

# Un modelo general para suelos no saturados totalmente acoplado

# A General Fully Coupled Model for Unsaturated Soils

Eduardo Rojas González, Facultad de Ingeniería, UAQ

**RESUMEN.** En este trabajo se presenta un modelo constitutivo para suelos no saturados totalmente acoplado basado en el principio de los esfuerzos efectivos y que incluye los fenómenos de colapso por humedecimiento y expansión. El modelo se basa en la teoría del estado crítico y la ecuación de esfuerzos efectivos de Bishop, en donde el parámetro  $\chi$  de Bishop se obtiene mediante un modelo sólido-poroso capaz de simular ciclos de secado-humedecimiento. Además el modelo sólido-poroso permite realizar el acoplamiento hidromecánico de una manera sencilla sin requerir parámetros adicionales ni calibraciones previas. El resultado es un modelo sencillo totalmente acoplado que requiere pocos parámetros y que proporciona resultados suficientemente precisos. Adicionalmente, la matriz de rigidez es simétrica, lo que simplifica de manera importante su introducción en programas de elementos finitos para el análisis del comportamiento de grandes masas de suelo.

**PALABRAS CLAVE:** acoplamiento hidromecánico, estado crítico, modelos constitutivos.

**ABSTRACT.** In this work, a fully coupled model for unsaturated soils based on the effective stress principle including the phenomena of expansion and collapse is presented. It is based on the critical state theory and Bishop's effective stress equation. Bishop's parameter  $\chi$  is obtained through a porous-solid model able to simulate wetting-drying cycles. In addition, it allows introducing the hydro-mechanical coupling without additional parameters or previous calibrations. The result is a simple fully coupled model with few parameters and sufficiently precise. Additionally, its stiffness matrix is symmetric simplifying its introduction in finite elements software for the analysis of large masses of soil.

**KEYWORDS:** hydromechanical coupling, critical state, constitutive models.

## Introducción

Las obras más importantes de la ingeniería civil como las grandes presas de tierra, los edificios elevados, los puentes, los túneles y los taludes requieren de una cuidadosa modelación para conocer su comportamiento bajo diversos grados de saturación del suelo y diferentes combinaciones de cargas tanto estáticas como dinámicas. Es por ello que la modelación ha cobrado gran relevancia dentro de la ingeniería civil. Actualmente se utilizan programas de elementos finitos que pueden modelar desde el proceso constructivo hasta el comportamiento a largo plazo de diversas obras. Estos programas, requieren de modelos de comportamiento del suelo que cumplan con las siguientes características:

- que sean sencillos,
- que utilicen pocos parámetros y que se puedan obtener con ensayos comunes de laboratorio
- que sus algoritmos se pueda integrar fácilmente a los procedimientos numéricos comunes.

A la fecha, estos programas utilizan mayoritariamente el modelo básico de Barcelona (Alonso y cols., 1990) el cual se basa en las llamadas variables de esfuerzo independientes. Sin embargo, actualmente existe consenso entre los investigadores de que los modelos basados en el principio de esfuerzos efectivos ofrecen mayores ventajas. Entre las más importantes están la introducción tanto del grado de saturación como la histéresis de las curvas de retención suelo-agua en la formulación del modelo. Aún con estas ventajas, los modelos desarrollados hasta ahora adolecen de cuatro deficiencias importantes:

- no incluyen el endurecimiento anisotrópico de la superficie de fluencia en los ejes de esfuerzo medio contra desviador provocado por el fenómeno de endurecimiento por succión. Esto se debe a la complejidad que involucra el tener una superficie de fluencia que cambie de forma.
- Actualmente no existe un solo modelo que incluya simultáneamente los fenómenos de colapso y expansión en términos de esfuerzos efectivos.
- Estos modelos requieren un gran número de parámetros, algunos de los cuales necesitan calibrarse previamente para cada suelo en particular.
- Las matrices de rigidez que resultan de estos modelos no son simétricas por lo que se dificulta su



FUENTE. Cortesía del autor.

tratamiento en los programas de método numéricos como el método del elemento finito.

Entre los modelos más representativos basados en esfuerzos efectivos se encuentran los de Vaunat y cols. 2000, Khalili y cols. 2008, Ma y cols. 2015, Zhou y Sheng 2015, Yao y cols. 2017. Estos modelos requieren entre 11 y 13 parámetros, algunos de los cuales necesitan de una calibración previa.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo constitutivo general para suelos no saturados que incluya los fenómenos de histéresis de las curvas de retención, endurecimiento por succión, endurecimiento anisotrópico de la superficie de fluencia, acoplamiento hidromecánico, colapso por humedecimiento y expansión. Además se plantea que la matriz de rigidez del modelo sea simétrica con un número de parámetros reducido y que éstos se puedan obtener de ensayos comunes de laboratorio.

La hipótesis que se establece en este trabajo es que es posible extender el modelo modificado del estado crítico, para incluir todos los fenómenos arriba mencionados, sin tener que incrementar de manera significativa el número de parámetros del modelo ni comprometer su precisión.

La metodología empleada para desarrollar este modelo es la siguiente: se propone una superficie de fluencia en términos del esfuerzo efectivo de Bishop y del esfuerzo desviador similar a la del modelo del

estado crítico modificado para suelos saturados (Schofield y Wroth 1968) pero formada por dos familias de curvas. Esta superficie de fluencia tiene la propiedad de modificar la posición del estado crítico y cambiar de forma. El parámetro de esfuerzos efectivos de Bishop se obtiene acoplando un modelo hidráulico al modelo mecánico. El modelo hidráulico se basa en un sólido-poroso capaz de simular las curvas de retención suelo-agua en ciclos de humedecimiento-secado. El acoplamiento hidromecánico se logra al ligar las deformaciones volumétricas determinadas por el modelo mecánico con un cambio en la porosimetría del suelo que a su vez genera cambios en las curvas de retención. Simultáneamente, esto modifica el valor del parámetro de esfuerzos efectivos de Bishop, provocando que se afecten las deformaciones volumétricas y desviadoras. De esta manera, para acoplar el modelo mecánico con el hidráulico, es necesario proceder por pequeños incrementos de carga para calcular los incrementos de deformaciones y actualizar tanto la porosimetría como las curvas de retención del suelo. El siguiente incremento de carga utiliza las curvas de retención actualizadas. De esta manera se procede paulatinamente hasta completar el ciclo de carga. A este modelo acoplado se le añade un marco elastoplástico para incluir los fenómenos de colapso y expansión.

### Marco teórico

Los tres fenómenos que tienen mayor influencia en el comportamiento de los suelos no saturados son:

- el endurecimiento por succión,
- el acoplamiento hidromecánico y
- la histéresis de las curvas de retención suelo-agua.

Además, a consecuencia del fenómeno de endurecimiento por succión, se genera el endurecimiento anisotrópico de la superficie de fluencia. Cada uno de estos fenómenos se irá explicando conforme se desarrollan las ecuaciones del modelo propuesto.

En primera aproximación, la superficie de fluencia en los ejes de esfuerzo medio efectivo ( $p'$ ) contra esfuerzo desviador ( $q$ ) se propone de forma elíptica, igual a la del modelo del estado crítico modificado. Sin embargo, como se verá más adelante, esta superficie tendrá que transformarse en dos familias de curvas que dan por resultado diferentes formas que irán evolucionando con la historia de carga aplicada



FUENTE. Cortesía del autor.

al suelo. El esfuerzo medio efectivo está representado por la ecuación de Bishop 1959

$$p' = p_n + \chi s \tag{1}$$

donde  $p_n = p - u_a$  representa el esfuerzo medio neto definido como la diferencia entre el esfuerzo medio total ( $p$ ) y la presión de aire ( $u_a$ ).  $\chi s$  es el esfuerzo de succión donde  $\chi$  es el parámetro de Bishop que se obtiene por medio de un modelo sólido-poroso y  $s$  es la succión.

Cuando los incrementos de carga van precedidos de algún incremento de succión por encima de la succión máxima histórica, ocurre el fenómeno de endurecimiento por succión. Este fenómeno es el que tiene mayor influencia en el comportamiento de los suelos no saturados y ocurre porque las componentes del esfuerzo efectivo: esfuerzo neto y esfuerzo de succión, actúan de manera independiente. Cuando un suelo se seca, su esfuerzo de preconsolidación aparente se incrementa en una cantidad igual al incremento del esfuerzo de succión. El esfuerzo de preconsolidación aparente es aquel que muestra el suelo a cierta succión y se denomina aparente porque al reducirse la succión, este esfuerzo también se reduce. El esfuerzo de preconsolidación saturado es el que muestra el suelo después de sufrir un ciclo de secado-humedecimiento hasta llegar nuevamente a la saturación. La Fig. 1 (A) representa el comportamiento volumétrico de un suelo en los ejes logaritmo del esfuerzo medio efectivo ( $p'$ ) contra la relación de vacíos ( $e$ ). La ecuación que representa el comportamiento volumétrico del material está dada por una relación similar a la propuesta por Juárez Badillo (1975) pero expresada en términos de la relación de vacíos en vez del volumen específico:  $(e/e_0) = (p'/p'_0)^\lambda$ , en donde  $e_0$  y  $p'_0$  representan el estado inicial de referencia y  $\lambda$  es el índice de compresión elastoplástico del suelo. En el caso de descarga-recarga el índice se sustituye por el índice elástico  $\kappa$ , como indica la Fig. 1 (A). Derivando esta ecuación se puede obtener el incremento de la deformación volumétrica plástica

$$d\varepsilon_v^p = (\lambda - \kappa) \frac{e_0}{1 + e_0} \left( \frac{dp'}{p'_0} \right) \tag{2}$$

Suponga que una muestra saturada normalmente consolidada soporta un esfuerzo medio neto  $p_{n0}$  indicado por el punto 0 en al Fig. 1. Si la muestra se seca, el esfuerzo medio efectivo se incrementa en la cantidad  $\chi_0 s_0$ , en donde  $s_0$  representa la succión máxima

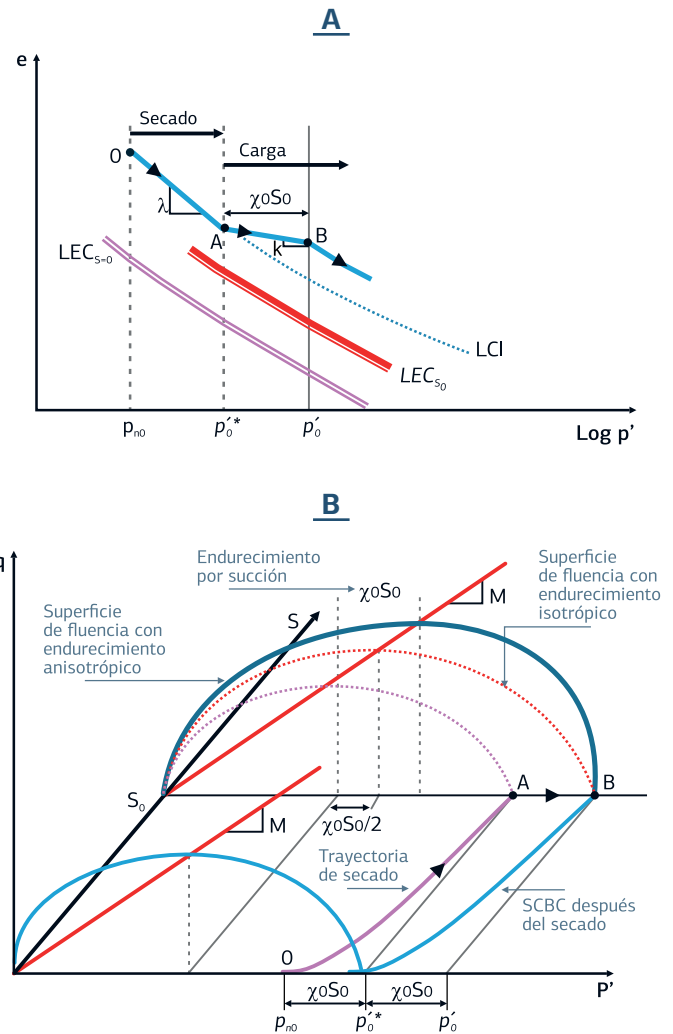


FIGURA 1. (A) El endurecimiento por succión desplaza la LCI y LEC en la cantidad  $\chi_0 s_0$ , (B) la superficie de fluencia en los ejes ( $p'$ ,  $q$ ) muestra endurecimiento anisotrópico.

alcanzada durante el secado y  $\chi_0$  representa el valor del parámetro de Bishop para esta succión. Durante el secado, el esfuerzo medio efectivo se desplaza del punto 0 al punto A siguiendo la línea de compresión isotrópica (LCI) en la Fig. 1 (A). Este comportamiento se ilustra en representación tridimensional en los ejes de esfuerzo medio efectivo ( $p'$ ), esfuerzo desviador ( $q$ ) y succión ( $s$ ) en la Fig. 1 (B). Si después del secado, la muestra se carga por incremento del esfuerzo medio neto, ocurre un comportamiento elástico inicial (trayectoria AB) hasta que se alcanza el esfuerzo aparente de preconsolidación ( $p'_0$ ). Este esfuerzo aparente de preconsolidación (punto B) está representado por la suma del esfuerzo medio efectivo al final del secado ( $p_0'$ , punto A) más el esfuerzo de succión ( $\chi_0 s_0$ ) como indica la Fig. 1 (B). Si el esfuerzo

medio neto se sigue incrementando, ocurren deformaciones elastoplásticas (línea punteada después del punto B en la Fig. 1 (A)). Esto quiere decir que el incremento del esfuerzo aparente de preconsolidación después del secado (punto B) con respecto al esfuerzo inicial de preconsolidación saturado ( $p_{n0}$ ), es dos veces el esfuerzo de succión  $\chi_0 s_0$  como se observa en la Fig. 1 (B). Por lo tanto, la superficie de fluencia que se denomina superficie de colapso bajo carga (SCBC) corre paralela a la trayectoria de secado a una distancia horizontal igual al esfuerzo de succión  $\chi_0 s_0$  (Fig. 1 (B)). En otras palabras, cuando el esfuerzo efectivo se incrementa en la cantidad  $\Delta(\chi s)$ , el esfuerzo aparente de preconsolidación lo hace en la cantidad  $2\Delta(\chi s)$ . Esto explica porqué los suelos no saturados muestran rápidamente un comportamiento preconsolidado cuando se secan. En contraste, cuando el esfuerzo efectivo se incrementa por aumento del esfuerzo medio neto más allá de la superficie de colapso bajo carga en una cantidad  $\Delta p_n$ , el esfuerzo aparente de preconsolidación ( $p'_0$ ) solo se incrementa en esta misma cantidad.

El endurecimiento por succión no solo desplaza la línea de compresión isotrópica como se muestra en la Fig. 1 (A), sino que arrastra consigo la línea del estado crítico (LEC) como lo han reportado Wheeler y Sivakumar 1995, Loret y Khalili 2002, Cunningham y cols. 2003, Futai y Almeida 2005.

En la Fig. 2 se muestran los desplazamientos de las líneas del estado crítico obtenidas experimentalmente (Ex) y las calculadas (N) por medio del esfuerzo de succión  $\chi_0 s_0$ . Es decir, las líneas de compresión y las del estado crítico se desplazan simultáneamente hacia la derecha con el incremento del esfuerzo de succión. El desplazamiento de ambas líneas se indica en la Fig. 1 (A), donde  $LEC_{s=0}$  y  $LEC_{s_0}$  representan las posiciones de la línea del estado crítico para succiones igual a 0 y  $s_0$ , respectivamente.

Relacionado con este fenómeno ocurre otro igualmente importante. Cuando la línea del estado crítico se desplaza por efecto del endurecimiento por succión, se produce un endurecimiento anisotrópico de la superficie de fluencia en el plano ( $p', q$ ). Esto se puede observar en la Fig. 1 (B) en donde se representa una superficie de fluencia elíptica. Cuando ocurre el endurecimiento por succión, las líneas de compresión isotrópica y del estado crítico se desplazan en la cantidad  $\chi_0 s_0$ . Sin embargo, cuando se considera un endurecimiento isotrópico, la cúspide de la elipse (que representa el punto del estado crítico)

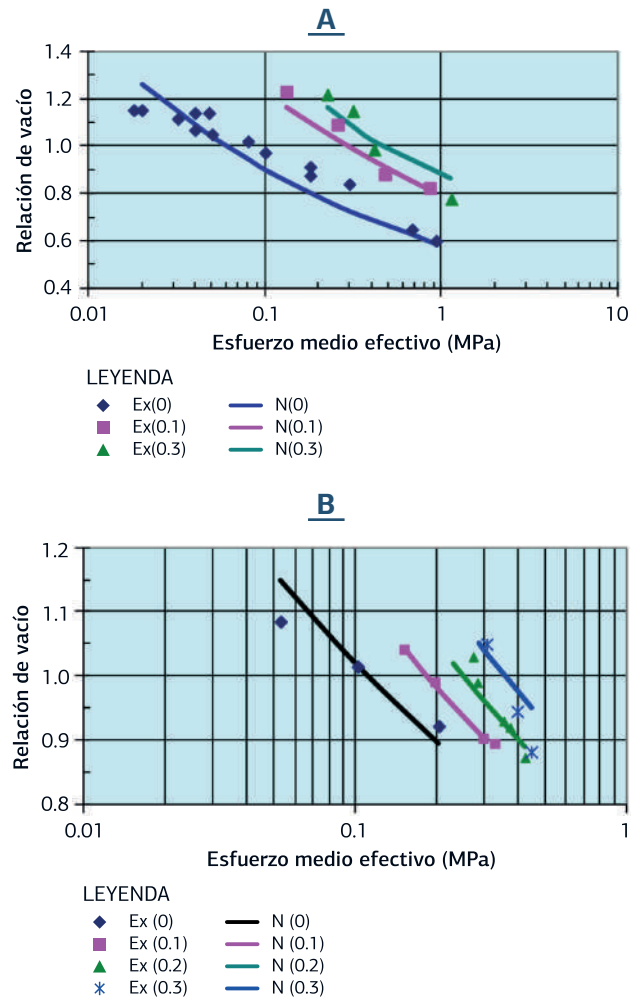


FIGURA 2. Efecto del endurecimiento por succión en las líneas del estado crítico. Resultados experimentales (Ex) de (A) Futai y Almeida (2005) y (B) Wheeler y Sivakumar (1995).

solo se desplaza en la cantidad  $\chi_0 s_0/2$  (Fig. 1 (B)). Por lo tanto, para desplazar la cúspide de la elipse en la cantidad  $\chi_0 s_0$ , es necesario que exista un endurecimiento anisotrópico de la superficie de fluencia. El endurecimiento anisotrópico implica un cambio en la forma de esta superficie. Esto introduce un grado de complejidad adicional al modelo, ya que ahora la superficie de fluencia debe expresarse en función del endurecimiento por succión y debe ser capaz de cambiar de forma.

### Modelo hidráulico

Los suelos generalmente exhiben una estructura dual, es decir que presentan una microestructura y una macroestructura. La microestructura está representada por las partículas más pequeñas agrupadas

en forma de glomérulos o flóculos con poros muy pequeños llamados microporos. La macroestructura está representada por la agrupación de glomérulos y partículas grandes con poros de gran tamaño denominados macroporos. Si este material se seca hasta alcanzar un valor de succión importante, se podrán observar tres fracciones. Una fracción saturada ( $f^s$ ) representada por los glomérulos o flóculos en donde el agua adsorbida llena todos los microporos y por lo tanto permanece saturada. Una fracción seca ( $f^d$ ) representada por aquellas partículas grandes rodeadas de macroporos que ya se han secado. Finalmente existe una fracción no saturada ( $f^u$ ) representada por las partículas rodeadas tanto por poros saturados como no saturados.

De acuerdo con un análisis estático (Rojas 2008a), el parámetro  $\chi$  de Bishop se puede expresar como la suma del producto de los grados de saturación de cada fracción ( $S_w^i$ ) por la fracción correspondiente, en la forma:  $\chi = S_w^s f^s + S_w^u f^u + S_w^d f^d$ . Dado que  $S_w^s = 1$  y  $S_w^d = 0$ , esta ecuación se simplifica a

$$\chi = f^s + S_w^u f^u \quad (3)$$

Los parámetros  $f^s$ ,  $f^u$  y  $S_w^u$  se pueden obtener por medio de un modelo sólido-poroso generado a partir de la granulometría y porosimetría del suelo como se explica en Rojas 2008b. Este modelo es capaz de simular las curvas primarias de retención del suelo así como ciclos de humedecimiento-secado. Dado que habitualmente la porosimetría no se obtiene en los laboratorios de mecánica de suelos, se pueden utilizar las curvas de retención experimentales para determinarla indirectamente. Así, al modificar progresivamente los datos de una porosimetría inicialmente propuesta, es posible ajustar las curvas de retención numéricas con las experimentales. De esta manera es posible obtener la porosimetría inicial del suelo y de allí obtener los parámetros  $f^s$ ,  $f^u$  y  $S_w^u$  para finalmente determinar el parámetro  $\chi$  de Bishop. La ventaja que presenta este modelo sobre otros es que el acoplamiento hidromecánico se puede realizar de manera muy sencilla ya que se sabe que el volumen de los macroporos es el único que disminuye cuando un suelo se comprime (Simms y Yanful 2001). Al determinar la porosimetría del suelo mediante el ajuste de las curvas de retención primarias, se determina el volumen inicial de macroporos. La deformación volumétrica que provoca un incremento de carga, representa la reducción del

volumen de macroporos, de manera que se obtiene una nueva porosimetría. Con esta nueva porosimetría es posible determinar las curvas de retención del suelo deformado y éstas se utilizan para calcular las deformaciones cuando ocurre un nuevo incremento de carga.

Por ejemplo, la Fig. 3 (A) muestra los resultados experimentales (Ex) de las curvas de retención en secado (S) y humedecimiento (H) obtenidas por Fleureau y cols. 1993 para el limo de Jossigny. En la misma figura, se muestra el ajuste numérico (N) para ambas curvas realizado con el modelo sólido-poroso. La Fig. 3 (B) muestra la porosimetría final que se adoptó al ajustar las curvas de retención. En la misma figura y con fines de comparación, se muestra la porosimetría experimental obtenida mediante la técnica de intrusión de mercurio. Una vez determinada la porosimetría del suelo, es posible obtener los parámetros  $f^s$ ,  $f^u$  y  $S_w^u$  para diversos valores de succión. De esta manera, mediante la Ec. (3), se puede obtener el parámetro  $\chi$  de Bishop en función de la succión como muestra la Fig. 3 (C).

## Modelo mecánico

Para incluir el fenómeno de endurecimiento anisotrópico, la superficie de fluencia en los ejes de esfuerzo medio efectivo contra succión se transforma en dos familias de curvas que se intersectan en el punto donde ocurre el estado crítico. Las ecuaciones propuestas para la curva izquierda, que simulará el comportamiento de materiales altamente preconsolidados, y la derecha, que simulará el comportamiento de suelos ligeramente preconsolidados y normalmente consolidados, son respectivamente

$$q^{a_1} - M^{a_1} \left\{ (rp'_0)^{a_1} - |p' - rp'_0|^{a_1} \right\} = 0 \quad (4)$$

$$q^{a_2} - \left( \frac{Mr}{1-r} \right)^{a_2} \left\{ (p'_0(1-r))^{a_2} - |p' - rp'_0|^{a_2} \right\} = 0$$

en donde  $a_1$  y  $a_2$  representan los exponentes de la parte izquierda y derecha de la superficie de fluencia, respectivamente.  $r$  es la relación entre el esfuerzo de preconsolidación aparente del suelo y el esfuerzo medio efectivo en el estado crítico. Los parámetros  $a_1$  y  $a_2$  permiten que la superficie de fluencia tome diversas formas iniciales dependiendo del tipo de suelo. El fenómeno de endurecimiento por succión

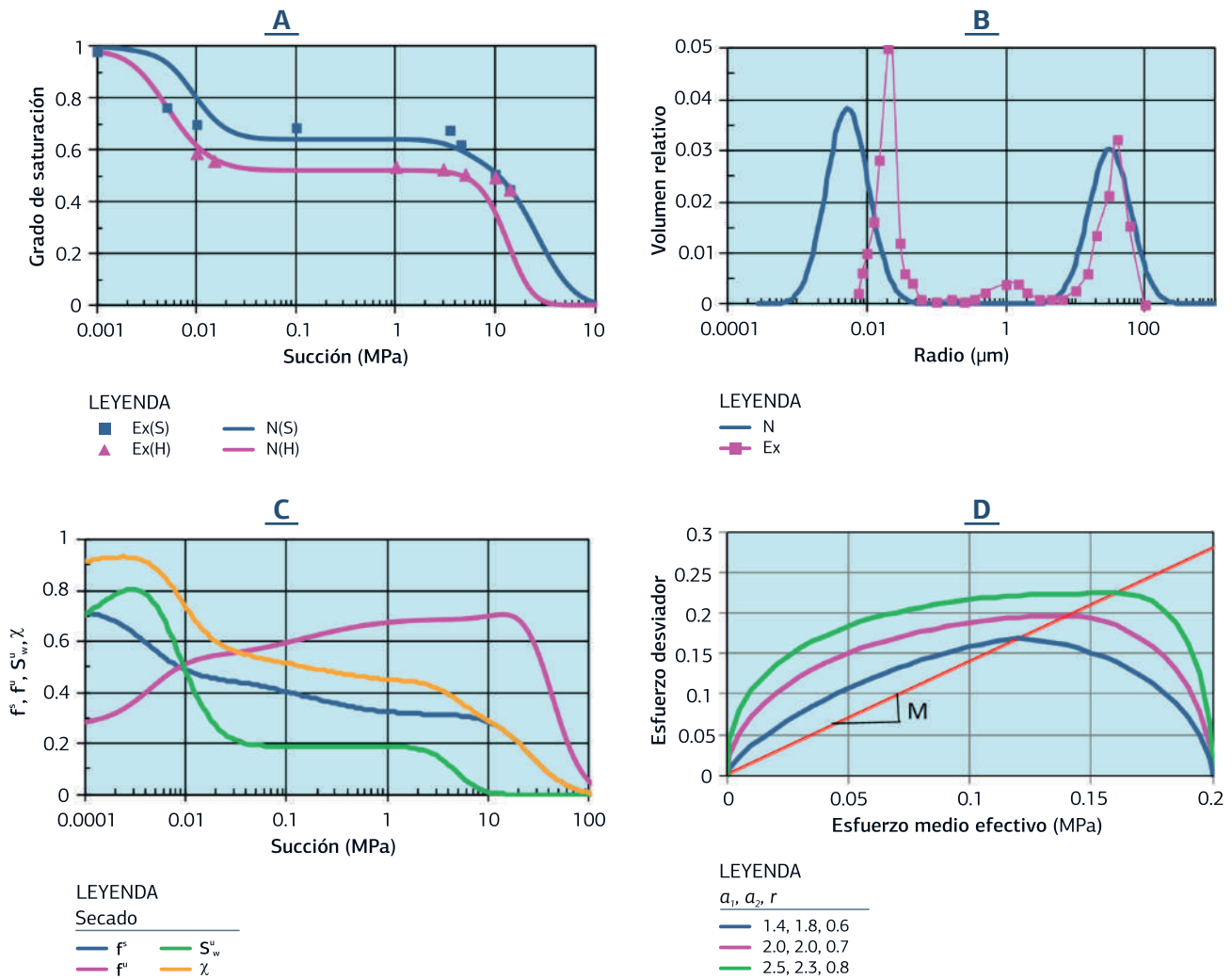


Figura 3. (A) Curvas de retención experimentales (Ex) y ajuste numérico (N). (B) Porosimetría experimental y obtenida con el modelo. Datos experimentales de Fleureau y cols. 1993. (C) valor de los parámetros  $f^s, f^u, S_w^u$  y  $\chi$ . (D) Diferentes formas de la superficie de fluencia en el plano  $(p',q)$ .

indicado en la Fig. 1, provoca que el valor de  $r$  se modifique con cada incremento de succión, produciendo un cambio de forma de la superficie de fluencia. Se utiliza la ecuación de la superficie de fluencia izquierda o derecha dependiendo del lado en que la trayectoria de esfuerzos hace contacto con esta superficie.

La ecuación (4) satisface la condición que ambas curvas se intersequen horizontalmente en el estado crítico para cualquier valor de  $a_1, a_2 > 1$ , y  $0 < r < 1$ . Algunas combinaciones de los parámetros  $a_1, a_2$  y  $r$  se muestran en la Fig. 3 (D). Los números indicados en esta figura para cada superficie, representan los valores de los parámetros  $a_1, a_2$  y  $r$ , en ese orden. Para la mayoría de los suelos los parámetros  $a_1$  y  $a_2$

toman valores entre 1.6 y 2.5, mientras que  $r$  varía entre 0.4 y 0.6.

Las componentes volumétrica  $\partial \epsilon_q^p$  y desviadora  $\partial \epsilon_p^p$  de la deformación plástica para modelos que consideran la regla de flujo normal, está dada por la ecuación

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_v^p \\ d\epsilon_p^p \end{Bmatrix} = \frac{-1}{\frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial \epsilon_p^p}} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q} \\ \frac{\partial f}{\partial q} & (\frac{\partial f}{\partial q})(\frac{\partial p'}{\partial q}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

en donde  $f$  representa la ecuación de la superficie de fluencia en los ejes  $(p',q)$ . La regla de flujo normal establece que el potencial plástico y la superficie de fluencia están representados por la misma ecuación.

De tal manera que sustituyendo las ecuaciones (1), (2) y (4) en la (5) se obtiene la relación

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_p^e \\ d\varepsilon_s^e \end{bmatrix} = \frac{1}{H} \begin{bmatrix} a_x \left[ M \left( h_1 + h_2 \left( \frac{r}{1-r} \right) \right) \right]^{a_x} (p' - p_0 r)^{(a_x-1)} & a_x q^{(a_x-1)} \\ a_x q^{(a_x-1)} & \frac{[a_x q^{(a_x-1)}]}{a_x \left[ M \left( h_1 + h_2 \left( \frac{r}{1-r} \right) \right) \right]^{a_x} (p' - p_0 r)^{(a_x-1)}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp' \\ dq \end{Bmatrix} \quad (6)$$

en donde

$$H = \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{vp_0 a_x (h_1 + h_2) \left[ M \left( h_1 + h_2 \left( \frac{r}{1-r} \right) \right) \right]^{a_x}} \right. \\ \left. \frac{1}{[h_1 + h_2(1-r)][p_0(h_1 r + h_2(1-r))]^{(a_x-1)} + (h_1 + h_2 r)(p' - p_0 r)^{(a_x-1)}} \right\} \quad (7)$$

$\langle h_1 \rangle$  y  $\langle h_2 \rangle$  representan la función escalón para los lados izquierdo y derecho de la superficie de fluencia, respectivamente. Estas funciones toman los valores de 0 o 1 dependiendo del lado en donde hace contacto la trayectoria de esfuerzos con la superficie de fluencia.  $a_x$  representa el exponente de la superficie de fluencia correspondiente (izquierda o derecha). Observe que la matriz de rigidez permanece simétrica y se reduce a la del estado crítico modificado cuando  $a_1 = a_2 = 2.0$  y  $r = 0.5$ .

El comportamiento elástico se describe en función del índice de descarga-recarga  $\kappa$ , el esfuerzo medio efectivo, la relación de vacíos y el módulo de Poisson  $\nu$ . De esta manera, los módulos volumétrico y de cortante se pueden obtener a partir de relaciones elásticas que dan por resultado

$$K = \frac{1 + e}{e} \frac{p'}{\kappa} \quad G = \frac{3(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)} \frac{(1 + e)}{e} \frac{p'}{\kappa} \quad (8)$$

Finalmente, la regla de endurecimiento está dada por la Ec. (2) escrita en la forma

$$dp_0' = \left( \frac{1 + e}{e} \right) \frac{p_0'}{\lambda - \kappa} d\varepsilon_p^e \quad (9)$$

Para incluir el fenómeno de colapso y expansión en el modelo, se utiliza el marco elastoplástico representado en la Fig. 4. Primero es necesario puntualizar que el fenómeno de colapso ocurre en la macroestructura del suelo, es decir que los macroporos reducen su tamaño (Simms y Yanful 2001), mientras que la expansión ocurren en la microestructura, es decir dentro de los glomérulos de suelo (Alonso y cols. 1999). Esta expansión de la microestructura se comunica a la macroestructura

dependiendo de la densidad del material. Si el suelo se encuentra en condición suelta, la expansión comunicada a la macroestructura es pequeña, dado que la mayor parte de la expansión de los glomérulos se producirá dentro de los macroporos. En contraste, si el suelo muestra una estructura compacta con pocos macroporos, entonces la mayor parte de la expansión de los glomérulos se comunicará a la macroestructura. Es decir, el índice de expansión es función directa de la compacidad o densidad relativa del material dada por la relación  $D_r = (e_{max} - e) / (e_{max} - e_{min})$ . Así, el índice de expansión del suelo se expresa con la ecuación

$$\lambda_{ex} = (\lambda - \kappa) D_r + \kappa \quad (10)$$

La expansión puede ocurrir por humedecimiento del suelo o bien por descarga. Por el contrario, si el suelo se seca o se carga dentro de la zona elástica de la macroestructura como indica la Fig. 4, entonces se produce una compresión dada por el índice  $-\lambda_{ex}$ . En esta figura se muestra la superficie de colapso bajo carga (SCBC) posterior a un secado e incremento de carga neta. Cuando el material se carga más allá del esfuerzo de preconsolidación aparente, la superficie de fluencia de colapso bajo carga se inclina. Esto provoca que, si la succión se reduce, la trayectoria de humedecimiento cruce la superficie de colapso, de tal manera que el suelo reduce su volumen súbitamente. En tal caso, el índice de compresión  $\lambda$  está dado por el índice de compresión isotrópica por incremento del esfuerzo medio neto. Sin embargo, en el caso de un suelo expansivo, el humedecimiento en estas condiciones provoca un fenómeno dual, es decir la macroestructura se colapsa mientras que la microestructura se expande. Así el índice de compresión del suelo está dado por la relación

$$\lambda_{cex} = \lambda_e - \lambda_{ex} + \kappa = (\lambda_e - \kappa)(1 - D_r) + \kappa \quad (11)$$

La Fig. 4 también indica la posición de la superficie de fluencia por incremento de succión (SFIS) que representa el valor máximo histórico de la succión aplicada al suelo. Algunas comparaciones numérico-experimentales utilizando este marco elastoplástico se muestran en Rojas y cols. 2017.

Al incluir este marco elastoplástico en el modelo acoplado, es posible simular el comportamiento de los suelos expansivos bajo cualquier trayectoria de esfuerzos incluyendo el efecto del esfuerzo desviador.



De acuerdo con todo lo anterior, para simular el comportamiento del suelo en condiciones axisimétricas, el modelo requiere de siete parámetros: la pendiente de la superficie de falla en los ejes ( $p', q$ ) dada por la relación  $M = (6 \operatorname{sen} \varphi) / (3 - \operatorname{sen} \varphi)$ , los índices de compresión y de descarga-recarga  $\lambda$  y  $\kappa$ , la relación de Poisson  $\nu$  y los parámetros de forma de la superficie de fluencia  $a_1$ ,  $a_2$  y  $r$ . Todos estos parámetros se pueden obtener de una serie de 4 ensayos triaxiales drenados realizados sobre suelo saturado. Dos de estos ensayos se realizan sobre material normalmente consolidado y los otros dos en suelo preconsolidado. Adicionalmente se requiere de la distribución granulométrica y las curvas primarias de retención suelo-agua así como el estado inicial del suelo ( $e_0$ ,  $p_0^*$ ,  $\bar{p}_0$ ,  $q_0$ ,  $s_0$ ). Las curvas de retención primarias se pueden obtener por el método del papel filtro. Si el suelo es expansivo, adicionalmente se requiere las relaciones de vacíos máxima  $e_{max}$  y mínima  $e_{min}$  del material para determinar su densidad relativa.

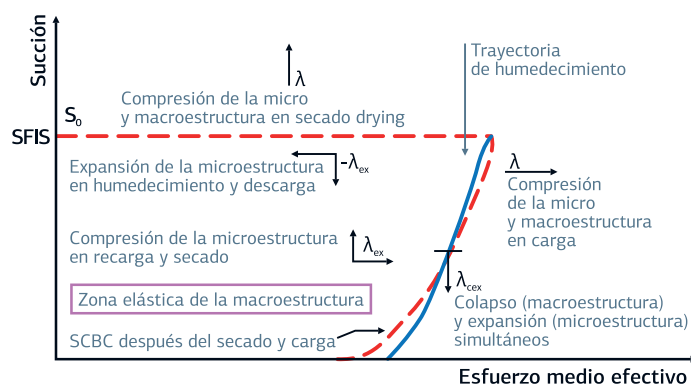


FIGURA 4. Marco elastoplástico para simular los fenómenos de colapso y expansión.

Los modelos para suelos no saturados que se han desarrollado hasta ahora no incluyen ninguna de las siguientes características del modelo propuesto:

- el esfuerzo de preconsolidación aparente del suelo durante el secado se incrementa en dos veces el valor del esfuerzo de succión.
- La superficie de fluencia puede tomar diversas formas.
- La superficie de fluencia en los ejes ( $p', q$ ) se endurece anisotrópicamente.
- La expansión toma en cuenta el efecto del esfuerzo desviador.
- El acoplamiento hidromecánico se realiza a través de la porosimetría del material y no requiere de parámetros adicionales ni calibración previa.

- La matriz de rigidez es simétrica.
- Sólo se requieren 4 ensayos triaxiales drenados en material saturado para determinar los parámetros del modelo mecánico.

## Comparaciones numérico-experimentales

Cui y Delage 1996, realizaron una serie de ensayos triaxiales a succión controlada utilizando el mismo material con que Fleureau y cols. 1993 obtuvieron los resultados mostrados en las Figs. 3 (A), (B) y (C). La Tabla 1 muestra los valores adoptados para los parámetros del modelo en base a los ensayos realizados sobre muestras saturadas. Las comparaciones numérico-experimentales para suelos no saturados se muestran en la Fig. 5.

TABLA 1. Parámetros del modelo para los ensayos reportados por Cui y Delage 1996.

Parámetro	$M$	$\lambda$	$\kappa$	$\nu$	$a_1$	$a_2$	$r$
Valor	1.35	-0.15	-0.025	0.25	2.0	2.0	0.5

Se realizaron también comparaciones numérico-experimentales para los ensayos de Futai y Almeida 2005 y Garakani y cols. 2015 con resultados similares. Sin embargo, por falta de espacio no se incluyen en este trabajo.

Resulta interesante preguntarse qué tanto influye el acoplamiento hidromecánico en la resistencia y las deformaciones volumétricas del material. La Fig. 6 muestra el comportamiento del modelo acoplado (A) y no acoplado (NA) para el caso de los ensayos de Futai y Almeida 2005. Se seleccionaron estos ensayos porque presentan las mayores deformaciones volumétricas y por lo tanto, el efecto hidromecánico es más pronunciado. En la Fig. 6 (A) se muestra cómo cambia la porosimetría inicial del suelo al término de un ensayo triaxial que mostró una deformación volumétrica cercana al 11%.

La muestra se ensayó con un esfuerzo confinante de 0.5 MPa y una succión de 0.3 MPa. Esta figura muestra la distribución de tamaños de poros inicial (I) y final (F), así como la distribución de sólidos (S). En esta figura se puede observar cómo los macroporos reducen su tamaño, mientras que los microporos muestran un aumento aparente en su distribución debido precisamente a la reducción del volumen de macroporos. Este comportamiento ha sido observado experimentalmente por Simms y Yanful 2001. La Fig. 6 (B) muestra cómo se incrementan los

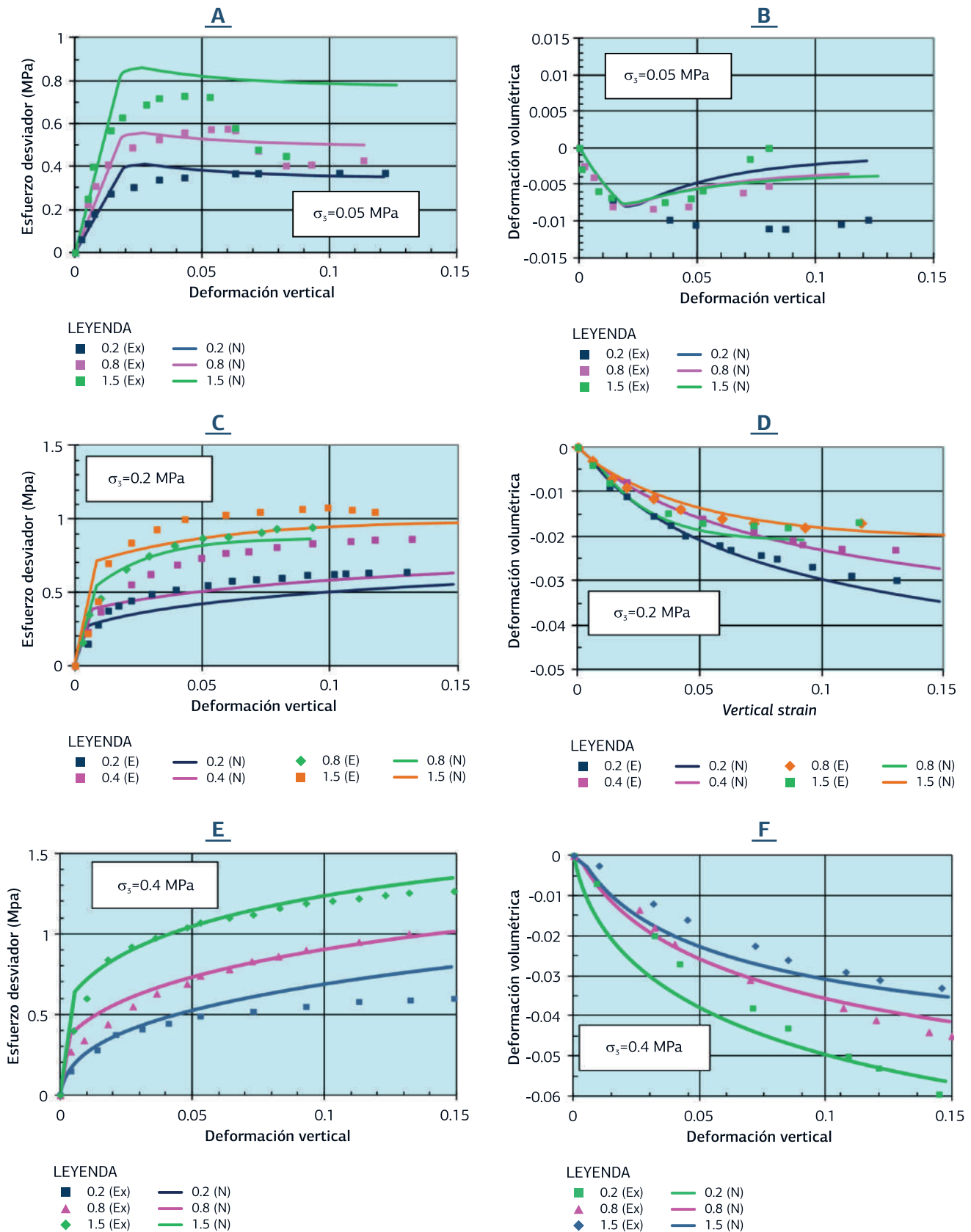


FIGURA 5. Comparaciones numérico-experimentales para los ensayos triaxiales de Cui y Delage 1996.

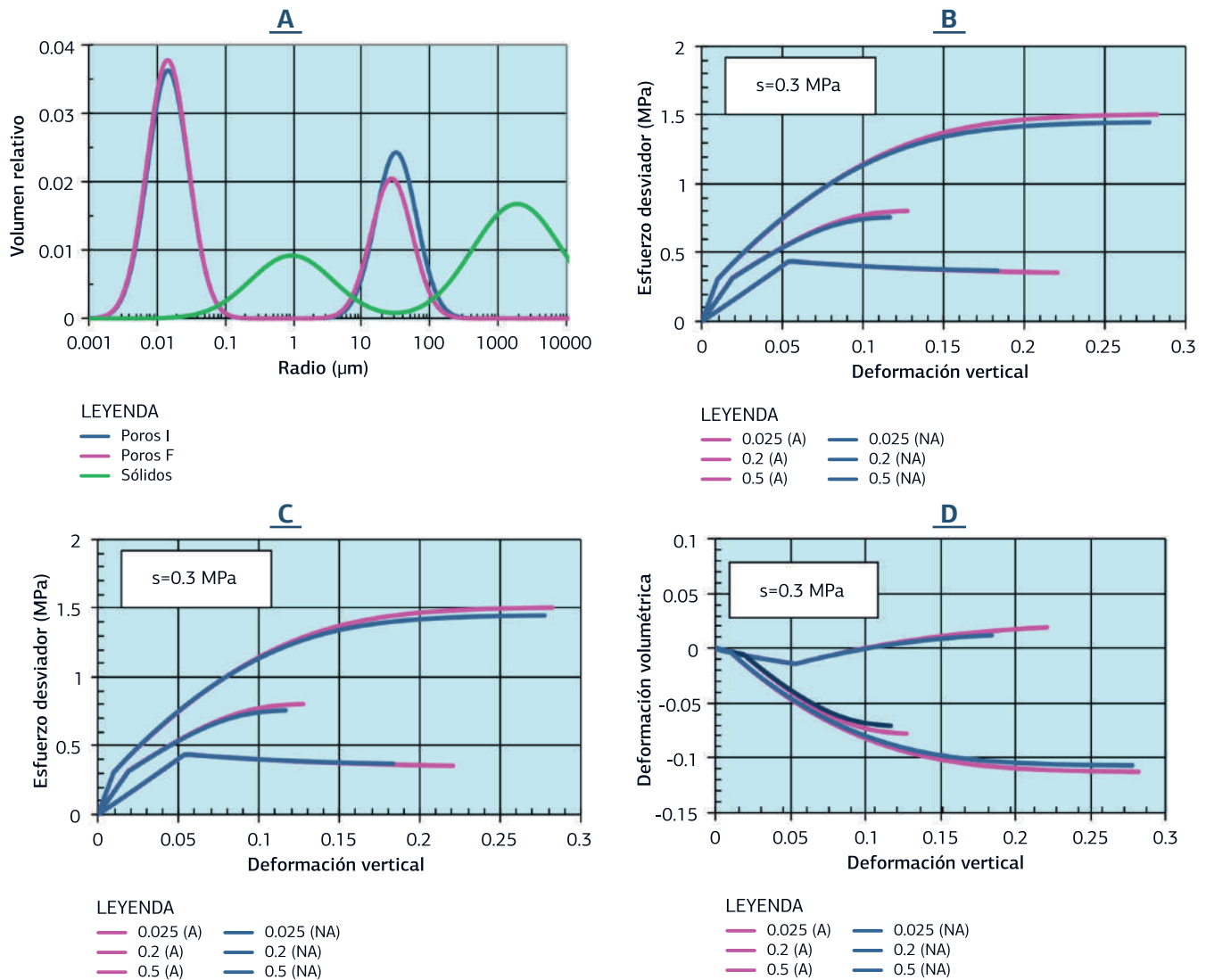


FIGURA 6. (A) Porosimetría inicial (I) y final (F), (B) valores iniciales y finales del parámetro  $\chi$  en secado, (C) curvas esfuerzo-deformación para diversos esfuerzos confinantes (MPa) y (D) deformaciones volumétricas del modelo acoplado (A) y no acoplado (NA).

valores del parámetro  $\chi$  cuando ocurre el acoplamiento hidromecánico.

Finalmente, las Figs. 6 (C) y (D) muestran cómo influye el acoplamiento en la resistencia y deformación volumétrica del suelo durante ensayos triaxiales. Se observa que, en el caso acoplado, la resistencia del material se incrementa conforme aumenta la deformación volumétrica, cuando ésta es de compresión. Por el contrario, si la deformación volumétrica es de dilatación, la resistencia disminuye. Esto se debe a que, entre mayor es la deformación volumétrica en compresión, mayor es el incremento del parámetro  $\chi$  y mayor el incremento de esfuerzos efectivos, lo cual provoca la expansión de la superficie de fluencia. Por lo tanto, la resistencia y las deformaciones

volumétricas en compresión se incrementan. Por el contrario, si el suelo dilata, los esfuerzos efectivos y la resistencia se reducen, debido a que la superficie de fluencia se contrae.

Como muestran las figuras 6 (C) y (D), el efecto del acoplamiento hidromecánico bajo carga creciente, es pequeño. Sin embargo, para el caso de ciclos amplios de carga-descarga o de humedecimiento-secado, este acoplamiento tendrá mayor influencia.

### Conclusiones

Se incluyeron los fenómenos de histéresis de las curvas de retención, endurecimiento por succión, acoplamiento hidromecánico, endurecimiento anisotrópico,

colapso y expansión en un modelo extendido del estado crítico. La inclusión de estos fenómenos resulta en un modelo general para suelos no saturados que presenta una matriz de rigidez simétrica, lo cual facilita su uso en los programas de elementos finitos.

La superficie de fluencia puede adoptar diferentes formas iniciales dependiendo del tipo de suelo. Esta forma se modifica conforme la succión se incrementa debido al fenómeno de endurecimiento por succión. Por ello, se adoptan dos familias de curvas que se intersecan en el punto del estado crítico. El acoplamiento hidromecánico se realiza a través de la porosimetría del material y no requiere de parámetros adicionales ni calibración previa. Todos los parámetros del modelo mecánico se obtienen a partir de cuatro ensayos triaxiales drenados realizados sobre material saturado. Algunas de estas características no las posee ningún modelo hasta ahora desarrollado. Aún así, su precisión es igual o mayor a la de otros modelos más complejos y que utilizan un mayor número de parámetros y calibraciones previas.

## RESUMEN CURRICULAR

EDUARDO ROJAS GONZÁLEZ: Ingeniero Civil, CENETI, México, 1980. Maestría y Doctorado en Mecánica de Suelos, Instituto de Mecánica de Grenoble, Francia, 1980-1984. Investigador Asociado "C", Instituto de Ingeniería, UNAM, 1984 -1996. Profesor-Investigador de tiempo completo UAQ, desde 1997. Investigador Nacional, SNI. Jefe del Departamento de Mecánica de Suelos de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, 1993 -1996. 11 Libros publicados, 32 Artículos en revistas internacionales con 217 citas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, E.E., Gens, A. y Josa, A. (1990). A constitutive model for partially saturated soils, *Geotechnique*, 40, 405-430.
- Alonso, E.E., Vaunat, J. y Gens, A. (1999). Modelling the mechanical behavior of expansive clays. *Engineering Geology*, 54, 173-183.
- Bishop, A.W. (1959). The principle of effective stress, *Teknisk Ukeblad*, 39, 859-863.
- Cunningham, M.R. y cols. (2003). The mechanical behavior of reconstituted unsaturated silty clay, *Geotechnique* 53: 183-194.
- Cui, Y. J. y Delage, P. (1996). Yielding and plastic behavior of an unsaturated compacted silt. *Geotechnique*, 46, 291-311.
- Fleureau, J.-M. y cols. (1993). Behavior of clayey soils on drying-wetting paths. *Canadian Geotechnical Journal* 30: 287-296.
- Futai, M.M. y Almeida, S.S. (2005). An experimental investigation of the mechanical behavior of an unsaturated gneiss residual soil. *Geotechnique*, 55, 201-213.
- Garakani, A. A., Haeri S.M., Khosravi, A. and Habibagahi, G. (2015). Hydro-mechanical behavior of undisturbed collapsible loessial soils under different stress state conditions. *Engineering Geology*, 195, 28-41.
- Juárez-Badillo, E. (1975). Constitutive relationships for soils, *Symposium on Recent Developments in the Analysis of Soil Behavior and their Application to Geotechnical Structures*: Universidad de New South Wales, Australia, 231-257.
- Khalili, N., Habte, M. A. y Zargarbashi S. (2008). A fully coupled flow deformation model for cyclic analysis of unsaturated soils including hydraulic and mechanical hysteresis, *Computers and Geotechnics*, 35, 872-889.
- Loret, B. y Khalili, N. (2002). Effective stress elastic-plastic model for unsaturated porous media. *Mechanics of Materials*, 34: 97-116.
- Ma, T. y cols. (2015). Hydraulic and mechanical behavior of unsaturated silt: experimental and theoretical characterization, *International Journal of Geomechanics*, 16, 1-13.
- Rojas, E. (2008a). Equivalent stress equation for unsaturated soils. Part I: Equivalent stress. *International Journal of Geomechanics*, 8, 285-290.
- Rojas, E. (2008b). Equivalent stress equation for unsaturated soils. Part II: Solid-porous model. *International Journal of Geomechanics*, 8, 291-299.
- Rojas, E., Chávez, O. y Arroyo, H. (2017). Modeling the behavior of expansive soils using effective stresses. *International Journal of Geomechanics*, 17(9):1-15.
- Schofield, A.N. y Wroth, C. P. (1968). *Critical State Soil Mechanics*, Londres, Reino Unido: Editorial McGraw Hill.
- Simms, P. H. y Yanful, E. K. (2001). Measurement and estimation of pore shrinkage and pore distribution in a clayey till during soil-water characteristic curve tests. *Canadian Geotechnical Journal*, 38, 741-754.
- Vaunat, J., Romero E. y Jommi, C (2000). An elastoplastic hydromechanical model for unsaturated soils. *Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils*, 121-138, Rotterdam, Holanda, Editorial Balkema.

Wheeler, S. J. y Sivakumar, V. (1995). An elastoplastic critical state framework for unsaturated soil. *Géotechnique*, 45, 35-53.

Yao, Y., Tian Y. y Gao, Z. (2017). Anisotropic UH model for soils based on a simple transformed stress method.

*International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 41, 54-78.

Zhou A. y Sheng D. (2015). An advanced hydro-mechanical constitutive model for unsaturated soils with different initial densities, *Computers and Geotechnics*, 63, 46-66.

