

> El conocimiento matemático de un individuo es su tendencia a responder a las situaciones matemáticas problemáticas reflexionando sobre ellas en un contexto social y construyendo o reconstruyendo acciones, procesos y objetos matemáticos y organizando en esquemas a fin de manejar las situaciones. (p. 32 – 33)

En esta reflexión se mencionan las construcciones mentales acción, proceso, objeto y esquema, las cuales son los elementos más importantes de la teoría.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Según Arnon, Cottril, Dubinsky, Oktaç, Roa-Fuentes, Trigueros y Weller en su libro APOS Theory (2014) un concepto matemático se concibe primero como una acción, esto quiere decir que es una transformación de un objeto matemático externo. Una acción es externa debido a que cada paso de la transformación que realiza el estudiante debe realizarse de manera explícita y guiada por instrucciones específicas y consecuentes, donde cada paso que realiza pide la siguiente acción. Se dice además que la acción es muy mecánica y repetitiva ya que el alumno aún no imagina o absorbe la esencia del concepto matemático.

Ya que el individuo tiene un concepto matemático como una construcción mental acción puede abstraerlo y convertirlo en un constructo mental proceso. Existen dos maneras de llegar a la estructura mental proceso: la interiorización y la coordinación. Cuando las acciones son repetidas por el estudiante y este logra reflexionar sobre lo que está haciendo, las acciones dejan de ser externas y se convierten en internas; esta característica de imaginar los pasos dejando de ser mecánicos se conoce como interiorización. Una acción interiorizada es una estructura mental proceso.

La siguiente abstracción mental es la encapsulación. La encapsulación ocurre cuando el individuo es capaz de ver una estructura dinámica, como lo es un proceso, como una estructura estática a la cual se le pueden aplicar acciones (Dubinsky et al., 2014). Dubinsky, Weller, McDonald, y Brown (2005) proporcionan una explicación más amplia:

> Si uno se da cuenta del proceso como una totalidad, se da cuenta de que las transformaciones pueden actuar sobre esa totalidad y puede realmente construir tales transformaciones (explícitamente o en la imaginación), entonces decimos que el individuo ha encapsulado el proceso en un objeto cognitivo. (p.339)

Existen otras abstracciones reflexivas que son: des-encapsulación, coordinación y reversión, las cuales ayudan al individuo a crear nuevas estructuras mentales. La colección de las acciones, procesos y objetos como construcciones mentales de un concepto matemático específico forman un esquema. Según Piaget (Piaget y García, 2004) existen tres niveles de esquema: nivel intra, donde las construcciones mentales que conforman el esquema no interactúan entre ellos; nivel inter, donde las estructuras mentales que conforman el esquema sí interactúan entre ellos para crear nuevas construcciones; y el esquema nivel trans, donde los constructos mentales de un concepto matemático interactúan con constructos mentales de otros conceptos matemáticos y hasta con conceptos que no tienen que ver directamente con la matemática.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA

La teoría APOE describe las diferentes estructuras mentales que va formando el estudiante cuando aprende un nuevo concepto matemático, este mapa que desarrolla el alumno le permite al profesor diseñar programas de formación permanente que contemplen estos aspectos. Badillo (2003) menciona: "Esto implica introducir al profesor de matemáticas en una reflexión didáctica y epistemológica de los conceptos matemáticos a enseñar" (p. 12), por lo que esta propuesta debe considerar al constructo descomposición genética como un elemento principal de los programas de formación; esto debido a que la organización del contenido a enseñar permitiría estructurar el concepto matemático y diseñar actividades y tareas que ayuden a la formación de las construcciones mentales (Badillo, 2003).

La descomposición genética consiste en diseñar un camino viable en términos de estructuras mentales y abstracciones reflexivas, para que un estudiante pueda seguirlo para la construcción del concepto matemático de manera exitosa. Se debe mencionar que no existe una única descomposición genética para un concepto matemático, se pueden crear diferentes descomposiciones ya que un estudiante puede aprender el concepto de diferentes maneras. (Roa-Fuentes y Oktaç, 2010)

En el artículo se presenta una propuesta de descomposición genética, la cual sería un pilar crucial, ya que permite un análisis teórico del objeto matemático, lo que ayuda a la reflexión por parte del docente para poder mejorar y orientar sus actividades en el salón de clases desde un punto de vista cognitivo y didáctico. (Gutiérrez y Valdivé, 2012)

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA DEL MÉTODO DE REDUCCIÓN

En esta sección del artículo se expone la descomposición genética propuesta para el método de reducción. Es importante recordar que, de acuerdo con la teoría APOE, siempre deben existir conocimientos previos que permitan la construcción de los nuevos conceptos, por ello la explicación de la descomposición genética del método de reducción comienza estableciendo los conceptos previos que el estudiante necesita, ya que estos son esenciales para iniciar la construcción del nuevo conocimiento, en este caso para llegar a la solución de un sistema de ecuaciones lineales por medio del método de reducción.

Antes de trabajar con sistemas de ecuaciones lineales el estudiante debe haber construido el esquema de ecuación lineal. Este esquema es el que le permite identificar una ecuación lineal, con una dos o tres incógnitas, y hacer una distinción entre esta y las ecuaciones cuadráticas que también ha estudiado previamente (identificación de ecuaciones lineales como un proceso). Dentro de este esquema también es importante que el estudiante sea capaz de interpretar un problema planteado en forma de enunciado y, a partir de él, proponer una ecuación lineal que satisfaga la información dada y que le permita calcular el o los valores solicitados (interpretación de ecuaciones lineales como un proceso). Lo anterior a su vez quiere decir que el estudiante debe ser capaz de trabajar con una ecuación lineal, haciendo despejes y sustitución de valores que le permitan llegar a determinar el valor de la o las incógnitas de la ecuación (despeje de ecuaciones lineales como un proceso). También, el estudiante reconoce cuándo la solución a la ecuación es única y cuándo el conjunto solución es infinito y las implicaciones analíticas que esto tiene en un problema.

Si el estudiante demuestra que posee estos constructos mentales, es posible que se le introduzca un nuevo concepto: sistemas de ecuaciones lineales.

En primera instancia, este concepto será intuitivo, el estudiante comprende que al poner juntas un par, o más, de ecuaciones lineales, está formando un sistema; sin embargo no es capaz de entender cómo es que estas ecuaciones se relacionan entre sí. En este momento diremos que el alumno ha construido la acción sistema de ecuaciones lineales, como se muestra en la figura 1.

El siguiente es un **ejemplo** de problema planteado como enunciado:

> Anabel pagó $145 por 3 cajas de palomitas y 2 vasos de refresco. Claudia compró 5 cajas de palomitas y 7 vasos de refresco y tuvo que pagar $315. ¿Cuál es el precio de cada caja de palomitas y vaso de refresco?”.

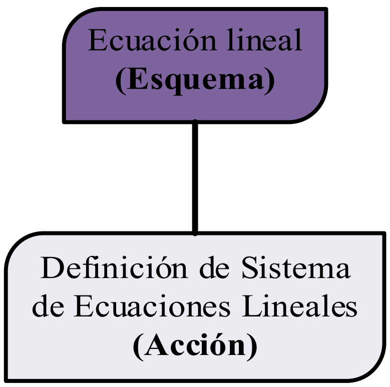


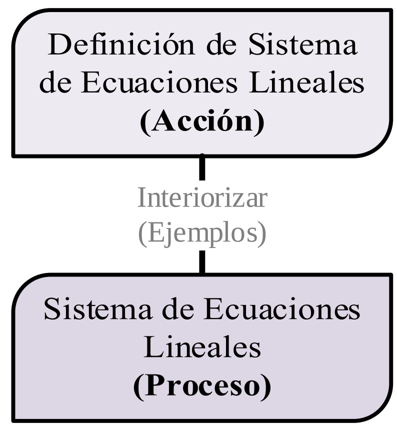
Figura 1.
Sistema de ecuaciones lineales, acción.

Esta acción puede ser interiorizada para llegar a un estado de construcción proceso. Esta interiorización se dará a través de ejemplos en los que el estudiante, a partir de un problema dado como enunciado, tenga que plantear más de una ecuación que le permita representar la información dada y llegar a determinar los valores que se le soliciten. Cuando el estudiante sea capaz de hacer y explicar estos planteamientos, está mostrando que entiende la manera en que se pueden relacionar las ecuaciones en un sistema, es decir, ha llegado a un estado de construcción proceso de este concepto. La figura 2 ilustra esta interiorización.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Figura 2.

Sistema de ecuaciones lineales, proceso.



Otro concepto previo importante que el alumno debe haber construido antes de este trabajo es el esquema de expresiones algebraicas. Este esquema puede considerarse muy amplio, dependiendo de la perspectiva desde la que se analice, por ello es importante señalar que, en este caso, son dos procesos derivados de este esquema los que resultan de gran importancia y sin los cuales el estudiante no podrá proceder con el método de reducción.

El primero del que hablaremos es el concepto de igualdad de expresiones algebraicas. Al llegar a un estado de construcción proceso de este concepto, el estudiante entiende el concepto de igualdad de expresiones como una equivalencia entre ellas. Es decir, el alumno puede identificar cuando dos expresiones son iguales o cuando una igualdad está siendo cumplida, aún si las expresiones involucradas no están expresadas en términos exactamente iguales. Por ejemplo, el estudiante reconoce que $1 = 0.3 + 0.5 + 0.2$, o que $a+b/2=0.5b+a$. Este proceso le permitirá, no solo trabajar el método en sí, sino llegar más adelante a conclusiones necesarias cuando el conjunto solución de un sistema sea vacío o infinito.

El segundo concepto es el de simplificación de expresiones algebraicas. Cuando el alumno esté en un estado de construcción proceso de este concepto significa que él es capaz de utilizar reglas de manipulación de expresiones, que ha construido dentro del mismo esquema de expresiones algebraicas, para simplificar una expresión hasta dejarla en su forma irreducible. Este conocimiento le será necesario para la aplicación del método y para encontrar la solución al sistema cuando esta sea única. La figura 3 muestra el esquema de expresiones algebraicas y los dos procesos derivados de él.

Los dos procesos mostrados en la figura 3 pueden ahora coordinarse para llevar a la construcción de un nuevo proceso. Esta coordinación se dará a través de las reglas para la manipulación de expresiones algebraicas que el estudiante ya conoce y a partir de ella se construirá el proceso de reducción de expresiones algebraicas.

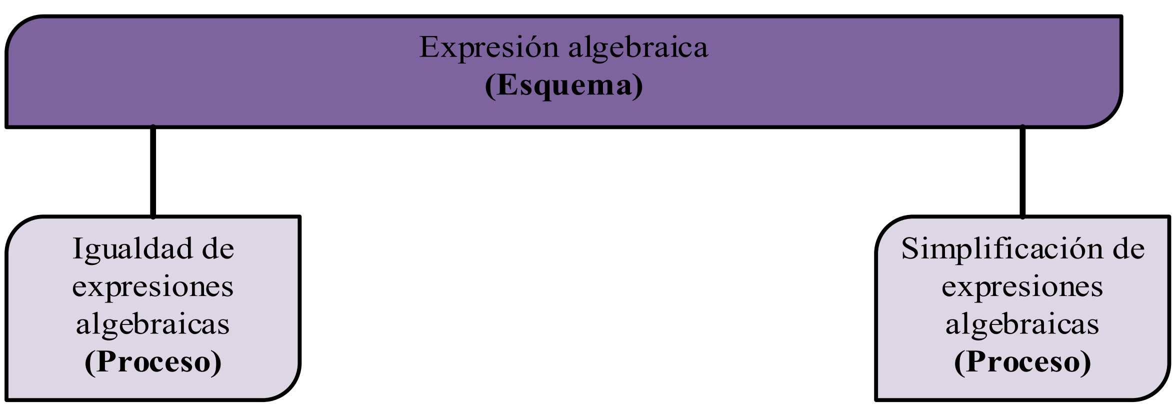


Figura 3.
Expresión algebraica, esquema.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Al construir este proceso el estudiante es capaz de manipular una expresión algebraica para sumarla, restarla, dividirla o multiplicarla con otra expresión o con un número real k y simplificarla hasta dejarla irreducible. Este será el proceso clave que le permitirá al estudiante aplicar el método de reducción, ya que este consiste precisamente en manipular una serie de expresiones, en este caso ecuaciones lineales, para eliminar una de las incógnitas. La figura 4 muestra la coordinación de la cual surge este proceso.

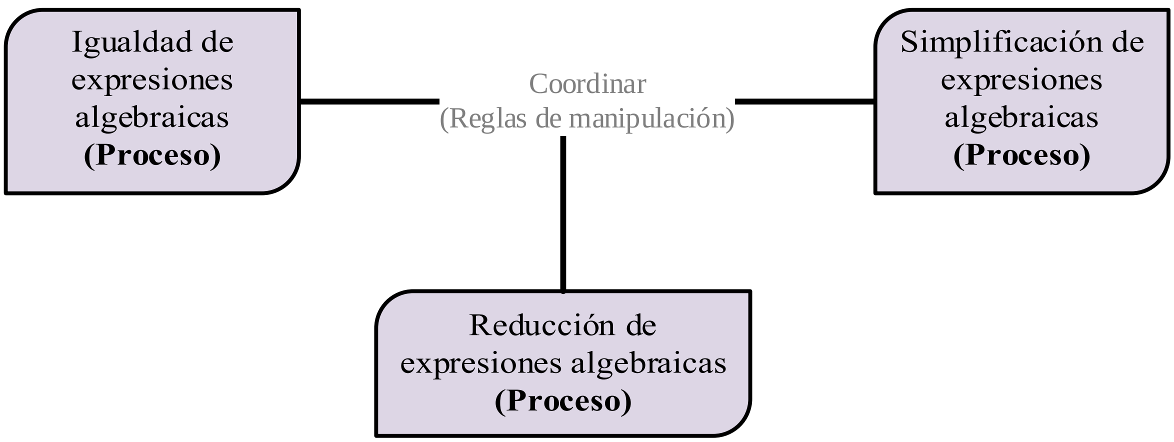


Figura 4.
Coordinación a través de reglas de manipulación.

Una vez que se ha construido este proceso, y como el estudiante ya ha construido también el concepto de sistema de ecuaciones lineales, es posible que coordine estos dos procesos a través de la aplicación del método de reducción, como se muestra en la figura 5.

Figura 5.
Coordinación por método de reducción.

En este punto es importante hacer una distinción acerca del sistema con el que se esté trabajando, pues el proceso que surja a partir de esta coordinación será diferente si el sistema tiene solución única o si su solución es vacía o infinita.

Se tomará primero el caso de un sistema con solución única. Cuando el estudiante haga la coordinación de la figura 5, es decir, cuando el estudiante aplique el método al sistema dado, ya sea un sistema de 2x2 o de 3x3, lo que obtendrá será una ecuación lineal -de una o dos incógnitas dependiendo del tamaño del sistema- que será equivalente al sistema original. Entonces, a partir de la coordinación de la figura 5 el estudiante debe construir la ecuación lineal equivalente como un proceso. Al hacer dicha construcción, mostrada en la figura 6, el alumno identifica que esa ecuación está relacionada con el sistema original y que, a partir de ella podrá determinar los valores de las incógnitas del sistema.

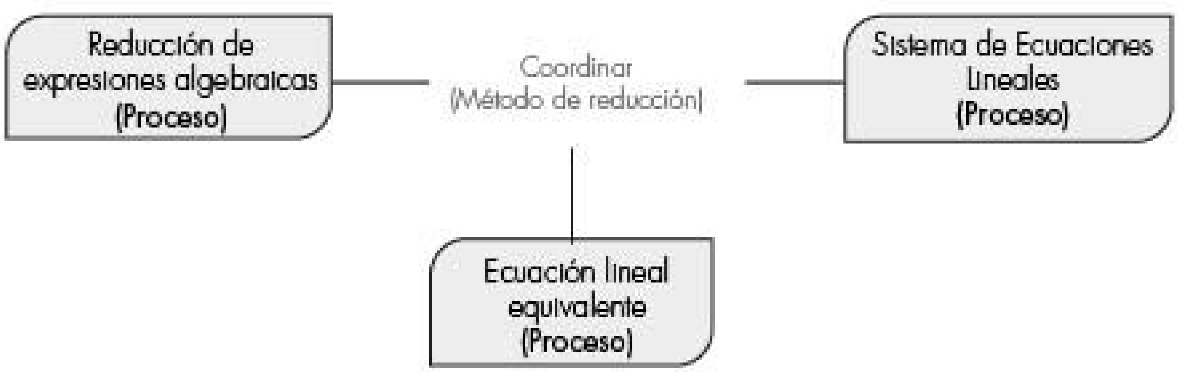


Figura 6.
Ecuación lineal equivalente, proceso.

Para poder determinar esos valores, el estudiante debe coordinar el proceso de ecuación lineal equivalente con otro proceso que ha construido previamente. El de reducción de expresiones algebraicas. Esta coordinación se dará a través de la sustitución y comprobación; es decir, el estudiante irá reduciendo la ecuación o las ecuaciones lineales equivalentes hasta determinar el valor de la primera incógnita, el cual después usara para sustituir en la ecuación lineal equivalente o en el sistema original para determinar el valor de la segunda incógnita, y así sucesivamente hasta determinar todos los valores que buscaba. Cuando haya encontrado el valor de todas las incógnitas, el estudiante los sustituirá en el sistema original para comprobar que sus cálculos sean correctos y que esos tres valores satisfacen a todas las ecuaciones lineales del sistema. Es decir, de esta coordinación, el estudiante construirá el proceso de solución única, como se muestra en la figura 7.

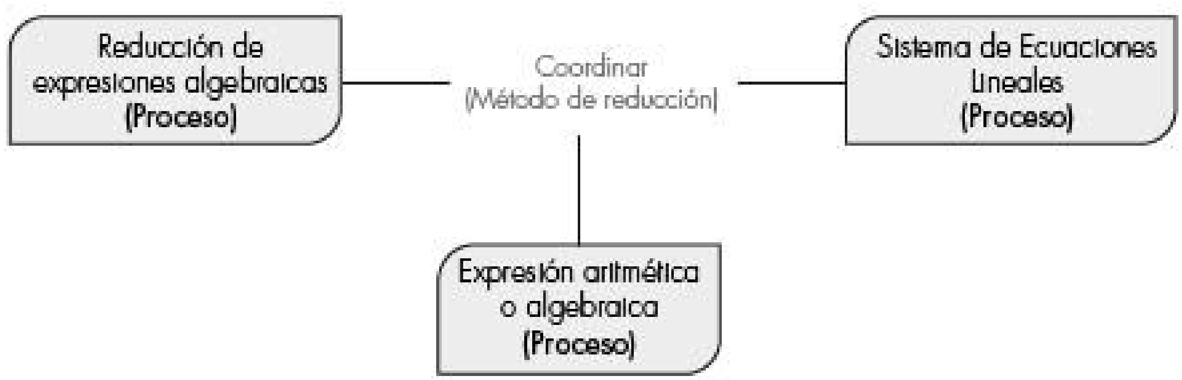
Figura 7.
Solución única, proceso.

Ahora se hablará del caso de sistemas con solución vacía o soluciones infinitas. Al realizar la coordinación de la figura 5, es decir, al aplicar el método de reducción, el estudiante no podrá llegar a una ecuación lineal equivalente como en el caso anterior, si no que obtendrá una expresión, que puede ser aritmética o algebraica. El estudiante entonces necesita el proceso de expresiones aritméticas o algebraicas, el cual se construye a partir de los conocimientos que el estudiante ya tiene sobre expresiones algebraicas. Este proceso le permite al estudiante reconocer que la expresión a la que se enfrenta es precisamente eso, una expresión y no una ecuación. Esta construcción se muestra en la figura 8.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Figura 8.

Expresión aritmética o algebraica, proceso.



A partir de esta construcción, el estudiante buscará simplificar la expresión hasta dejarla irreducible y al hacerlo se enfrentará a una expresión del tipo 9=4, x=3x, 2=2, h=h, etc. Entonces el estudiante necesitará coordinar esta expresión aritmética con un proceso que ha construido previamente, el de igualdad de expresiones, para determinar si la igualdad se está cumpliendo o no. Esta coordinación se puede hacer a través de dos mecanismos mentales distintos, el de verdad o el de contradicción.

Cuando el estudiante encuentre una expresión que sea contradictoria (9=4, x=3x) podrá concluir que el sistema no tiene solución, es decir, su conjunto solución es vacío. El estudiante podrá llegar a esta conclusión debido a que, cuando construyó el proceso de sistemas de ecuaciones lineales, comprendió que para que el sistema tenga solución debe haber al menos un par o triada de valores que satisfagan todas las ecuaciones del sistema a la vez y, en este caso, dado que no es posible encontrar ni siquiera uno de esos pares o triadas, se concluye que el sistema no tiene solución, permitiendo que el estudiante construya el concepto de solución vacía como un proceso, tal y como se muestra en la figura 9.

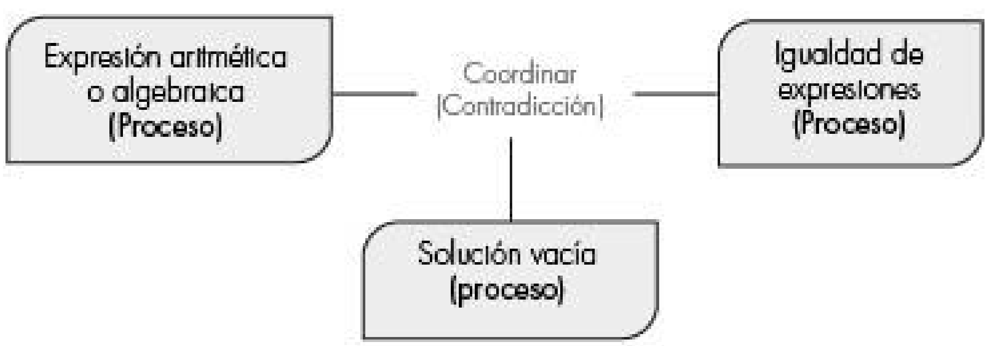


Figura 9.
Solución vacía, proceso.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Por otro lado, cuando el estudiante encuentre una expresión que represente una verdad (2=2, h=h) podrá concluir que el sistema con el que está trabajando tiene infinitas soluciones, esto debido a que en el esquema de ecuación lineal el estudiante ya ha trabajado con ecuaciones con soluciones infinitas y comprende este concepto y lo que implica al momento de resolver una ecuación. Así el estudiante llegará a construir el concepto de soluciones infinitas como un proceso, entendiendo que esto significa que si se tiene una igualdad es porque existen infinitos pares o triadas de valores que satisfacen a todas las ecuaciones lineales del sistema. Esta construcción se muestra en la figura 10.

Figura 10.
Soluciones infinitas, proceso.

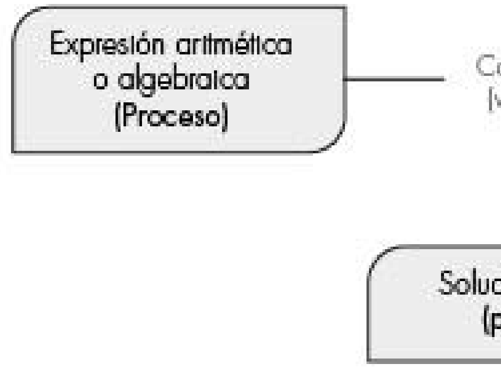
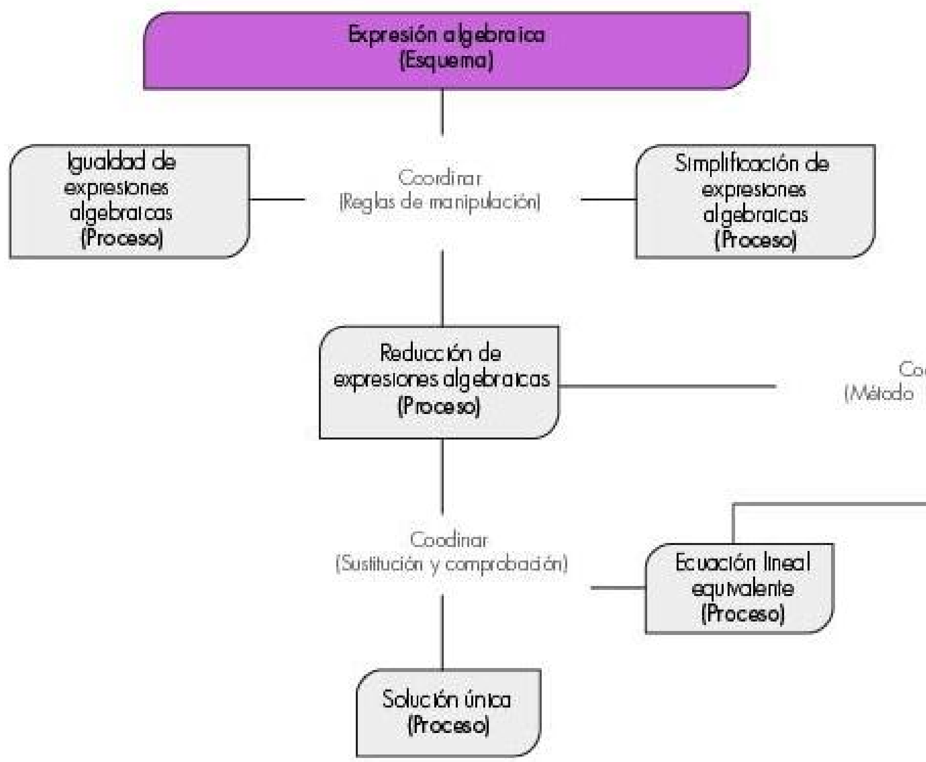
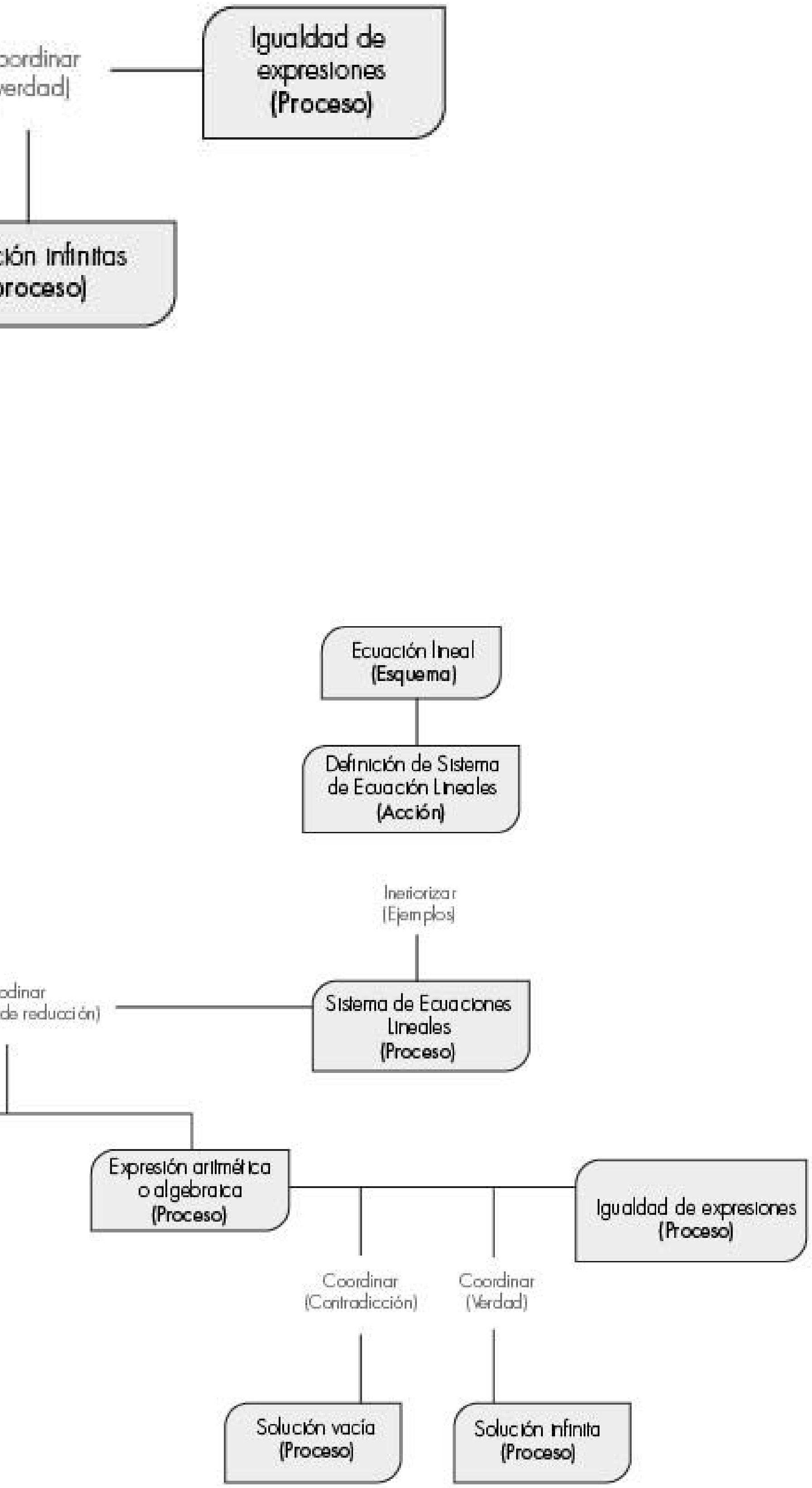


Figura 11.
Descomposición genética, metodo de reducción.





Igualdad de expresiones (Proceso)
Ecuación lineal (Esquema)
Definición de Sistema de Ecuación Lineales (Acción)
Ineriorizar (Ejemplos)
Sistema de Ecuaciones Lineales (Proceso)
Expresión aritmética o algebraica (Proceso)
Igualdad de expresiones (Proceso)
Coordinar (Contradicción)
Coordinar (Verdad)
Solución vacía (Proceso)
Solución infinita (Proceso)

VALIDACIÓN DE LA DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA

Actualmente, como parte del desarrollo de un trabajo de tesis de maestría, se está realizando la validación de la descomposición genética presentada en este artículo. Para realizar esta validación se dividió la descomposición genética en dos secciones: conocimientos previos y métodos de reducción. Las preguntas diseñadas para evaluar conocimientos previos permitirían observar si el estudiante tiene los constructos base necesarios para el aprendizaje del método de reducción. Las preguntas diseñadas para evaluar el método de reducción permitirían observar si los alumnos efectivamente desarrollan el método como se explica en la descomposición genética y si logran llegar a una conclusión acerca de la solución del sistema de ecuaciones lineales.

Se recomienda que estos instrumentos se apliquen por separado pues, si el estudiante no tiene éxito al demostrar que posee los constructos previos, es altamente probable que tampoco tenga éxito en la aplicación del método, pues de acuerdo con la teoría APOE el estudiante no puede aprender sin una base de conocimientos previos sólidamente construidos.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Instrumento 1: Conocimientos previos

Como se mencionó, este instrumento busca evaluar los elementos de la descomposición genética que se consideran conocimientos previos, que el alumno debe haber construido antes de trabajar con sistemas de ecuaciones lineales y su solución. El instrumento consiste en seis preguntas que permitirán evaluar los seis constructos mentales mostrados en la figura 12.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

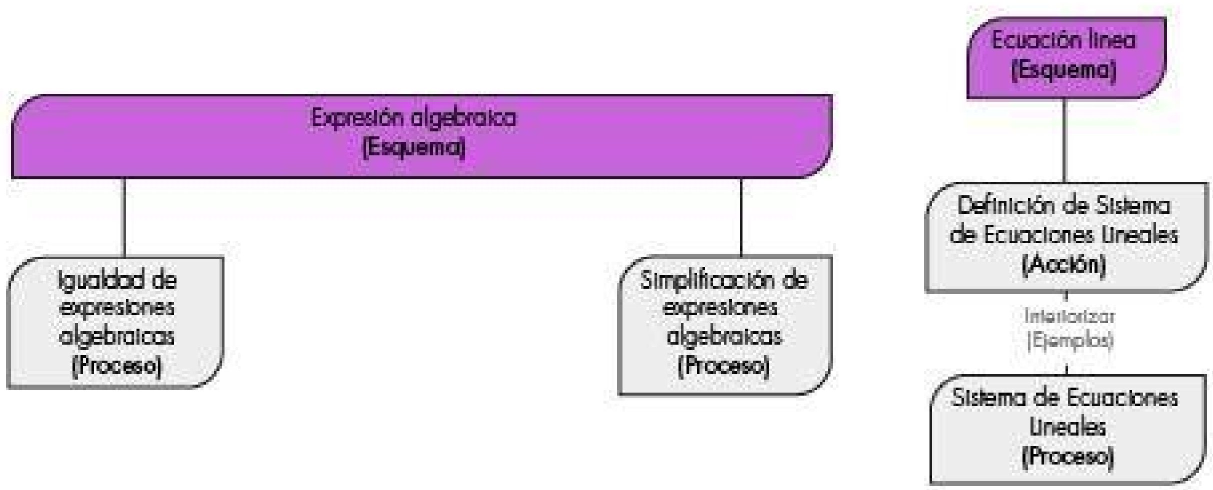


Figura 12.

Constructos evaluadas en el instrumento 1.

Instrumento 2: Método de reducción

Este instrumento está diseñado para evaluar la aplicación del método de reducción en la solución de sistemas de ecuaciones lineales cuadrados de dos y tres incógnitas. Es necesario que el instrumento incluya al menos un sistema con solución única, uno con solución vacía y uno con soluciones infinitas. Esto con la finalidad de observar todos los constructos incluidos en la descomposición genética, que son los mostrados en la figura 13.

Se recomienda que el sistema con solución única sea un sistema de 3x3, ya que, a diferencia de un sistema de 2x2 permitiría observar con mayor profundidad el manejo algebraico de los estudiantes.

Los sistemas sin solución y con soluciones infinitas pueden ser sistemas de 2x2, ya que en este caso la parte más importante a analizar es la coordinación entre los procesos de expresión aritmética o algebraica e igualdad de expresiones, mostrados en las figuras 9 y 10, dejando un poco de lado el manejo algebraico.

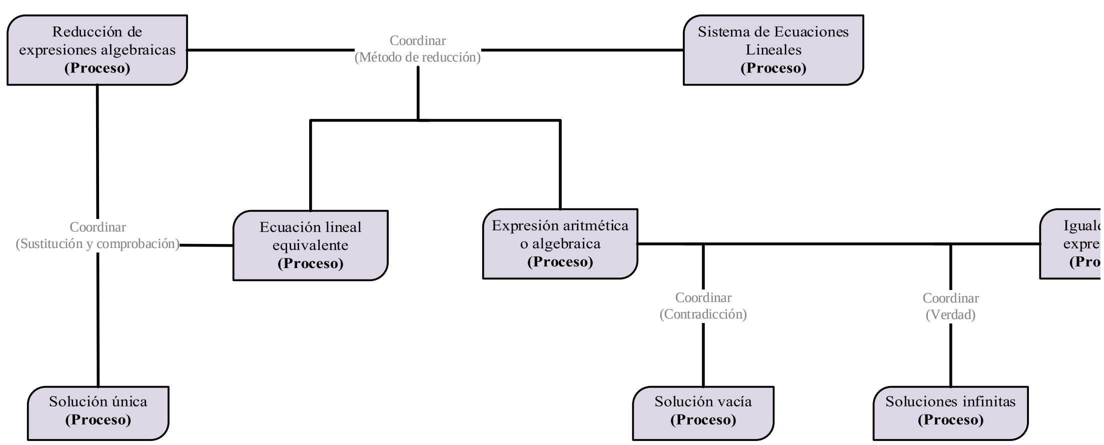


Figura 13.

Constructos evaluados por la figura 12.

Para el análisis de las respuestas del estudiante se recomienda elaborar rúbricas, en las cuales se describa lo que se espera que el estudiante demuestre en cada estado de construcción de un concepto. Con base en los resultados obtenidos al analizar las respuestas de los estudiantes, se podrá determinar si la descomposición genética se valida o se refina.

CONCLUSIONES

Es importante recordar que lo que se presenta en este trabajo es la primera versión de la descomposición genética. Antes de poder utilizarla como base para el diseño de secuencias de enseñanza o de instrumentos de evaluación, es necesario evaluar la descomposición por sí misma. El diseño de los instrumentos para la validación de las de composiciones genéticas queda a criterio del investigador, quien siempre debe tomar en cuenta que es indispensable evaluar todos los constructos de la descomposición. Al aplicar y analizar los instrumentos existen dos posibles resultados: por un lado, la descomposición genética puede ser validada tal y como fue planteada o, puede que necesite hacerse una refinación de la misma, ajustándose a los constructos que los estudiantes demuestren.

La elaboración de una descomposición genética requiere amplios conocimientos del concepto matemático a estudiar y siempre tener presente el contexto en el que será estudiado, las riquezas y limitaciones del mismo.

El diseño y validación de una descomposición genética es una herramienta poderosa, ya que nos permite visualizar cuáles de los constructos matemáticos que el investigador plantea realmente están en juego cuando el estudiante aprende, cuáles no logran desarrollarse a su potencial requerido y cuáles se desarrollan más allá de lo previsto. Es importante analizar cómo la información obtenida de una investigación de este tipo permitiría influir de manera positiva en el aprendizaje de los estudiantes.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

REFERENCIAS

Arnon, I., Cottril, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa-Fuentes, S., Trigueros, M. y Weller, K. (2014). APOS Theory, A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education. New York, EEUU: Springer.

Baldillo, E. (2003). La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje en profesores de matemáticas de Colombia (tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, España.

Dubinsky, E. (1996). Aplicación de la perspectiva piagetiana a la educación matemática universitaria. Educación matemática., 8(3), 24 – 41.

Dubinsky, E., Weller, K., McDonald, M. y Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: an APOS analysis: Part 1. Educations studies in mathematics, 58, 335 – 359.

Gutiérrez, L. y Valdivé, C. (2012). Una descomposición genética del concepto de derivada. Gestión y gerencia, 6(3), 104 – 122.

Kú, D., Trigueros, M. y Oktaç, A. (2008). Comprensión del concepto de base de un espacio vectorial desde el punto de vista de la teoría APOE. Educación matemática, 20(2), 65 – 89.

Piaget, J. y García, R. (2004). Psicogénesis e historia de la ciencia. D.F, México: Siglo XXI Editores.

Roa-Fuentes, S. y Oktaç, A. (2010). Construcción de una descomposición genética: análisis teórico del concepto transformación lineal. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 13(1), 89 – 112.

Zill, D. y Dewar, J. (2012). Álgebra, trigonometría y geometría analítica. D.F., México: McGraw-Hill/Interamericana Editores.

Secretaría de Educación Pública (2017). Aprendizajes esperados, Matemáticas Secundaria 2°. Obtenido de Aprendizajes Clave para la Educación Integral: http://www.aprendizajesclave.sep.gob.mx/sec-ae-pensamiento-mate2.html

Subsecretaría de Educación Pública. (2013). Materiales de apoyo para procesos de evaluación al SPD. Matemáticas. Obtenido de Subsecretaría de Educación Media Superior. Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico: http://cosdac.sems.gob.mx/maespd/index.php/ctr/matematicas

Subsecretaría de Educación Media Superior (2017). Programas de estudios: Matemáticas I. México: Secretaría de Educación Pública. Recuperado de (2017): http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/primer-semestre/MATEMATICAS-I.pdf

RE FE REN CIAS

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.