PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

FIGURAS DE ANCHO CONSTANTE: UN RECURSO PARA LA ENSEÑANZA DE CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA EUCLIDIANA ENFOQUE SEMIÓTICO

Mariana Mejía-Llamas
Maestría en Didáctica de las Matemáticas, Facultad de Ingeniería, UAQ.
marllamas93@hotmail.com

RESUMEN

En este trabajo se exponen algunas propiedades y aplicaciones de las figuras de ancho constante, así como algunas maneras de construirlas. Esto con el fin de mostrar que se puede acceder a conceptos muy interesantes (y que tienen aplicaciones reales) con tan sólo nociones básicas de Geometría, lo que permite que este tema se pueda abordar en un curso elemental de Geometría para enseñar de una manera atractiva conceptos tales como recta perpendicular, recta paralela, recta tangente, etc., a los estudiantes de dicha asignatura.

PALABRAS CLAVE

Figuras de ancho constante, líneas soporte, convexidad, triángulo de Reuleaux

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

ABSTRACT

In this work, some properties and applications of the figures of constant width are exposed, as well as how to build them. This in order to show that it's possible access to very interesting concepts (with real applications) with only basic notions of Geometry, which allows this topic to be addressed in a elementary course of Geometry to teach in an attractive way concepts such as straight perpendicular, straight parallel, tangent line, etc., to the students of this subject.

KEYWORDS

Figures of constant width, supporting lines, convexity, Reuleaux triangle.

El matemático húngaro G. Polya considera que uno de los requisitos para que el aprendizaje sea efectivo es que el aprendiz sienta un genuino interés en el material a ser aprendido. Así, es deber del maestro generar dicho interés en el concepto, en el tema, en la propia asignatura que va a enseñar a sus estudiantes, en palabras del propio Polya:

> El maestro debe considerarse a sí mismo como un vendedor: él desea vender algunas matemáticas a los más jóvenes. [...] Es su deuda como maestro, como vendedor del conocimiento, convencer al estudiante de que las matemáticas son interesantes, que el punto bajo discusión es interesante, que el problema que se supone debe realizar merece su esfuerzo. (Polya, 1981, p. 105).

INTRODUCCIÓN

El propósito del presente trabajo es entonces mostrar una forma en la que el maestro puede lograr que sus alumnos se interesen por el estudio de algunos conceptos básicos de Geometría euclidiana, conceptos como: recta tangente, rectas perpendiculares, circunferencia, ángulo, por mencionar sólo algunos. Lo creemos necesario ya que no es fácil que un alumno sienta disposición a aprenderlos debido, en gran parte, a lo abstracto que podrían resultarle. Quizá por la forma en que tradicionalmente se enseña Geometría euclidiana, en donde sólo se enuncian definiciones, axiomas y teoremas, el estudiante considera que dichos conceptos son sólo información inútil, sólo ideas vaporosas que nada tienen que ver con él y mucho menos con la realidad que le rodea, y que por tanto no merecen su atención.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

La propuesta consiste en hacer uso del concepto de figura de ancho constante para motivar a estudiantes de bachillerato a aprender conceptos geométricos elementales de la asignatura de Geometría euclidiana.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Como se verá más adelante, las figuras de ancho constante tienen bellas propiedades y aplicaciones reales, las cuales indudablemente cautivarán a los estudiantes; además, demostrar dichas propiedades es relativamente sencillo, pues únicamente se necesitan nociones elementales de Geometría euclidiana (mismas nociones que son el objeto de enseñanza del maestro que imparte Geometría euclidiana a nivel Medio Superior). Considerando lo anterior, y con el fin de motivar al alumno a aprender conceptos elementales de Geometría euclidiana, proponemos que antes de la exposición formal de estos conceptos, el maestro comience con la presentación de algunas de las cualidades y aplicaciones de las figuras de ancho constante; y una vez obtenida la atención del alumno y generado su interés por saber más sobre estas figuras, se proceda a la demostración formal de algunas de sus propiedades. Los alumnos entonces querrán aprender esos conceptos elementales de Geometría euclidiana ya que son necesarios para poder demostrar las propiedades de las figuras que tanto los han fascinado.

Para el lector que hayamos logrado convencer de emprender la enseñanza de conceptos básicos de Geometría euclidiana partiendo del concepto de figura de ancho constante, se elaboró la sección Sobre figuras de ancho constante (p. 8). El objetivo de la sección es, primeramente, familiarizarlo con este concepto (si no está familiarizado ya). Así mismo, pretende mostrarle un par de aplicaciones reales de estas figuras, las cuales pueden utilizarse para atraer el interés de los estudiantes. Las aplicaciones que mencionamos en esa sección son: tapadera de alcantarilla y broca para perforar agujeros cuadrados, sin embargo no son las únicas. Por ejemplo, las figuras de ancho constante también se utilizan en algunos proyectores de cine o en el motor de émbolo rotativo.

Para presentar a los estudiantes dichas aplicaciones, se sugiere que el maestro utilice la herramienta didáctica de primer orden en la labor docente: la pregunta. A modo de ejemplo, considere las siguientes cuestiones:

- En la antigüedad, para trasladar enormes bloques de piedra, las personas usaban troncos de árboles, es decir, usaban rodillos circulares (rodillos cuya sección transversal es un círculo), ver Figura A. Cuando estos rodaban, el bloque era trasladado sin subir ni bajar, manteniéndose siempre a la misma altura. ¿Es posible que haya rodillos que tengan esa misma propiedad pero cuya sección transversal no sea un círculo, sino un triángulo o un cuadrado, por ejemplo?
- ¿Por qué las tapas de las alcantarillas son circulares? ¿Por qué no es recomendable una t

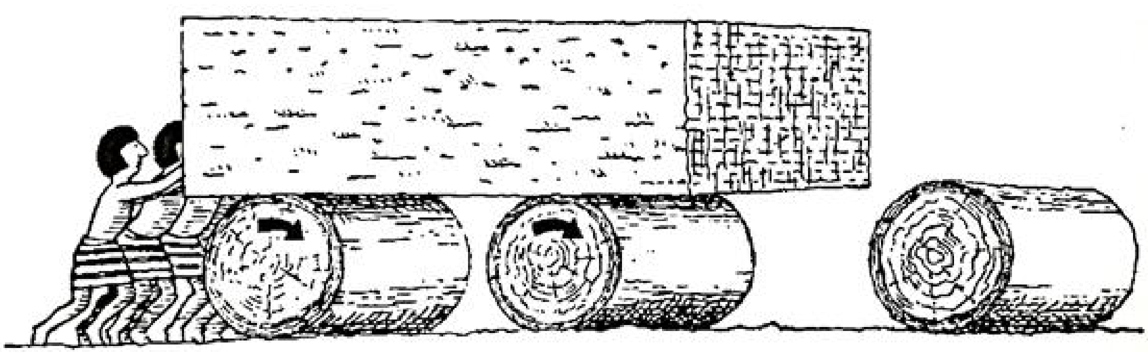


Figura A

(Fuente: Bolt, 1991)

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Observe que las cuestiones anteriores pueden despertar la curiosidad de los estudiantes ya que, al estar relacionadas con objetos o experiencias cotidianas para ellos, éstas les son significativas. Pero además, provocan una inquietud en el estudiante al plantearle situaciones "inconcebibles" o situaciones en las que no se habían detenido a pensar. (El concepto de figura de ancho constante hace posible la formulación de este tipo de preguntas).

Una vez conseguido el interés de los alumnos por conocer más sobre las figuras de ancho constante, se pasaría a enunciar y demostrar algunas de sus propiedades más interesantes. En la sección Sobre figuras de ancho constante, se muestran algunas formas de construir estas figuras, en particular se hace énfasis en la construcción que comienza con tres rectas que se intersectan mutuamente. Así mismo se hace la demostración de porqué esa construcción produce una figura de ancho constante (Demostración 1, p. 14); y se demuestra también que si la figura obtenida tiene ancho h entonces su perímetro será igual a πh (Demostración 2, p. 15). Lo anterior con el fin de mostrar al lector que, efectivamente, la demostración de propiedades relacionadas con las figuras de ancho constante únicamente involucra conceptos elementales de Geometría euclidiana, lo que hace posible que los estudiantes puedan realizarlas. Demostrar estas propiedades puede ser una actividad usada para dos propósitos:

- Que el alumno reafirme conceptos de Geometría elemental, considerando que ya domina conceptos tales como triángulo, circunferencia, ángulo, medida de un arco de circunferencia, etc.
- Que el alumno se interese por aprender algunos conceptos básicos de Geometría euclidiana, tales como: recta tangente, rectas paralelas, rectas perpendiculares; y no sólo los conceptos por sí mismos, sino también algunas relaciones que existen entre ellos (como que el radio de una circunferencia trazado al punto de tangencia es perpendicular a la tangente).

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

De manera un poco más específica podemos decir qué conceptos elementales de Geometría euclidiana (si no todos, al menos sí los más importantes) involucra la Demostración 1 y cuáles involucra la Demostración 2.

Demostración 1	Demostración 2
Rectas paralelas, rectas perpendiculares, circunferencia, arco de circunferencia, recta tangente, punto de intersección, igualdad de segmentos, la propiedad de que el radio de una circunferencia trazado al punto de tangencia es perpendicular a la tangente	Arco de circunferencia, medida de un arco de circunferencia, perímetro, ángulo, la propiedad de que los ángulos interiores de un triángulo suman 180°

El lector puede ya entonces desplegar su creatividad en la utilización de estas demostraciones para enseñar sus conceptos de Geometría euclidiana. Quizá podría proponer a sus alumnos demostrar por qué la construcción basada en un polígono regular con un número impar de lados (p. 16) crea una figura de ancho constante; o demostrar por qué su perímetro es πh, donde h es la diagonal mayor del polígono. Pero no sólo eso, podría también pedirles que calculen el área de una figura de ancho constante, por ejemplo, el área de un triángulo de Reuleaux de ancho h (p. 9), y una vez obtenida pedirles también que demuestren que: a pesar de que el círculo de diámetro h tiene el mismo perímetro que un triángulo de Reuleaux de ancho h, πh, su área es mayor. (El área de un círculo de diámetro h $\frac{\pi h^2}{4} \approx 0.7854\, h^2$ es ≈0.7854 h^2, mientras que la de un triángulo de Reuleaux de ancho h es $\frac{h^2}{2}(\pi - \sqrt{3}) \approx 0.7048\, h^2$).

Hay que señalar que no sólo demostrando algunas propiedades de las figuras de ancho constante podemos abordar conceptos de Geometría euclidiana. El maestro puede diseñar preguntas o problemas relacionados con las figuras de ancho constate cuya resolución implique también el dominio o conocimiento de conceptos básicos de Geometría euclidiana. Algunos ejemplos de estas preguntas son:

- ¿Por qué la broca de Watts requiere un dispositivo que la haga girar describiendo una circunferencia?
- Diseñe un conjunto de rodillos que sea adecuado para trasladar una estructura cuya sección transversal sea la mostrada en la Figura B.
- Considere el método para construir figuras de ancho constante que parte de la intersección de tres rectas que se intersectan mutuamente. ¿Qué pasa si usa el método sólo para dos líneas rectas?

Figura B
(Fuente: Bolt, 1991)

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Estos problemas aparecen al final de la sección 8 del libro de Brian Bolt, Mathematics meets Technology (ver bibliografía).

Con todo lo dicho y con la pequeña sección que viene a continuación, esperamos haber podido mostrar al lector que es posible interesar a los alumnos por el estudio de la Geometría euclidiana (a nivel Medio Superior o incluso profesional) por medio de las figuras de ancho constante. El cual es un concepto lleno de aplicaciones ingeniosas y propiedades fascinantes que encantarán a los estudiantes. Por último, al realizar este trabajo deseábamos también incitar al maestro a buscar formas de motivar a sus alumnos por el estudio de su asignatura. Hay muchos otros conceptos matemáticos, con bellas cualidades capaces de asombrar y cautivar a cualquier persona, que pueden ser usados, no sólo para enseñar un objeto matemático, sino también como fuentes de ideas para enriquecer la enseñanza de muchas otras asignaturas.

FIGURAS DE ANCHO CONSTANTE

Supongamos que tenemos una figura plana, convexa y acotada Γ, y una dirección determinada t (Figura 1). Consideremos una recta l perpendicular a dicha dirección. Si proyectamos todos los puntos frontera de la figura, es decir, si trazamos rectas perpendiculares desde cada uno de estos puntos a la recta l, observamos que esta proyección forma un segmento AB en l.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

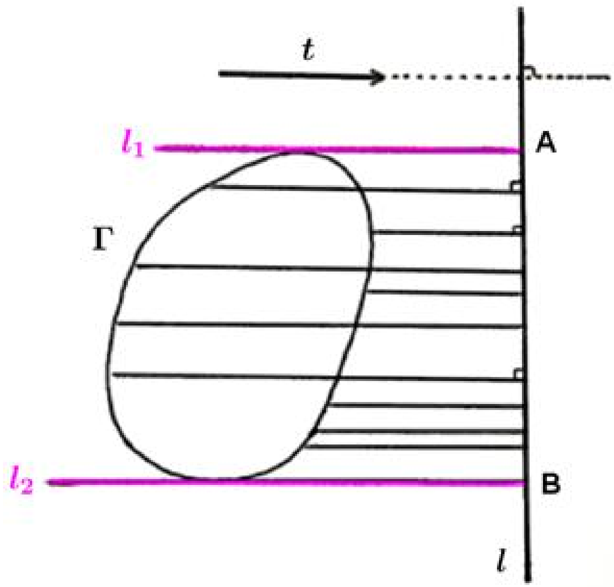


Figura 1

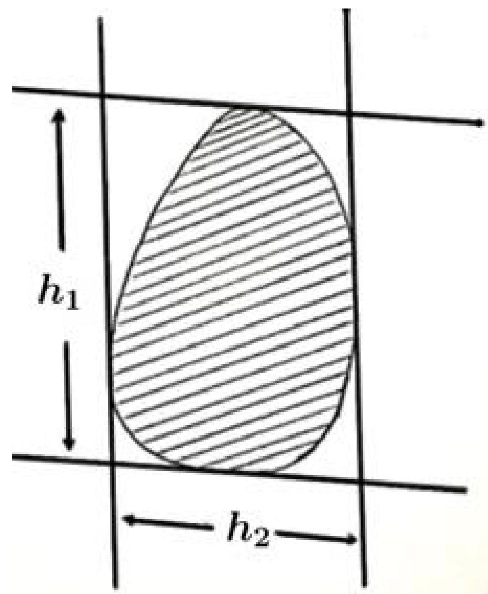


Figura 2

A la longitud del segmento AB se le conoce como el ancho de Γ en la dirección t. Las líneas de la proyección que pasan por A y B (l_1 y l_2, respectivamente) se llaman líneas soporte de Γ. Ya que estas líneas tocan a Γ únicamente en su frontera (i.e. no contienen ningún punto interior de Γ), cumplen que toda la figura se encuentra de un solo lado de estas líneas. Es claro por la construcción que en cualquier dirección dada se pueden trazar exactamente dos líneas soporte a una figura convexa y acotada, las cuales serán paralelas entre sí y paralelas a la dirección dada. Regresando a la definición que nos interesa, observamos que el ancho de la figura puede ser diferente dependiendo de la dirección (Figura 2). A las figuras convexas y acotadas que mantienen el mismo ancho en todas las direcciones se les llama figuras de ancho constante.

¿Puede pensar en alguna figura que tenga ancho constante? Quizá al lector la figura que le vino de inmediato a la mente fue el círculo, y efectivamente, el círculo es una figura de ancho constante cuyo ancho es igual a su diámetro. ¿Puede pensar en alguna otra? Esta tarea parece un poco más complicada, pero lo cierto es que existen una infinidad de figuras de ancho constante.

Después del círculo, la figura de ancho constante más simple es el triángulo de Reuleaux. Su construcción es bastante sencilla. Empezamos con un triángulo equilátero ABC de lado d y con centro en cada vértice trazamos arcos de circunferencia de radio d cuyos extremos sean los otros dos vértices restantes (Figura 3). Esta figura es de ancho constante ya que dada cualquier dirección, el par de líneas soporte paralelas a esa dirección cumplen que: una es tangente a uno de los arcos que conforman a la figura y la otra pasa por el vértice que le es opuesto [¿por qué? (*)]; teniéndose así que la distancia entre cualquier par de líneas soporte del triángulo de Reuleaux será siempre d.

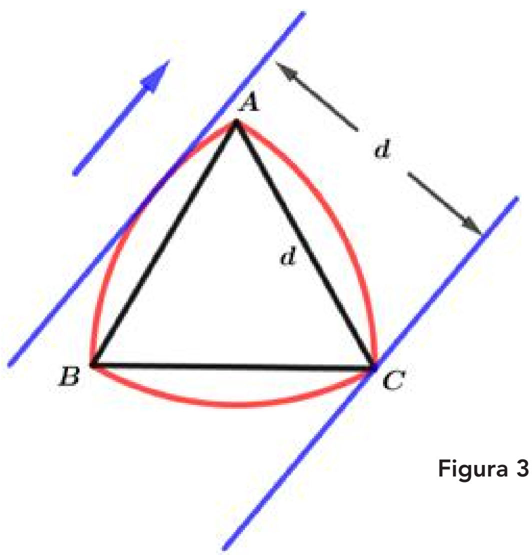
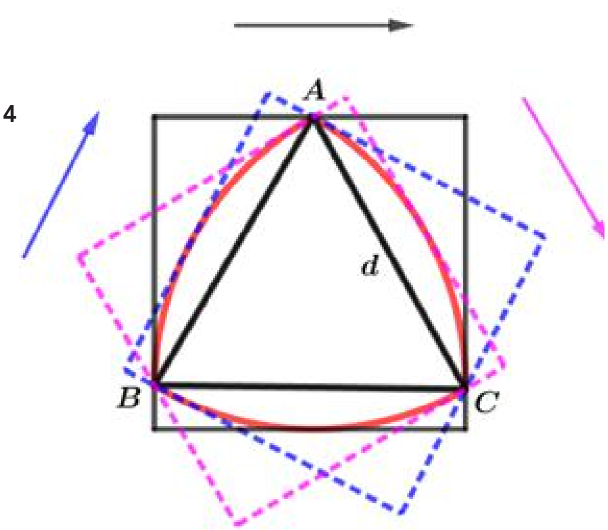


Figura 3

Figura 4



PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

El triángulo de Reuleaux recibe su nombre del ingeniero y matemático alemán Franz Reuleaux, quien probó que en cualquier dirección siempre es posible encontrar un cuadrado que circunscriba a la figura y que tenga uno de sus lados paralelo a esa dirección (Figura 4). Lo anterior es fácil de ver, supongamos que tenemos una figura convexa y acotada Γ, sabemos que en cualquier dirección existen exactamente dos líneas soporte paralelas a ésta, si trazamos otro par de líneas soporte perpendiculares a las primeras, obtendremos un rectángulo (Figura 5). Pero si Γ tiene ancho constante, digamos d, entonces obtendremos un cuadrado de lado d. (Así, esta propiedad no es única del triángulo de Reuleaux sino que todas las figuras de ancho constante la cumplen).

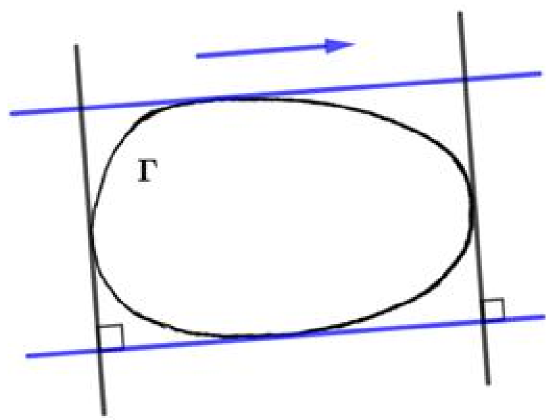


Figura 5

Dicho en otras palabras, Reuleaux mostró que esta figura puede rotar dentro de un cuadrado tocando en todo momento sus cuatro lados (Figura 6).

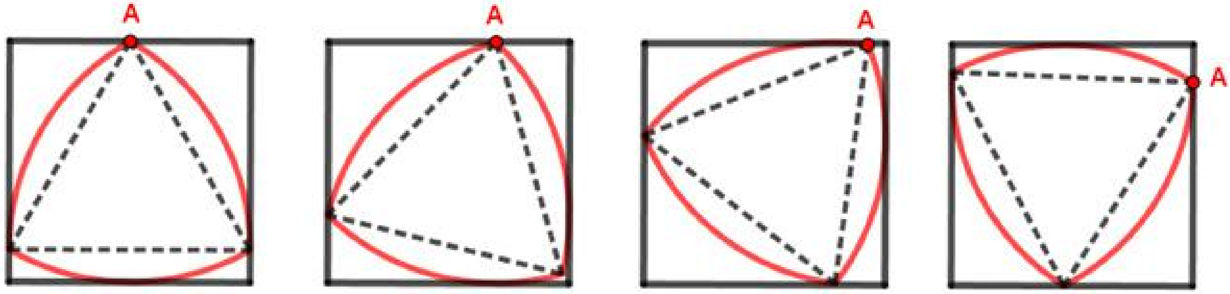


Figura 6

Es precisamente a esta propiedad a la que se debe una de las aplicaciones más ingeniosas del triángulo de Reuleaux: perforar agujeros cuadrados. En 1914, el ingeniero británico Harry James Watts ideó una broca con forma de triángulo de Reuleaux para tal fin. La sección transversal de dicha broca es un triángulo de Reuleaux al que se le han quitado tres regiones para permitir una salida a las virutas del material que se está perforando (Figura 7). Para hacer las perforaciones, esta broca se monta en un dispositivo que la hace girar (describiendo una circunferencia) dentro del hueco cuadrado de una placa metálica que le sirve de guía y que está colocada sobre el material que se desea perforar (Figura 8).

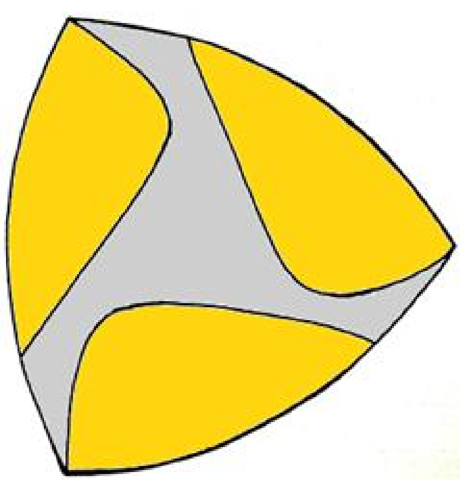


Figura 7

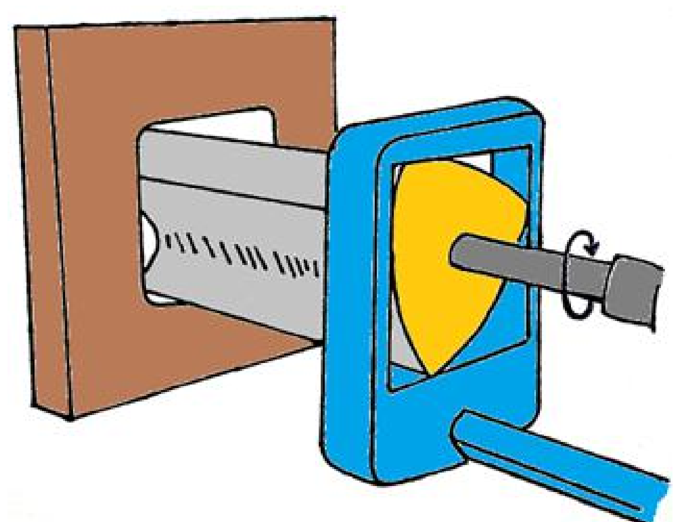


Figura 8

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Otra de las aplicaciones de las figuras de ancho constante, y en particular del triángulo de Reuleaux, ha sido en el diseño de tapas de alcantarillas. Una de las razones por la que las tapas de las alcantarillas son circulares es para que, cuando se lleguen a retirar, no se vayan a ir accidentalmente por el agujero. Sea cual sea la posición de la tapa circular, ésta jamás caerá debido a que es una figura que tiene ancho constante (Figura 9).

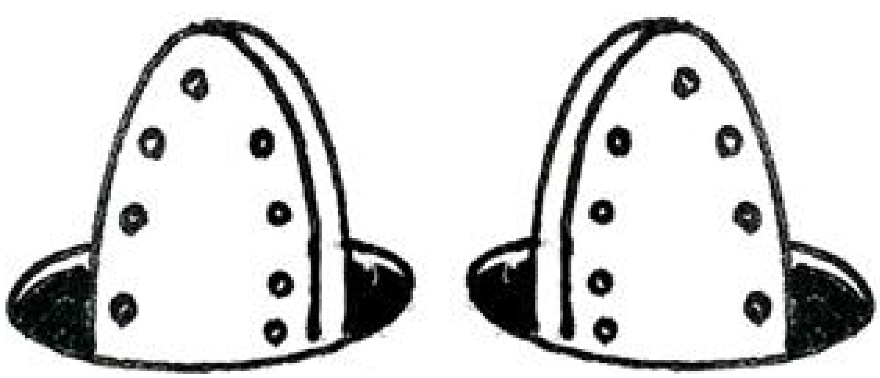


Figura 9

¿Por qué no sería muy recomendable construir una tapa de alcantarilla cuadrada? Piense en que si en un momento se tuviera la necesidad de retirar la tapa y por algún descuido, al querer volver a colocarla en su lugar, uno de sus lados tomara una posición perfectamente vertical y sobre la diagonal del cuadrado, irremediablemente caería al hoyo (Figura 10). Y esto se debe a que el cuadrado no tiene ancho constante, pues recuerde que la diagonal del cuadrado es mayor que su lado (Figura 11).

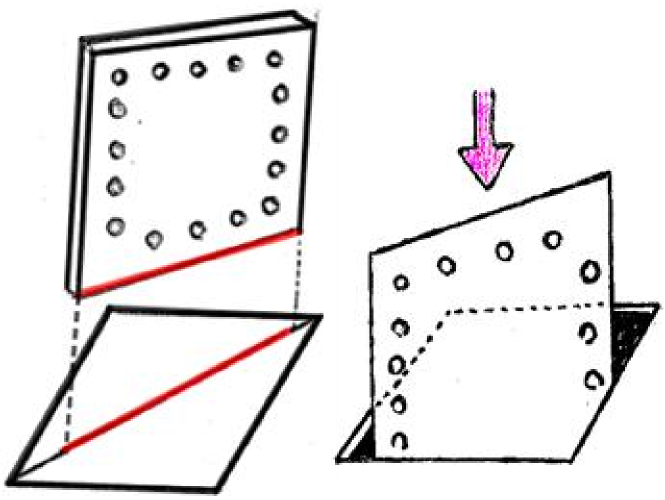


Figura 10

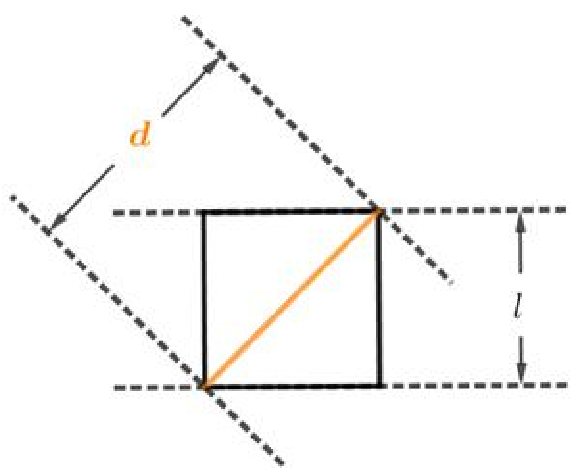


Figura 11

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Entonces para que una tapa de alcantarilla sea adecuada únicamente se necesita que tenga ancho constante. Así, una tapa en forma de triángulo de Reuleaux es igual de eficiente que una tapa circular. De hecho hay ciudades que han adoptado esta forma para el diseño de las tapas de sus alcantarillas, por ejemplo en la Figura 12 se muestra una tapa de alcantarilla de San Francisco, Estados Unidos.

Figura 12

Quizá a estas alturas el lector ya esté un poco impaciente al notar que únicamente se ha hablado del triángulo de Reuleaux a pesar de que se dijo que había una infinidad de figuras de ancho constante. Hay muchas formas de construirlas, pero por lo pronto vamos a mostrar una manera de obtenerlas a partir de un triángulo que no necesariamente sea equilátero, y que nos servirá de pretexto para hablar sobre más propiedades de las figuras de ancho constante. Tracemos tres líneas rectas que al intersectarse formen un triángulo cualquiera $\triangle ABC$ (Figura 13). Sobre la recta AB escogemos un punto D que no esté sobre el segmento AB y trazamos un arco con centro en A y que vaya desde D hasta la recta AC; sea E el punto donde se intersectan. Ahora, con centro en C trazamos un arco que vaya desde E hasta la recta BC; sea F el punto donde se intersectan. Si continuamos con este procedimiento, es decir, conectando los arcos uniendo el extremo de uno con la línea inmediata (en el sentido contrario al de las manecillas del reloj) median una figura cerrada Φ la cual tendrá ancho constante.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

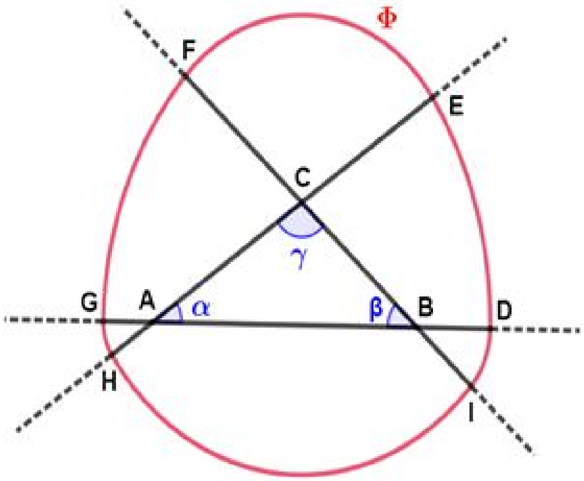


Figura 13

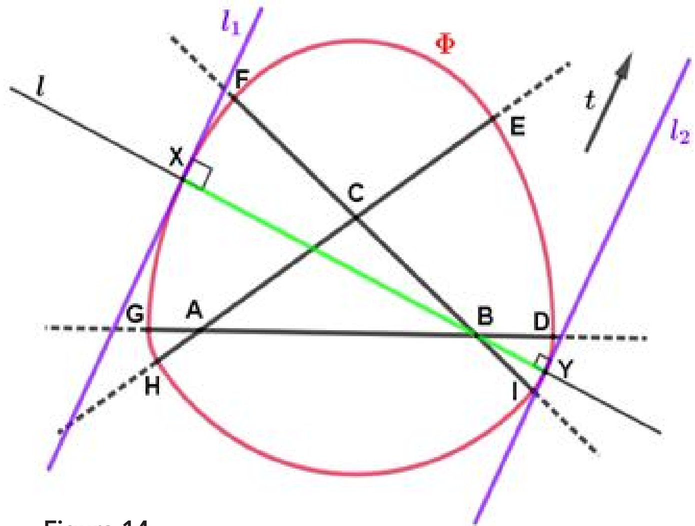


Figura 14

Podemos demostrar este hecho fácilmente. Consideremos una dirección arbitraria t (Figura 14). Habíamos visto que en cualquier figura convexa y acotada se pueden dibujar exactamente dos líneas soporte paralelas a cualquier dirección dada. Así, existen dos líneas soporte de Φ paralelas a t. Es claro que siempre podemos trazar una recta paralela a esta dirección t y que sea tangente a alguno de los arcos de Φ. Supongamos que dicha recta es tangente al arco $\widehat{GF}$ en un punto X. Ésta sería nuestra primera línea soporte l_1. Si trazamos la recta l que pasa por X y el vértice B, entonces l intersecta al arco $\widehat{ID}$ en un punto Y. Tracemos la recta l_2 que es tangente al arco $\widehat{ID}$ en Y. Se tiene que l es perpendicular a l_1, pues XB es radio de la circunferencia que forma el arco $\widehat{GF}$, pero también l es perpendicular a l_2 pues BY es radio de la circunferencia que forma el arco $\widehat{ID}$. Entonces $l_1 \perp l_2$ y por lo tanto la segunda línea soporte es l_2 y el segmento XY es el ancho de Φ [siguiendo esta idea puede contestar la pregunta (*), p. 9].Observamos que XY=GD=FI (si la recta l_1 no hubiera sido tangente al arco $\widehat{GF}$, sino al arco opuesto $\widehat{ID}$ se tendría el mismo resultado).

Si la recta l_1 no hubiera sido tangente al arco $\widehat{GF}$ sino que hubiera sido tangente al arco $\widehat{FE}$ o al $\widehat{ED}$, entonces siguiendo el mismo procedimiento anterior llegaríamos a que el ancho de Φ es FI=HE y HE=GD, respectivamente. Es decir que FI=HE=GD, y por tanto el ancho de la figura es el mismo en cualquier dirección, es decir, que la figura tiene ancho constante.

Es claro que conforme las tres rectas de las que parte la construcción varían de inclinación, se conseguirán diferentes figuras de ancho constante, que serán distintas tanto en forma como en tamaño, y por tanto, serán diferentes también en cuanto a su perímetro. Si restringimos nuestra atención a aquellas que tienen el mismo ancho h, una pregunta interesante que podríamos hacernos es: ¿cuál de todas las figuras de ancho igual a h, que se basan en triángulos, tiene mayor perímetro?

Para responder la pregunta regresemos a la Figura 13 y supongamos que Φ tiene ancho h. Para calcular el perímetro Φ basta con sumar las medidas de los arcos que la conforman, es decir

$$Perimetro\ \Phi = \widehat{DE} + \widehat{EF} + \widehat{FG} + \widehat{GH} + \widehat{HI} + \widehat{ID}$$

Por otro lado, si $\alpha = \sphericalangle CAB, \beta = \sphericalangle ABC$ y $\gamma = \sphericalangle BCA$, se tiene que

$$\widehat{DE} = \frac{\alpha}{180^\circ}\pi(AB + BD), \qquad \widehat{EF} = \frac{\gamma}{180^\circ}\pi(CE), \qquad \widehat{FG} = \frac{\beta}{180^\circ}\pi(BC + CF),$$

$$\widehat{GH} = \frac{\alpha}{180^\circ}\pi(GA), \qquad \widehat{HI} = \frac{\gamma}{180^\circ}\pi(HA + AC) \quad y \quad \widehat{ID} = \frac{\beta}{180^\circ}\pi(IB)$$

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Así,

$$Perimetro\ \Phi = \frac{\alpha}{180^\circ}\pi(GA + AB + BD) + \frac{\beta}{180^\circ}\pi(IB + BC + CF) + \frac{\gamma}{180^\circ}\pi(HA + AC + CE)$$

$$= \frac{\alpha}{180^\circ}\pi(GD) + \frac{\beta}{180^\circ}\pi(IF) + \frac{\gamma}{180^\circ}\pi(HE)$$

Pero $GD = IF = HE = h$, pues Φ tiene ancho constante. Entonces

$$Perimetro\ \Phi = h\pi\left(\frac{\alpha}{180^\circ} + \frac{\beta}{180^\circ} + \frac{\gamma}{180^\circ}\right) = h\pi.$$

CONCLUSIONES

Hemos mostrado entonces que todas las figuras trazadas mediante esta construcción y que poseen ancho h, tendrán irremediablemente perímetro hπ. Nótese que éste también es el perímetro de un círculo de diámetro h, y de hecho todas las figuras de ancho constante h, independientemente de la forma en que se construyan, tendrán perímetro hπ; a este resultado se le conoce como el Teorema de Barbier.

No crea el lector que únicamente comenzando a partir de triángulos se pueden construir figuras de ancho constante, hay muchas otras maneras de construirlas, una de ellas es comenzando con un polígono regular y seguir la idea de la construcción del triángulo de Reuleaux, es decir, trazando

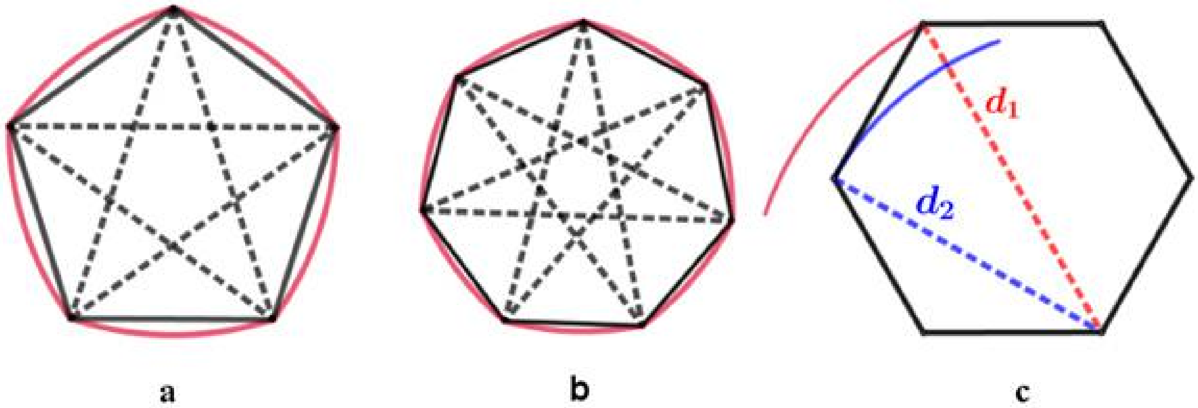


Figura 15

Las figuras así construidas tendrán ancho constante igual a la longitud de la diagonal mayor del polígono regular de la que partieron. Es claro que estas figuras tienen ancho constate, pues dada cualquier dirección, el par de líneas soporte paralelas a esta dirección cumplen que: una es tangente a uno de los arcos de la curva y la otra pasa por el vértice opuesto a dicho arco (¿por qué?).

Esta construcción es válida sólo para polígonos regulares con un número impar de lados, pues cada vértice del polígono debe conectar a los dos que le son opuestos mediante un arco, lo cual es posible únicamente si las diagonales que van desde un vértice a los otros dos que le son opuestos tienen la misma longitud (Figura 15 c).

También se pueden construir figuras de ancho constante partiendo de polígonos irregulares que tengan lados de igual longitud o partiendo de un número cualquiera de rectas que se intersecten mutuamente, pero dejamos al lector el investigar éstos y otros métodos para trazar sus figuras de ancho constante, pues hemos llegado al término de nuestro recorrido por el mundo de estas figuras. No hace falta decir que dicho mundo es muy basto y que lo que aquí se expuso fue sólo un pequeño vistazo que tuvo como finalidad mostrar que se puede acceder a conceptos interesantes y a sus aplicaciones (que son por lo demás curiosas) con nociones de Geometría Elemental, es decir, con el manejo de conceptos básicos como: recta paralela, recta perpendicular, triángulo equilátero, circunferencia, etc.; y con teoremas sencillos como el que dice que "el radio de una circunferencia trazado al punto de tangencia es perpendicular a la tangente". Teniéndose así que es posible reforzar y aprender esos conceptos elementales de Geometría de una manera diferente y atractiva para los estudiantes de dicha asignatura.

PÄDI: Revista de Proyectos y Textos Academicos. Año 2. Núm. 003, abril de 2018, ISSN en trámite.

Figuras de ancho constante: Un recurso para la enseñanza de conceptos básicos de Geometría euclidiana

REFERENCIAS

Yaglom, I.M., Boltyanskii V. G. (1961). Convex Figures.

Montejano Peimbert, Luis. (1998). Cuerpos de ancho constante. Universidad Nacional Autónoma de México. Fondo de Cultura Económica, México.

Polya, George. (1981). Mathematical Discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving. John Wiley & Sons.

Bryant John, Chris Sangwin. (2008). How round is your circle? Princeton University Press.

Bolt, Brian. (1991). Mathematics meets Technology. Cambridge University Press.